UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
Programa de Pós-Graduação em Matemática
Mestrado Profissional - PROFMAT/CCT/UFCG

ANÁLISE DO CONTEÚDO DE ESTATÍSTICA DESCRITIVA NO ENSINO MÉDIO

Wesyllis das Mercês Salvador

Trabalho de Conclusão de Curso

Orientador: Prof. Dr. Alexsandro Bezerra Cavalcanti

Campina Grande - PB
Agosto/2015

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL DA UFCG

S182a Salvador, Wesyllis das Mercês.

Análise do conteúdo de estatística descritiva no ensino médio / Wesyllis das Mercês Salvador. – Campina Grande, 2015.

71 f. : il. color.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro Ciências e Tecnologia, 2015.

"Orientação: Prof. Dr. Alexsandro Bezerra Cavalcanti".

Referências.

1. Estatística Descritiva. 2. Proposta Metodológica. 3. Análise Descritiva dos Dados. I. Cavalcanti, Alexsandro Bezerra. II. Título.

CDU 519.2(043)

UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
Programa de Pós-Graduação em Matemática
Mestrado Profissional - PROFMAT/CCT/UFCG

ANÁLISE DO CONTEÚDO DE ESTATÍSTICA DESCRITIVA NO ENSINO MÉDIO

por

Wesyllis das Mercês Salvador †

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Corpo Docente do Programa de Pós-Graduação em Matemática - CCT - UFCG, na modalidade Mestrado Profissional, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre.

†Bolsista CAPES

Análise do Conteúdo de Estatística Descritiva no Ensino Médio

por

Wesyllis das Mercês Salvador

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Corpo Docente do Programa de Pós-Graduação em Matemática - CCT - UFCG, modalidade Mestrado Profissional, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre.

Aprovado por:

Prof. Dra. Divanilda Maia Esteves - UEPB

Prof. Dr. Francisco Antonio Morais de Souza - UFCG

Prof. Dr. Alexsandro Bezerra Cavalcanti - UFCG
Orientador

Universidade Federal de Campina Grande
Centro de Ciências e Tecnologia
Unidade Acadêmica de Matemática
Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Agosto/2015

Dedicatória

Aos meus pais, Carlos e Luzeni, a minha irmã Lilian e a minha esposa Alessandra, por todo amor, incentivo e apoio na minha vida pessoal e profissional.

Agradecimentos

Agradeço a Deus pelas bênçãos que me foram concedidas ao longo de minha vida.

À minha amada esposa Alessandra, que sempre esteve ao meu lado, compartilhando de todas as preocupações e felicidades nesse período de estudo, com muito amor, carinho, atenção, respeito e imensa dedicação.

Aos meus pais, Carlos e Luzeni, por todo amor, pela preocupação com a minha educação e por serem os meus exemplos de vida. Tudo o que sou hoje eu devo a vocês.

À minha irmã Lilian, que muito me apoiou nesse trabalho com todo o seu carinho e cuidado nas correções ortográficas.

Ao meu orientador, professor Alexsandro Bezerra Cavalcanti pela dedicação, paciência e orientações primordiais para o desenvolvimento e conclusão deste trabalho.

A UFCG e todo seu corpo docente que participou do Programa PROFMAT e contribuiu imensamente para o engrandecimento e fortalecimento dos meus conhecimentos.

Aos meus amigos do curso PROFMAT, em especial, Beethoven, Juanbélia, Poliana e Rivaldo, os quais contribuíram muito para a conclusão do mestrado, pois tenho certeza que não conseguiria sozinho.

À Escola Estadual Major Veneziano Vital do Rêgo por todo apoio e por disponibilizar as turmas para realização das atividades desse trabalho.

Por fim, agradeço à Sociedade Brasileira da Matemática - SBM pelo oferecimento deste Curso em Rede Nacional e à CAPES pela concessão da bolsa.

Resumo

Neste trabalho, realizamos uma análise de como o conteúdo de Estatística Descritiva vem sendo trabalhado no ensino básico. Para isso, analisamos um livro didático de Matemática, em especial o capítulo em que se trata o conteúdo de Estatística, o qual foi adotado pela escola onde o projeto foi desenvolvido e, nessa análise, enaltecemos as qualidades apresentadas e detectamos as situações consideradas inadequadas. Além disso, propomos uma metodologia construtiva para o ensino de Estatística aliada à resolução de problemas e relatamos as experiências e os desafios encontrados, assim como sugestões para aprimorarmos uma futura aplicação. E num comparativo da aplicação dessa metodologia sugerida, com o desenvolvimento do mesmo conteúdo mediante as orientações do livro didático, realizamos um teste estatístico para determinar em qual situação obtivemos um melhor desempenho.

Palavras Chaves: Estatística Descritiva. Proposta Metodológica. Análise Descritiva dos Dados.

Abstract

In this research, we analyze how the Descriptive Statistics content has been taught in elementary school. In order to do so, we analyze a Math textbook, focusing on the chapter about Statistics. The book was used by the school in which the project was developed. In this analysis, we praise the qualities shown and detect the situations we consider inadequate. Besides that, we propose a constructive methodology to teach Statistics together with the problem solving. We show the experiences and the challenges found, as suggestions to improve future application of the methodology shown here. We made a descriptive analyze of data in order to determine which situations we had a better performance, through a comparison of the suggested methodology, developing the content through the textbook orientation.

Keywords: Descriptive Statistics. Methodological Proposal. Descriptive Analyze of Data.

Sumário

Capítulo 1

Introdução

Uma das ferramentas mais utilizadas hoje em dia em todas as áreas do conhecimento é a Estatística, que descreve os dados observados e desenvolve metodologia para tomada de decisão em presença de incerteza. A palavra *Estatística* tem origem na palavra em latim *status*, traduzida como o estudo do Estado e significava, originalmente, uma coleção de informação de interesse para o estado sobre população e economia. Essas informações eram coletadas objetivando o resumo de informações indispensáveis para os governantes conhecerem suas nações e para a construção de programas de governo.

Atualmente, a estatística é utilizada em diferentes áreas e contextos, como testes ligados ao desempenho escolar, pesquisas eleitorais, estudos financeiros, controle de qualidade, análises de crescimento de doenças, taxas populacionais, índices de desenvolvimento, índices de desemprego, modelagem de fenômenos da natureza, etc.

Dada a relevância da Estatística nos dias atuais, a inclusão da Estatística nos currículos do ensino básico vem se tornando uma realidade nas escolas e redes escolares preocupadas com um ensino de qualidade, tendo em vista as necessidades dos conhecimentos de Estatística em nosso cotidiano. Os principais livros didáticos de Matemática básica já destinam capítulos aos conteúdos de Estatística, num processo de adequação dessas obras às demandas por conhecimentos estatísticos.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), o ensino de Estatística surge no contexto do bloco de conteúdos com nome de "Tratamento das Informações", tendo como justificativa a demanda social e o frequente uso na sociedade contemporânea, pela necessidade de o indivíduo compreender as informações divulgadas, tomar decisões e fazer previsões que influenciam sua vida pessoal e em comunidade. Os PCNs ressaltam que a Estatística possibilita o desenvolvimento de formas específicas de pensamento e raciocínio, envolvendo fenômenos aleatórios, interpretando amostras, fazendo inferências e comunicando resultados por meio da linguagem própria quantitativa.

Ainda segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) [1] (2000, p.44), encontramos a seguinte afirmação:

> As habilidades de descrever e analisar um grande número de dados, realizar inferências e fazer predições com base numa amostra de população, aplicar as idéias de probabilidade e combinatória a fenômenos naturais e do cotidiano são aplicações da Matemática em questões do mundo real que tiveram um crescimento muito grande e se tornaram bastante complexas. Técnicas e raciocínios estatísticos e probabilísticos são, sem dúvida, instrumentos tanto das Ciências da Natureza quanto das Ciências Humanas. Isto mostra como será importante uma cuidadosa abordagem dos conteúdos de contagem, estatística e probabilidade no Ensino Médio, ampliando a interface entre o aprendizado da Matemática e das demais ciências e áreas.

Com base nessa busca pela qualificação do ensino da Estatística no ensino básico, pensamos num trabalho em que pudéssemos avaliar e ao mesmo tempo auxiliar o professor na concepção do processo de ensino-aprendizagem. Fizemos um trabalho paralelo acerca do conteúdo de Estatística em turmas distintas do 3º ano do Ensino Médio, onde em uma delas, avaliamos o desempenho mediante o livro didático adotado pela escola, e em outra, aplicamos uma proposta metodológica baseada na resolução de situações problemas para o desenvolvimento do mesmo. Analisamos como o livro didático aborda a Estatística Descritiva, que é o ramo da Estatística desenvolvido no ensino básico, como também comparamos, mediante a utilização de testes estatísticos, o desempenho do trabalho proposto.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo Geral

Contribuir para o ensino-aprendizagem da Estatística Descritiva, tendo como ferramentas, a utilização da mesma no cotidiano dos alunos e a resolução de problemas.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Analisar como é abordado o conteúdo da Estatística Descritiva em um livro didático selecionado;
- Desenvolver uma proposta metodológica para o conteúdo da Estatística Descritiva;
- Comparar, através de testes estatísticos, os resultados obtidos pela aplicação da proposta de ensino.

1.2 Organização

Este TCC está organizado da seguinte maneira. Além deste, temos os seguintes capítulos:

- Capítulo 2: Apresentamos os aportes teóricos relacionados à Estatística Descritiva.
- Capítulo 3: Fazemos uma análise de como o conteúdo de Estatística foi apresentado no livro didático adotado pela escola escolhida para o desenvolvimento do trabalho.
- Capítulo 4: Descrevemos as etapas do nosso projeto e as atividades aplicadas no desenvolvimento da metodologia sugerida.
- Capítulo 5: Comparamos os resultados obtidos pelas duas turmas, onde foram desenvolvidas as atividades através de um teste estatístico.
- Capítulo 6: Apresentamos as considerações finais do trabalho.
- Por fim, os Apêndices e as Referências Bibliográficas.

Capítulo 2

Fundamentação Teórica

2.1 Conceitos Fundamentais e Definições

A estatística é a ciência que trata da coleta, organização, análise e interpretação de dados para a tomada de decisões. Estamos denominando por dados um (ou mais) conjunto de valores, numéricos ou não, que vem de observações, contagens, medições ou respostas.

Há dois tipos de conjuntos de dados usados na Estatística. Esses conjuntos são chamados de *população* e *amostra*, definidos como:

População: É o conjunto de elementos que possuem pelo menos uma característica em comum.

Amostra: É um subconjunto da população.

Os elementos que irão compor a amostra devem ser selecionados de modo apropriado para que as conclusões não sejam distorcidos.

A característica associada à população ou à amostra é chamada de **variável**.

As variáveis podem ser classificadas em:

Qualitativa: É uma variável que assume como possíveis valores, atributos ou qualidades.

Quantitativa: É uma variável que assume como possíveis valores, números.

Dentre as variáveis *qualitativas*, ainda podemos fazer uma distinção entre dois tipos:

Qualitativa Nominal: Para a qual não é possível estabelecer nenhuma ordenação dos possíveis resultados.

Qualitativa Ordinal: Para qual existe uma ordem nos seus resultados.

As variáveis *quantitativas* também possuem uma classificação dicotômica:

Quantitativa Discreta: Cujos possíveis valores variam em um conjunto finito ou enumerável.

Quantitativa Contínua: Cujos possíveis valores variam em um subconjunto dos números reais, em geral, resultantes de mensurações.

2.2 Tabelas de Frequências

2.2.1 Elaboração de Tabelas

Uma vez obtidos os dados referentes às variáveis, há a necessidade de representá-los de forma ordenada e resumida. Para isso, os dados são apresentados através de tabelas.

Uma tabela deve ser simples, clara e informativa, ou seja, devem ser entendidas mesmo quanto não se lê o texto em que estão apresentadas.

Segundo MILONE [8] (2004, p.25),

> Os elementos fundamentais da tabela são: título, cabeçalho, coluna indicadora e corpo. O título aponta o fenômeno, época e local de ocorrência; o cabeçalho explica o conteúdo das colunas; a coluna indicadora detalha as linhas; o corpo mostra os dados. Complementarmente, tem-se: fonte, notas e chamadas. A fonte cita o informante (caracterizando a confiabilidade dos dados); as notas esclarecem o conteúdo e indicam a metodologia adotada na obtenção ou elaboração da informação; as chamadas clarificam pontos específicos da tabela.

Destacamos também que:

1. Nenhuma casa da tabela deve ficar em branco. Na ausência de um dado numérico, empregam-se alguns dos sinais convencionais, a serem:
   - Hífen (-): quando o valor é zero, não só quanto à natureza das coisas, como quanto ao resultado do inquérito;
   - Reticências (...): quando não temos os dados;
   - Interrogação (?): quando temos dúvidas quanto à exatidão de determinado valor;
   - Zero (0): quando o valor é muito pequeno para ser expresso pela unidade utilizada.
2. As tabelas devem ser fechadas no alto e embaixo por linhas horizontais, não sendo fechadas à direita ou à esquerda por linhas verticais. É facultativo o emprego de traços verticais para a separação de colunas no corpo da tabela.
3. Em publicações que compreendem muitas tabelas, estas devem ser numeradas em ordem crescente, conforme a ordem do aparecimento.
4. Os totais e subtotais devem ser destacados.
5. Deverá ser mantida a uniformidade, quanto ao número de casas decimais.

2.2.2 Distribuição de Frequências

Série estatística é “toda tabela que apresenta a distribuição de um conjunto de dados estatísticos em função da época, do local ou da espécie” (CRESPO [3], 2002, p.26).

A distribuição de frequências é um caso particular de *séries estatísticas*, nas quais todos os elementos são fixos.

Abordaremos a seguir alguns conceitos importantes para a elaboração e análise das distribuições de frequências.

1. **Dados Brutos** - São os dados originais obtidos após a coleta e que não se encontram organizados numericamente.

2. **Rol** - São os dados brutos organizados em uma determinada ordem (crescente ou decrescente).

3. **Amplitude Total** (AT) - É a diferença obtida entre o maior e o menor valor observado da variável sob estudo.

4. **Frequência Absoluta** (n_i) - É o número de vezes em que cada elemento da variável se repete na amostra ou o número de elementos pertencentes a uma classe.

   A soma das frequências absolutas é igual ao número total de observações.

$$\sum n_i = n\,. \tag{2.1}$$

5. **Frequência Relativa** (f_i) - É a razão entre a frequência absoluta e o número total de observações (n).

$$f_i = \frac{n_i}{\sum n_i} = \frac{n_i}{n}\,. \tag{2.2}$$

   Pode-se expressar esse resultado em termos percentuais multiplicando a frequência relativa por 100.

   A soma das frequências relativas deve ser igual a 1 ou a 100 % . De fato,

$$\sum f_i = \frac{\sum n_i}{n} = \frac{n}{n} = 1\,. \tag{2.3}$$

6. **Frequência Absoluta Acumulada** (F_{a_i}) - É a soma das frequências absolutas de uma classe ou de um dado valor com as frequências absolutas das classes ou dos valores anteriores.

7. **Frequência Relativa Acumulada** (F_{r_i}) - É a soma das frequências relativas de uma classe ou de um dado valor com as frequências relativas das classes ou dos valores anteriores.

É interessante organizarmos a distribuição de frequências em tabelas. Estas podem representar valores pontuais ou agrupados em classes.

Vejamos cada uma delas:

- **Distribuição de frequências pontuais**

  É uma tabela onde os valores da variável aparecem individualmente. Esse tipo de distribuição é utilizado geralmente para representar uma variável discreta, com pouca variedade de valores ou variáveis qualitativas.

  Exemplo 1: Tabela de frequências para uma variável quantitativa discreta com pouca variedade de valores.

  Considere a distribuição de frequências da variável Z, número de filhos dos empregados casados da seção de orçamentos da Companhia MB. Na tabela abaixo, temos as frequências e as porcentagens.

  Tabela 2.1: Frequências da variável Z: Número de filhos

N^o de filhos z_i	Frequência n_i	Proporção f_i	Porcentagem $100f_i\%$
0	4	0,20	20%
1	5	0,25	25%
2	7	0,35	35%
3	3	0,15	15%
5	1	0,05	5%
Total	20	1,00	100%

  Fonte: BUSSAB [2] (2010, p.11).

  Exemplo 2: Tabela de frequências para uma variável qualitativa.

  Na tabela abaixo temos a distribuição de frequência para a variável, grau de instrução dos funcionários da seção de orçamento da companhia MB.

  Tabela 2.2: Frequências da variável: Grau de instrução

Grau de Instrução	Frequência (n_i)	Proporção (f_i)	Porcentagem $100f_i\%$
Fundamental	12	0,33	33%
Médio	18	0,50	50%
Superior	6	0,17	17%
Total	36	1,00	100%

  Fonte: BUSSAB [2] (2010, p.11).

- **Distribuição de frequências em classes**

  É uma tabela onde os valores da variável aparecem agrupados em *classes*, que são intervalos de variação da variável. Esse tipo de distribuição é indicado para representar uma variável contínua ou discreta com uma grande variedade de valores.

  Exemplo 3: Na tabela abaixo encontramos a distribuição de frequências para a variável salário dos empregados da seção de orçamento da Companhia MB.

Tabela 2.3: Frequências da variável: Salário

Classe de salários	Frequência n_i	Proporção f_i	Porcentagem $100f_i\%$
$4 \vdash 8$	10	0,28	28%
$8 \vdash 12$	12	0,33	33%
$12 \vdash 16$	8	0,22	22%
$16 \vdash 20$	5	0,14	14%
$20 \vdash 24$	1	0,03	3%
Total	36	1,00	100

Fonte: BUSSAB [2] (2010, p.11).

O símbolo $\vdash$ indica a inclusão do limite inferior na frequência dessa classe.

Outras possibilidades são: $\dashv$, $\vdash\!\dashv$, $-$.

Para a construção de uma tabela com distribuição de frequências em classes, apresentaremos outros conceitos que complementam os apresentados anteriormente.

1. **Número de Classes** (k) - É importante o número adequado de classes. Um número muito pequeno de classes faz com que um grande volume de informações seja perdido. Por outro lado, se utilizarmos muitas classes, haverá alguma classe com uma frequência nula ou muito pequena, apresentando uma distribuição irregular e prejudicial à análise.

   Podemos utilizar os seguintes critérios para a determinação desse número:

   a) **A regra de Sturges**: $k = 1 + 3,3\log n$, onde n é o número de observações;

   b) $k = 5$, para $n \leq 25$ e $k \cong \sqrt{n}$, para $n > 25$.

2. **Limites de Classe** - São os extremos de cada classe. O menor valor é o **limite inferior da classe** (l_i) e o maior é o **limite superior da classe** (L_i).

3. **Amplitude da Classe** (h_i) - É a diferença entre os limites superior e inferior da classe.

$$h_i = L_i - l_i\,. \tag{2.4}$$

Ou ainda, a razão entre a amplitude total (AT) e o número de classes (k).

$$h = \frac{AT}{k}\,. \tag{2.5}$$

4. **Ponto Médio da Classe** (s_i) - É a média aritmética dos limites de uma mesma classe.

$$s_i = \frac{L_i + l_i}{2}\,. \tag{2.6}$$

2.3 Gráficos

Gráfico é um recurso visual da Estatística utilizado para representar um fenômeno. Segundo REIS [10] (2008, p.26),

> A representação gráfica dos dados estatísticos tem por finalidade, dar uma ideia, a mais imediata possível dos resultados obtidos permitindo chegar-se a conclusões rápidas sobre a relação entre os diferentes valores apresentados. Para que tal seja conseguido, quando se constrói um gráfico deverá ter-se em conta os elementos: simplicidade, clareza e veracidade.

Todo gráfico deve apresentar um título, onde se destaca o fato, o local e o tempo, e uma escala adequada, dispensando esclarecimentos adicionais no texto.

2.3.1 Gráficos para Variáveis Qualitativas

O gráfico de *barras* e o gráfico de *setores* (pizza) são os gráficos mais comuns para representar as variáveis qualitativas.

1. **Gráfico de Barras** - Consiste em construir retângulos em que uma das dimensões é proporcional à frequência da variável em estudo, enquanto a outra, é arbitrária, porém, igual para todos os retângulos. As barras são dispostas na horizontal ou vertical e paralelas entre si.

2. **Gráfico de Setores** - Utilizado quando se pretende comparar as partes de um todo, consiste num círculo de raio arbitrário, representando o todo, dividido em setores, cujas áreas são proporcionais às frequências das partes.

Exemplos: Na figura abaixo, temos o gráfico em barras para a variável Z, número de filhos dos empregados casados da seção de orçamento da companhia MB.

Figura 2.1: Gráfico de barras

Exemplos: A figura abaixo mostra um gráfico de setores para a variável grau de instrução dos empregados da seção de orçamento da companhia MB.

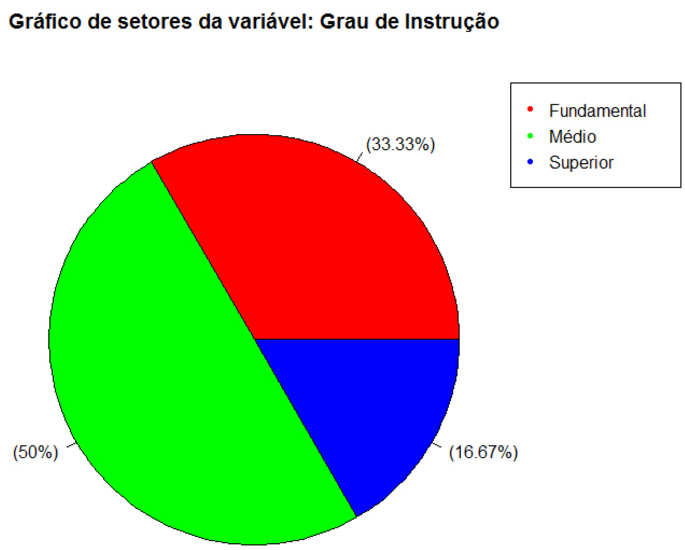


Figura 2.2: Gráfico de setores

2.3.2 Gráficos para Variáveis Quantitativas

O *histograma* é o gráfico mais adequado para representar as variáveis quantitativas. Mais precisamente, quando temos um conjunto com um número elevado de dados quantitativos, onde a distribuição de frequências é agrupada em classes, esta ferramenta gráfica é a mais indicada.

O histrograma consiste de retângulos adjacentes de modo que a base de cada retângulo é proporcional à amplitude da classe representada e a área é proporcional à frequência (absoluta ou relativa) da mesma classe. As classes são dispostas no eixo horizontal e as frequências no eixo vertical.

Exemplo: Na figura abaixo, temos o histograma para a variável salário dos empregados da seção de orçamento da companhia MB.

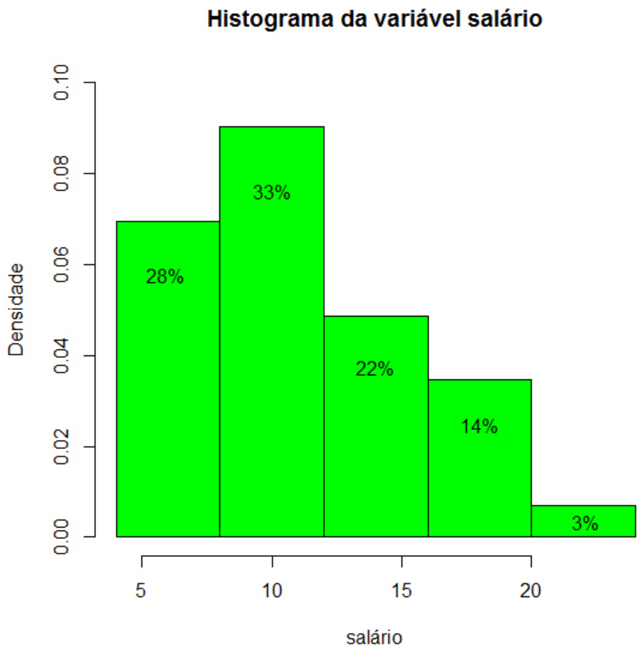


Figura 2.3: Histograma

2.4 Medidas de Tendência Central

As medidas de tendência central são aquelas que produzem um valor em torno do qual os dados observados se distribuem, e que visam sintetizar em um único número o conjunto de dados. As medidas de tendência central são: média aritmética, mediana e moda.

2.4.1 Média Aritmética ($\overline{x}$)

Trata-se da medida de tendência central mais utilizada.

Considere um conjunto de observações de uma variável X, dado por $x_1, x_2, ..., x_k$ com respectivas frequências $n_1, n_2, ..., n_k$. Definimos a média aritmética da variável X, denotada por $\bar{x}$ como

$$\bar{x} = \frac{\displaystyle\sum_{i=1}^{k} x_i n_i}{n}, \tag{2.7}$$

onde, $n = \sum_{i=1}^{k} n_i$.

Uma forma alternativa para a média aritmética é dada por

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{k} x_i f_i, \tag{2.8}$$

onde $f_i = \frac{n_i}{n}$ representa a frequência relativa da observação x_i.

Exemplo: Consideremos novamente a variável Z : N^o de filhos dos empregados casados da seção de orçamento da companhia MB.

Nesse caso, note que o número médio de filhos por empregado é dado por

$$\bar{z} = \frac{0 \times 4 + 1 \times 5 + 2 \times 7 + 3 \times 3 + 5 \times 1}{20} = \frac{33}{20} = 1,65 \text{ filhos.}$$

Cálculo aproximado da média

Quando estivermos trabalhando com a distribuição de frequências de uma variável contínua e não tivermos acesso aos dados, podemos encontrar uma medida aproximada para a média aritmética substituindo na sua fórmula o valor da observação x_i pelo representante da i- ésima classe, s_i.

Considerando a variável X : salário dos empregados da seção de orçamento da companhia MB, temos que o valor aproximado da média dos salários é dado por

$$\bar{x} \approx \frac{6 \times 10 + 10 \times 12 + 14 \times 8 + 18 \times 5 + 22 \times 1}{36} = \frac{404}{36} = 11,22 \text{ salários.}$$

2.4.2 Mediana (Md)

É o valor que ocupa a posição central de uma série de observações ordenadas.

Sejam $x_{(1)}, x_{(2)}, \ldots, x_{(n-1)}, x_{(n)}$ os valores observados da variável X de tal modo que:

$$x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \ldots \leq x_{(n-1)} \leq x_{(n)}. \tag{2.9}$$

Temos:

$$\text{Md} = \begin{cases} x_{\left(\frac{n+1}{2}\right)}, & \text{se } n \text{ é ímpar} \\ \\ \frac{x_{\left(\frac{n}{2}\right)} + x_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}}{2}, & \text{se } n \text{ é par} \end{cases} \tag{2.10}$$

Exemplo: Considere a distribuição de frequências da variável Z, número de filhos dos empregados casados da seção de orçamentos da Companhia MB. Como $n = 20$ é par a mediana será dada por

$$\text{Md} = \frac{x_{(10)} + x_{(11)}}{2} = \frac{2+2}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ filhos}.$$

Cálculo aproximado da mediana

Quando estivermos trabalhando com a distribuição de frequências de uma variável contínua e não tivermos acesso aos dados, podemos encontrar uma medida aproximada para a mediana, baseados na idéia da frequência acumulada, uma vez que a mediana acumula 50% das observações abaixo dela.

Através do histograma utilizaremos o fato de as áreas dos retângulos serem proporcionais às frequências das classes e, através de uma regra de três simples, podemos encontrar uma aproximação para o valor da mediana.

Voltemos ao exemplo da variável X : salários dos empregados da seção de orçamento da companhia MB.

Como $n = 36$ é par, temos que o valor exato da mediana é dado por

$$Md = \frac{x_{(18)} + x_{(19)}}{2} = \frac{9,8 + 10,53}{2} = \frac{20,33}{2} = 10,16 \text{ salários}.$$

Através do histograma desta variável, vemos que a mediana está na classe entre 8 e 12 salários. Utilizando uma regra de três simples chegamos à relação

$$\frac{Md - 8}{22} = \frac{12 - 8}{33} \Rightarrow Md = 8 + 22 \times \frac{4}{33} = 10,66 \text{ salários}.$$

2.4.3 Moda (Mo)

É o valor mais frequente de uma distribuição.

1. **Dados não-agrupados**

   Ao se trabalhar com dados não-agrupados, a moda é facilmente determinada fazendo uso da definição. Entretanto, há casos que apresentam mais de uma moda, então dizemos que essa distribuição é *multimodal*. Caso contrário, ou seja, quando não há um valor predominante, dizemos que essa distribuição é *amodal*.

2. **Dados agrupados**

   A moda é calculada de forma aproximada, através do ponto médio da classe que possui a maior frequência.

Exemplo: Na tabela abaixo, encontramos a distribuição de frequências para a variável salário dos empregados da seção de orçamento da Companhia MB.

Tabela 2.4: Frequências da variável: Salário.

Classe de salários	Frequência n_i	Proporção f_i	Ponto médio s_i
$4 \vdash 8$	10	0,28	6
$8 \vdash 12$	12	0,33	10
$12 \vdash 16$	8	0,22	14
$16 \vdash 20$	5	0,14	18
$20 \vdash 24$	1	0,03	22
Total	36	1,00	–

Fonte: Tabela 2.3.

Neste caso, a moda pertence à classe que tem a maior frequência, que chamaremos de classe modal. Considerando o representante da classe seu ponto médio (s_i), temos que a moda será dada pelo representante da classe modal. Para a variável Salário temos que a moda é dada por $\mathrm{M_o} = 10$.

De conhecimento da classe modal, podemos determinar a moda através da aplicação da fórmula:

$$\mathrm{Mo} = l_i + \frac{h_i(F_i - F_{i-1})}{(F_i - F_{i-1}) + (F_i - F_{i+1})} \tag{2.11}$$

onde

i é a classe modal;

l_i é o limite inferior da classe modal;

h é a amplitude da classe modal;

F_i é a frequência absoluta da classe modal;

F_{i-1} é a frequência absoluta da classe anterior à classe modal;

F_{i+1} é a frequência absoluta da classe posterior à classe modal.

Considerando a distribuição apresentada na tabela 2.4 e usando a fórmula (2.11), temos que a moda é:

$$\mathrm{Mo} = l_i + \frac{h_i(F_i - F_{i-1})}{(F_i - F_{i-1}) + (F_i - F_{i+1})} = 8 + \frac{4(12-10)}{(12-10)+(12-8)} = 8 + \frac{8}{6} = 9,33 \text{ salários.}$$

O uso da moda é mais indicado quando se deseja obter, rapidamente, uma medida de tendência central. Um outro aspecto que favorece a utilização da moda é que seu valor não é afetado pelos valores extremos do conjunto de dados analisado.

2.4.4 Medidas Separatrizes

Como vimos, a mediana caracteriza uma série de valores devido à sua posição central. No entanto, ela apresenta uma outra característica, tão importante quanto esta: ela divide o conjunto de dados em duas partes iguais.

Assim, há outras medidas que, consideradas individualmente, não são medidas de tendência central, mas estão ligadas à mediana relativamente à sua segunda característica, já que se baseiam em sua posição no conjunto de dados. Essas medidas são chamadas de **separatrizes**.

Desse modo, além da mediana, temos:

- **Quartil:** Os quartis dividem o conjunto de dados em quatro partes iguais;
- **Decil:** Os decis dividem o conjunto de dados em dez partes iguais;
- **Percentil:** Os percentis dividem o conjunto de dados em cem partes iguais;

Em nosso estudo, trabalharemos apenas a utilização dos **quartis**.

Como vimos, das quatro partes que os quartis dividem, temos que:

- 1^o Quartil (q_1): 25% dos dados são valores menores ou iguais ao valor do primeiro quartil, cuja posição p é dada por:

$$p = 0,25(n+1)$$

- 2^o Quartil ($q_2 = M_d$): Evidentemente, coincide com a mediana;

$$p = 0,50(n+1)$$

- 3^o Quartil (q_3): 75% dos dados são valores menores ou iguais ao valor do terceiro quartil.

$$p = 0,75(n+1)$$

Para os dados em rol, o cálculo dos quartis é dado pela expressão a seguir:

$$S_k = xI_p + F_p(x_{I_{p+1}} - x_{I_p}) \tag{2.12}$$

onde

I_p é a parte inteira de p;

F_p a parte decimal de p.

Exemplo: Considere o conjunto de dados: 15, 5, 3, 8, 10, 2, 7, 11, 12. Determine os quartis.

Resolução: Ordenando os valores, obtemos:

$$2 < 3 < 5 < 7 < 8 < 10 < 11 < 12 < 15$$

Daí,

- **1º quartil:**
$p = 0,25(9+1) = 2,5$, temos então que o 1º quartil é:

$$\begin{aligned} q_1 &= x_{2,5} \\ q_1 &= x_2 + 0,50 \cdot (x_3 - x_2) \\ q_1 &= 3 + 0,50 \cdot (5-3) \\ q_1 &= 4 \end{aligned}$$

- **2º quartil:**
$p = 0,50(9+1) = 5$, temos então que o 2º quartil é:

$$\begin{aligned} q_2 &= x_5 \\ q_2 &= x_5 + 0 \cdot (x_6 - x_5) \\ q_2 &= 8 + 0 \cdot (10-8) \\ q_2 &= 8 \end{aligned}$$

- **3º quartil:**
$p = 0,75(9+1) = 7,5$, temos então que o 3º quartil é:

$$\begin{aligned} q_3 &= x_{7,5} \\ q_3 &= x_7 + 0,50(x_8 - x_7) \\ q_3 &= 11 + 0,50(12-11) \\ q_3 &= 11,50 \end{aligned}$$

Se os dados estiverem agrupados em classes, podemos obter os quantis usando o histograma e a mesma ideia que utilizamos para calcular a mediana. **Exemplo:** Considerando o histograma da variável salário dos empregados da companhia MB (Figura 2.3), obtemos os seguintes quartis:

Verificamos que q_1 deve estar na primeira classe, pois a proporção no primeiro retângulo é 0,28. Logo,

$$\frac{q_1 - 4,00}{25\%} = \frac{8,00 - 4,00}{28\%},$$

e então

$$q_1 = 4,00 + \frac{25}{28} \cdot 4,00 = 7,57.$$

Analisando a soma acumulada das proporções, verificamos que o q_3 deve pertencer ao intervalo $12,00 \vdash 16,00$, portanto

$$\frac{q_3 - 12,00}{14\%} = \frac{16,00 - 12,00}{22\%},$$

e então

$$q_3 = 12,00 + \frac{14}{22} \cdot 4,00 = 14,55.$$

2.4.5 Desenho Esquemático (*Box plots*)

O gráfico *Box plot* (ou desenho esquemático) é uma análise gráfica que utiliza cinco medidas estatísticas: valor mínimo, valor máximo, mediana, primeiro e terceiro quartil da variável quantitativa. Este conjunto de medidas oferece a idéia da posição, dispersão, assimetria, caudas e dados discrepantes. A posição central é dada pela mediana e a dispersão pelo desvio interquartílico $d_q = q_3 - q_2$. As posições relativas de q_1 , q_2 e q_3 dão uma noção da assimetria da distribuição.

Os comprimentos das caudas são dados pelas linhas que vão do retângulo aos valores atípicos.

Segundo BUSSAB [2] (2010, p.48),

> Para construir este diagrama, consideremos um retângulo onde estão representados a mediana e os quartis. A partir do retângulo, para cima, segue uma linha até o ponto mais remoto que não exceda LS $= q_3 + (1,5)d_q$, chamado *limite superior*. De modo similar, da parte inferior do retângulo, para baixo, segue uma linha até o ponto mais remoto que não seja menor do que LI $= q_1 - (1,5)d_q$, chamado *limite inferior*. Os valores compreendidos entre esses dois limites são chamados *valores adjacentes*. As observações que estiverem acima do limite superior ou abaixo do limite inferior estabelecidos serão chamadas *pontos exteriores* e representadas por asteriscos ou pontos. Essas são observações destoantes das demais e podem ou não ser o que chamamos de *outliers* ou *valores atípicos*.

Exemplo: Construir o *box plot* para o seguinte conjunto de dados e verificar se existem pontos atípicos:

18	18	19	20	20	20	20	20	20	21	21
22	23	24	25	25	25	26	29	30	35	37

Vamos determinar as cinco medidas:

- **Mediana:**
$$\mathrm{M_d} = \frac{x_{(11)} + x_{(12)}}{2} = \frac{21+22}{2} = 21,50.$$

- **1º quartil:**
$p = 0,25(22+1) = 5,75$, temos então que o 1º quartil é:

$$\begin{aligned} q_1 &= x_{5,75} \\ q_1 &= x_5 + 0,75(x_6 - x_5) \\ q_1 &= 20 + 0,75(20-20) \\ q_1 &= 20 \end{aligned}$$

- **3º quartil:**
$p = 0,75(22+1) = 17,25$, temos então que o 3º quartil é:

$$\begin{aligned} q_3 &= x_{17,25} \\ q_3 &= x_{17} + 0,25(x_{18} - x_{17}) \\ q_3 &= 25 + 0,25(26-25) \\ q_3 &= 25,75 \end{aligned}$$

- **Desvio interquartílico:**

$$d_q = q_3 - q_1 = 25,75 - 20,00 = 5,75.$$

- **Limite inferior:**

$$\begin{aligned} \text{LI} &= q_1 - (1,5)d_q \\ \text{LI} &= 20 - 1,5 \cdot 5,75 \\ \text{LI} &= 11,375 \end{aligned}$$

- **Limite superior:**

$$\begin{aligned} \text{LS} &= q_3 + (1,5)d_q \\ \text{LS} &= 25,75 + 1,5 \cdot 5,75 \\ \text{LS} &= 34,375 \end{aligned}$$

Dentre todos os valores do conjunto de dados, apenas 35 e 37 não estão entre os limites inferior e superior. Logo, 35 e 37 são os pontos atípicos desse conjunto.

O *box plot* para esse conjunto de dados acima:

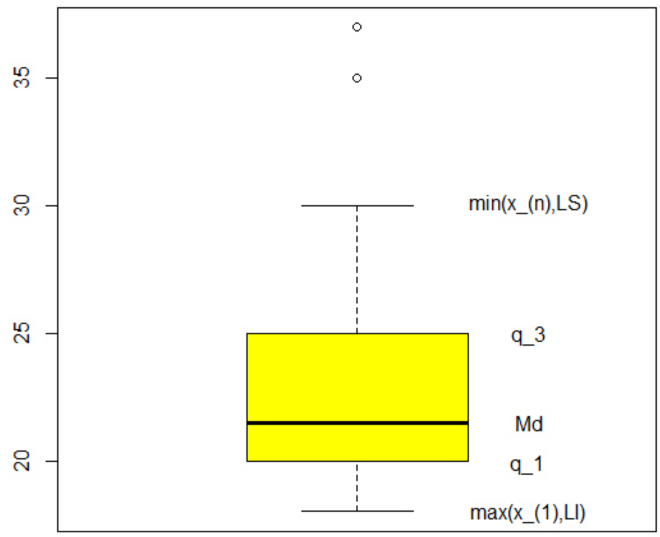


Figura 2.4: *Box plot*

2.5 Medidas de Dispersão

A dispersão de um conjunto de dados é a variabilidade que os dados apresentam entre si. Se todos os dados são iguais, não há dispersão. Para valores próximos uns dos outros, temos uma pequena dispersão. E se os dados são muito diferentes entre si, a dispersão é grande.

Apresentaremos aqui as medidas de dispersão mais comuns: *amplitude total*, *desvio médio*, *variância* e *desvio-padrão*.

2.5.1 Amplitude Total (AT)

É a diferença entre o maior e o menor valor observado.

$$\mathrm{AT} = x_{(n)} - x_{(1)}\,. \tag{2.13}$$

A utilização da amplitude total como medida de dispersão é limitada, uma vez que esta depende apenas de seus valores extremos e não de todos os dados.

2.5.2 Desvio Médio (DM)

Uma vez que se deseja medir a dispersão ou grau de concentração dos valores em torno da média, é interessante analisar o comportamento dos *desvios* de cada valor (x_i) em relação à média ($\overline{x}$), isto é:

$$d_i = x_i - \overline{x}\,. \tag{2.14}$$

Entretanto, para quaisquer conjunto de dados, é fácil ver que a soma dos desvios médios em torno da média é zero, ou seja:

$$\sum d_i = \sum x_i - \overline{x} = 0\,. \tag{2.15}$$

Logo, consideramos o módulo de cada desvio com o intuito de evitar que $\sum d_i = 0$. Assim, o desvio médio de um conjunto de valores é dado por:

$$\mathrm{DM} = \frac{\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{k}} \mathrm{n_i}\,|\mathrm{x_i} - \overline{\mathrm{x}}|}{\mathrm{n}}\,. \tag{2.16}$$

Uma forma alternativa para este desvio é

$$\mathrm{dm}(X) = \sum_{i=1}^{k} f_i |x_i - \overline{x}|\,. \tag{2.17}$$

2.5.3 Variância (Var)

Mesmo utilizando o módulo para determinar o desvio médio, o mais comum é utilizarmos o quadrado do desvio, pois, além de estarmos eliminando o módulo, estamos potencializando os afastamentos, enfatizando os desvios em relação a média.

Eis que assim surge a medida de dispersão denominada *variância*. Esta medida é dada pela soma dos quadrados dos desvios dividido pelo número total de observações.

$$\text{Var}(X) = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i (x_i - \bar{x})^2}{n}. \tag{2.18}$$

Uma forma alternativa para a variância é

$$\text{Var}(X) = \sum_{i=1}^{k} f_i (x_i - \bar{x})^2. \tag{2.19}$$

2.5.4 Desvio-Padrão (DP)

Dada a dificuldade de interpretação da variância, uma vez que o resultado é dado em unidades quadráticas, usamos na prática como medida de dispersão, a raiz quadrada da variância, definindo-se assim, o *desvio-padrão*.

$$\text{DP} = \sqrt{\text{Var}}. \tag{2.20}$$

Exemplo: Vamos calcular as medidas de dispersão para a variável Z: número de filhos dos empregados casados da seção de orçamento da companhia MB.
Já sabemos que $\bar{z} = 1,65$. Os desvios $z_i - \bar{z}$ são -1,65; -0,65; 0,35; 1,35 e 3,35.

Daí, o desvio médio é dado por:

$$\text{dm}(Z) = \frac{4 \times |-1,65| + 5 \times |-0,65| + 7 \times |0,35| + 3 \times |1,35| + 1 \times |3,35|}{20} = 0,98 \text{ filhos}.$$

A variância é dada por

$$\begin{aligned} \text{Var}(Z) &= \frac{1}{20} \left[4(-1,65)^2 + 5(-0,65)^2 + 7(0,35)^2 \right. \\ &+ \left. 3(1,35)^2 + 1(3,35)^2 \right] \\ &= 1,528 \text{ filhos}^2. \end{aligned}$$

Consequentemente, o desvio-padrão de Z é

$$\text{dp}(Z) = \sqrt{1,528} = 1,24 \text{ filhos}.$$

2.5.5 Cálculo aproximado da variância

O cálculo aproximado das medidas de dispersão no caso de variáveis contínuas, agrupadas em classes, pode ser feito de modo análogo ao caso da média aritmética.

Consideremos, por exemplo, o caso da variável S: salário dos empregados da seção de orçamento da companhia MB. Vimos que a média aproximada é igual a 11,22 salários.

Daí, a variância aproximada é dada por

$$\begin{aligned}
\mathrm{Var}(S) &\approx \frac{1}{36}\left[10(6-11,22)^2+12(10-11,22)^2\right.\\
&+ \left.8(14-11,22)^2+5(18-11,22)^2+1(22-11,22)^2\right]\\
&= 19,40 \text{ salários.}
\end{aligned}$$

O desvio-padrão aproximado é dado por

$$\mathrm{dp}(S) \approx \sqrt{19,40} = 4,40 \text{ salários.}$$

Capítulo 3

Análise Crítica do Livro Didático

Neste capítulo, faremos uma análise crítica de como é abordado o conteúdo de *Estatística Descritiva* no livro didático adotado pela escola e que foi utilizado em uma das turmas no desenvolvimento do nosso trabalho.

3.1 Critérios adotados para a nossa análise

Segundo LIMA [7](2008, p.1), a análise do livro didático deve levar em conta sua adequação a três componentes básicas do ensino: *conceituação*, *manipulação* e *aplicação*.

Posteriormente, deve-se verificar se o livro avaliado é organizado de modo a permitir que seu leitor, aluno ou professor, possa utilizar os conhecimentos envolvidos.

A seguir, as definições de LIMA [7](2008, p.1) para *conceituação*, *manipulação* e *aplicação*.

> A **Conceituação** compreende a formulação de definições, o enunciado de proposições, o estabelecimento de conexões entre os diversos conceitos, bem como a interpretação e a reformulação dos mesmos sob diferentes aspectos. É importante destacar a importância que a conceituação precisa é indispensável para o êxito das aplicações.
>
> A **Manipulação** de caráter essencialmente (mas não exclusivamente) algébrico, está para o ensino e o aprendizado da Matemática assim como a prática dos exercícios e escalas musicais está para a Música. A habilidade no manuseio de equações, fórmulas, operações e construções geométricas elementares, o desenvolvimento de atitudes mentais automáticas, verdadeiros reflexos condicionados, permitem ao usuário da Matemática concentrar sua atenção consciente em pontos realmente cruciais, sem perder tempo e energia com detalhes.

> A **Aplicação** é o emprego de noções e teorias da Matemática em situações que vão de problemas triviais do dia-a-dia a questões mais sutis provenientes de outras áreas, quer científicas quer tecnológicas. Ela é a principal razão pela qual o ensino da Matemática é tão difundido e tão necessário.

Com base nesses componentes, faremos a nossa análise do livro didático *Matemática - Contextos e Aplicações - Volume 3* [4], especificamente no capítulo que se refere ao estudo da Estatística Descritiva.

3.2 O livro: Matemática - Contextos e Aplicações

O livro didático, *Matemática - Contextos e Aplicações* [4], é uma obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Ática, sob a responsabilidade de Luiz Roberto Dante, 1ª edição, São Paulo, 2010. A coleção possui três volumes (1, 2 e 3), destinados respectivamente aos 1º, 2º e 3º anos do ensino médio.

Essa coleção foi aprovada em 2012 pelo Ministério da Educação e, sua resenha encontra-se no guia de livros didáticos de matemática, PNLD 2012 [6], do ensino médio.

O volume 3, que será o objeto de nosso estudo, é composto por 264 páginas divididas em 8 capítulos. Na abertura dos capítulos, há textos com informações e propostas de atividades sobre os temas a trabalhar. Em seguida, vêm explanações teóricas, acompanhadas de exemplos, problemas resolvidos e entremeados por *Exercícios Propostos*.

Cada capítulo inclui uma seção intitulada *A Matemática e as práticas sociais*, com situações-problema relacionadas à formação para a cidadania; e atividades adicionais, que reunem questões de vestibulares organizadas por regiões. No final do livro, encontram-se: *Questões do ENEM*; *Glossário*; *Sugestões de leituras complementares*; *Significado das siglas de vestibulares*; *Referências bibliográficas* e *Respostas*.

A tabela 3.1 apresenta a estrutura do volume 3 do livro.

Tabela 3.1: Contextos e Aplicações - Volume 3

Capítulo 1	O Princípio de Indução Finita	06 pp.
Capítulo 2	Estatística	34 pp.
Capítulo 3	Geometria Analítica: ponto e reta	32 pp.
Capítulo 4	Geometria Analítica: a circunferência	22 pp.
Capítulo 5	Geometria Analítica: secções cônicas	34 pp.
Capítulo 6	Números Complexos	36 pp.
Capítulo 7	Polinômios e equações algébricas	30 pp.
Capítulo 8	Noções intuitivas sobre derivada	26 pp.

Lembramos mais uma vez que nos deteremos à análise do conteúdo de Estatística que nessa obra encontra-se no capítulo 2.

3.3 Análise do capítulo: Estatística

O autor começa o capítulo com um texto introdutório, onde destaca a importância da coleta de dados e da análise estatística dos mesmos, citando alguns exemplos do cotidiano, onde estas são empregadas, seguido de um retrospecto histórico da Estatística, com o significado etimológico da palavra Estatística, as possíveis razões para o seu surgimento e algumas civilizações antigas, onde encontraram registros do seu uso.

CAPÍTULO 2

ESTATÍSTICA

Coletar dados é um procedimento fundamental em qualquer área de interesse da nossa vida. Fazemos isso a todo momento. Basta querermos adquirir um bem, que lá vamos nós pesquisar preços e qualidade. Para conhecer o perfil dos alunos de determinada escola, elaboramos um questionário e saímos à coleta de respostas. Depois de cumprida essa etapa, podemos sofisticar nossa pesquisa, analisando a concentração de respostas favoráveis a certos hábitos ou gostos, e assim fazemos, na prática, uma análise estatística. Os noticiários nos informam diariamente dados numéricos representados em gráficos e tabelas, formas fáceis de comunicação por serem diretas, esquemáticas, próprias da linguagem matemática. Por isso ela é considerada um ramo da Matemática aplicada.

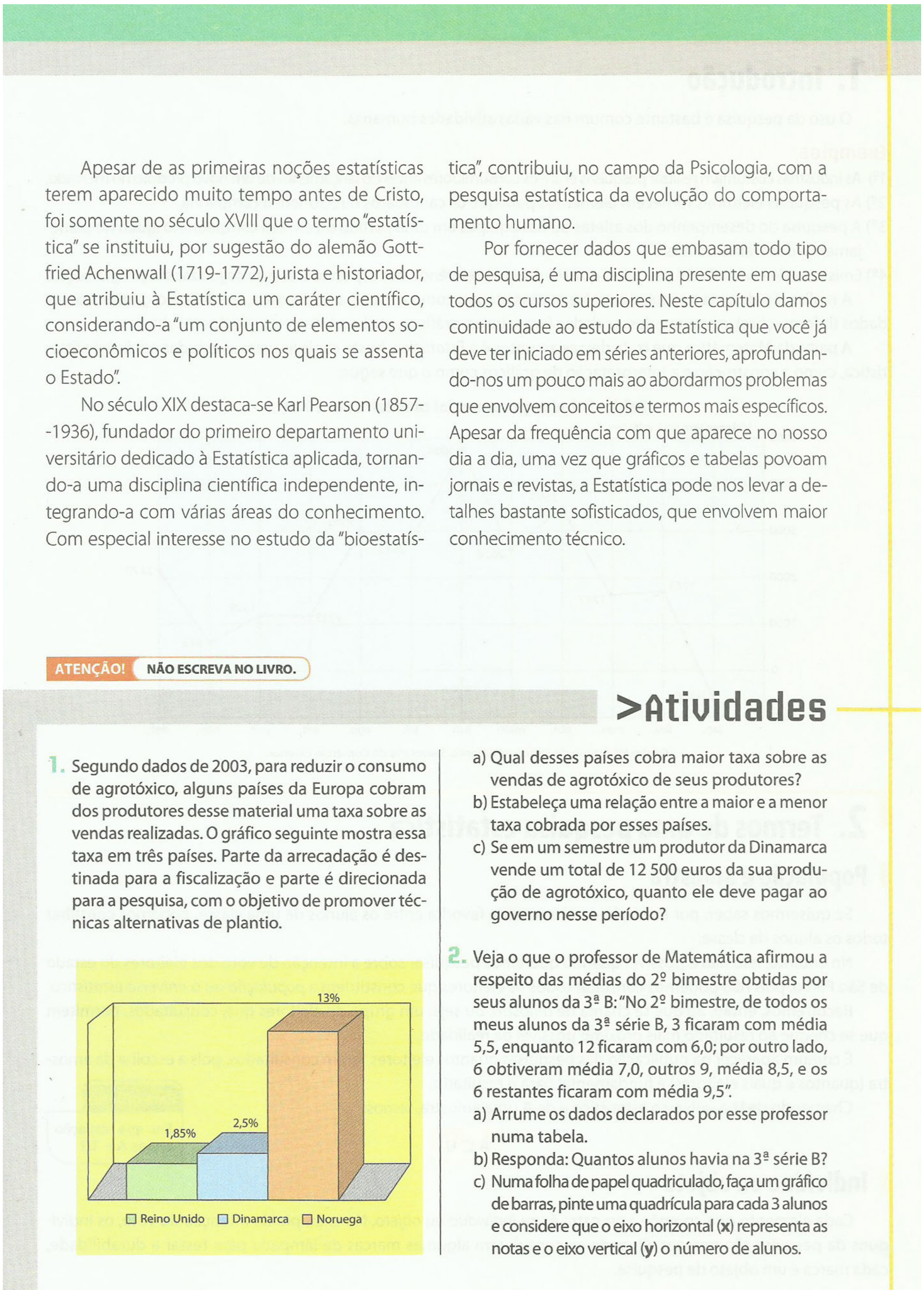
A palavra estatística significa, justamente, "análise de dados". Como ciência, surgiu milênios antes de Cristo, sendo, no início, uma simples compilação de números. Acredita-se que seu desenvolvimento ocorreu devido à necessidade dos governantes de conhecerem como os recursos e bens estavam distribuídos pela população e do que dispunha o Estado. Até os dias de hoje são conhecidas suas aplicações em relação aos assuntos públicos. O censo, por exemplo, acontece periodicamente e fornece elementos importantes para o planejamento do país. De origem latina, a palavra censo significa "conjunto dos dados estatísticos dos habitantes de uma cidade, estado ou nação". O mais antigo de que se tem notícia é o da China — diz-se que em 2238 a.C. o imperador Yao mandou realizar um censo da população e das lavouras cultivadas. Por volta de 400 a.C., os romanos já faziam regularmente um levantamento da população e do grau de pobreza, com o objetivo de estabelecer taxas de impostos. O primeiro censo no Brasil foi realizado em 1872 e, desde 1936, quando foi criado o IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística), acontece a cada dez anos, tornando-se a operação estatística mais importante para a determinação do perfil sociodemográfico do país, dando subsídios para a análise de distribuição de recursos do Fundo de Participação dos Municípios. O gráfico abaixo, extraído do *site* oficial do IBGE, mostra a população do Brasil, em milhões de habitantes, nos últimos censos.

Extraído de http://www.ibge.gov.br/brasil_em_sintese/default.htm. Acesso em 29/12/2009.

Figura 3.1: Introdução do capítulo 2.

Além disso, o autor cita a utilização da Estatística no Brasil, destacando o IBGE

(Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) e a importância da sua atuação no censo "...tornando-se a operação estatística mais importante para a determinação do perfil sociodemográfico do país...". E, por fim, o autor chama a atenção para o desenvolvimento da Estatística, sua utilização em outras áreas do conhecimento e como esta nos dias de hoje é componente curricular presente em quase todos os cursos superiores, salientando a importância do seu estudo nesse capítulo.



Apesar de as primeiras noções estatísticas terem aparecido muito tempo antes de Cristo, foi somente no século XVIII que o termo "estatística" se instituiu, por sugestão do alemão Gottfried Achenwall (1719-1772), jurista e historiador, que atribuiu à Estatística um caráter científico, considerando-a "um conjunto de elementos socioeconômicos e políticos nos quais se assenta o Estado".

No século XIX destaca-se Karl Pearson (1857-1936), fundador do primeiro departamento universitário dedicado à Estatística aplicada, tornando-a uma disciplina científica independente, integrando-a com várias áreas do conhecimento. Com especial interesse no estudo da "bioestatística", contribuiu, no campo da Psicologia, com a pesquisa estatística da evolução do comportamento humano.

Por fornecer dados que embasam todo tipo de pesquisa, é uma disciplina presente em quase todos os cursos superiores. Neste capítulo damos continuidade ao estudo da Estatística que você já deve ter iniciado em séries anteriores, aprofundando-nos um pouco mais ao abordarmos problemas que envolvem conceitos e termos mais específicos. Apesar da frequência com que aparece no nosso dia a dia, uma vez que gráficos e tabelas povoam jornais e revistas, a Estatística pode nos levar a detalhes bastante sofisticados, que envolvem maior conhecimento técnico.

ATENÇÃO! NÃO ESCREVA NO LIVRO.

>Atividades

1. Segundo dados de 2003, para reduzir o consumo de agrotóxico, alguns países da Europa cobram dos produtores desse material uma taxa sobre as vendas realizadas. O gráfico seguinte mostra essa taxa em três países. Parte da arrecadação é destinada para a fiscalização e parte é direcionada para a pesquisa, com o objetivo de promover técnicas alternativas de plantio.

a) Qual desses países cobra maior taxa sobre as vendas de agrotóxico de seus produtores?
b) Estabeleça uma relação entre a maior e a menor taxa cobrada por esses países.
c) Se em um semestre um produtor da Dinamarca vende um total de 12 500 euros da sua produção de agrotóxico, quanto ele deve pagar ao governo nesse período?

2. Veja o que o professor de Matemática afirmou a respeito das médias do 2º bimestre obtidas por seus alunos da 3ª B: "No 2º bimestre, de todos os meus alunos da 3ª série B, 3 ficaram com média 5,5, enquanto 12 ficaram com 6,0; por outro lado, 6 obtiveram média 7,0, outros 9, média 8,5, e os 6 restantes ficaram com média 9,5".
a) Arrume os dados declarados por esse professor numa tabela.
b) Responda: Quantos alunos havia na 3ª série B?
c) Numa folha de papel quadriculado, faça um gráfico de barras, pinte uma quadrícula para cada 3 alunos e considere que o eixo horizontal (x) representa as notas e o eixo vertical (y) o número de alunos.

Figura 3.2: Introdução do capítulo 2.

Apresentar o conteúdo, ressaltando principalmente, sua relevância nos dias atuais, é muito importante para os alunos. Estudar algo onde sabemos as áreas em que isto é utilizado ou mesmo, que se possa ter uma perspectiva de uma aplicação em nosso cotidiano é motivador. Um ponto positivo para o autor. Devemos sempre que possível, tentar aproximar a realidade com o conteúdo, pois dessa forma, o aluno deixa de enxergar a Matemática como algo abstrato.

Chama a atenção ainda, o fato de que, nessas páginas iniciais, o autor já introduz uma atividade, onde explora a análise de um gráfico em uma das questões e, na outra, trabalha com a elaboração de uma tabela de dados e na construção de um gráfico. De modo geral, o autor considera que o conteúdo já fora trabalhado em séries anteriores e que o leitor (aluno) já tenha o conhecimento para a resolução. Achamos que nesse momento, esta atividade não foi adequada, visto que, ao se tratar de uma obra selecionada para ser utilizada no ensino público, tal conteúdo pode não ter sido explorado nas séries anteriores. Seria interessante que ao invés dessa atividade, tivesse um exemplo com um caráter motivacional, que estimulasse no aluno o interesse em conhecer do que realmente se trata a Estatística.

Em seguida, o autor subdivide o capítulo em seis seções, as quais analisaremos individualmente:

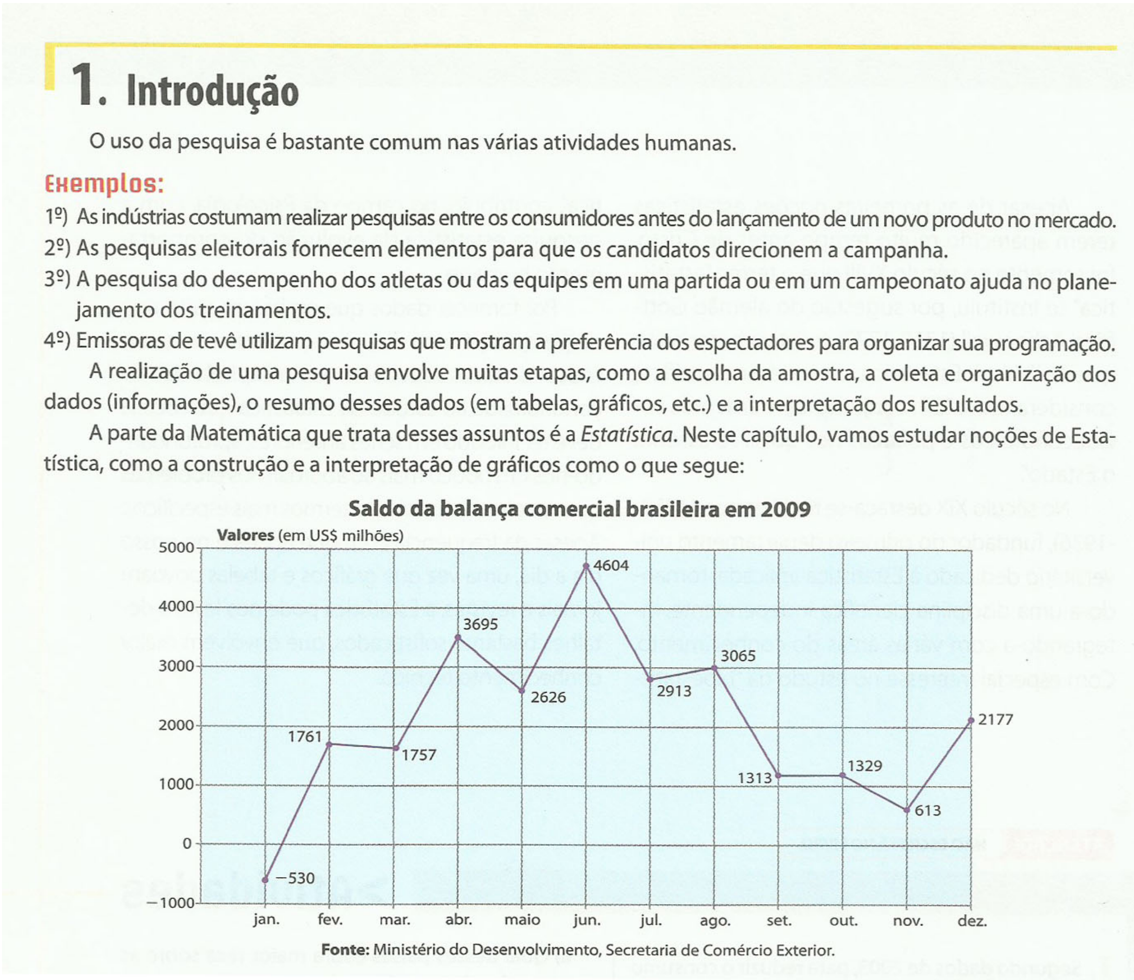
1. Introdução
2. Termos de uma pesquisa estatística
3. Representação Gráfica
4. Medidas de tendência central
5. Medidas de dispersão
6. Estatística e probabilidade
7. A matemática e as práticas sociais

3.3.1 Introdução

Nesta seção, o autor dá continuidade ao que foi feito nas páginas iniciais. Enumera alguns exemplos, onde é importante o uso da pesquisa nas atividades humanas e apresenta um gráfico de segmentos, como podemos observar na figura 3.3.

Ainda na figura 3.3, o autor cita as etapas necessárias para a realização de uma pesquisa e define a Estatística como a "parte da Matemática que trata desses assuntos". Apesar de ser bem definida, achamos que essa definição deveria merecer mais destaque visual, dada a relevância do assunto a ser tratado.

Em linhas gerais, consideramos uma boa seção. A definição de Estatística, feita numa linguagem simples e bem acessível para o aluno e a descrição das etapas de uma pesquisa estatística, ficam como pontos positivos. Como já fora citado, é sempre interessante destacar a atuação e a importância da Estatística nas diversas áreas do conhecimento, o que serve como estímulo para a aprendizagem dos alunos.



1. Introdução

O uso da pesquisa é bastante comum nas várias atividades humanas.

Exemplos:

1º) As indústrias costumam realizar pesquisas entre os consumidores antes do lançamento de um novo produto no mercado.
2º) As pesquisas eleitorais fornecem elementos para que os candidatos direcionem a campanha.
3º) A pesquisa do desempenho dos atletas ou das equipes em uma partida ou em um campeonato ajuda no planejamento dos treinamentos.
4º) Emissoras de tevê utilizam pesquisas que mostram a preferência dos espectadores para organizar sua programação.

A realização de uma pesquisa envolve muitas etapas, como a escolha da amostra, a coleta e organização dos dados (informações), o resumo desses dados (em tabelas, gráficos, etc.) e a interpretação dos resultados.

A parte da Matemática que trata desses assuntos é a *Estatística*. Neste capítulo, vamos estudar noções de Estatística, como a construção e a interpretação de gráficos como o que segue:

Fonte: Ministério do Desenvolvimento, Secretaria de Comércio Exterior.

Figura 3.3: Introdução

O ponto negativo fica por conta do gráfico utilizado. A escolha deste poderia ter alguma referência com os exemplos que foram citados anteriormente, tais como o desempenho dos atletas em uma partida ou as preferências dos espectadores sobre a programação das emissoras de tevê.

3.3.2 Termos de uma pesquisa estatística

Nesta seção, são trabalhados conceitos importantes no estudo da Estatística como: população, amostra, objeto e variável. Estes são apresentados através de exemplos, que favorece o entendimento do aluno.

Neste momento, o autor faz uso da notação de conjuntos para expor a relação entre população e amostra, como podemos ver na figura 3.4. Com isso, o autor já demonstra a sistematização do conteúdo de Estatística com o de Probabilidade, abordado no volume 2 dessa mesma coleção.

2. Termos de uma pesquisa estatística

População e amostra

Se quisermos saber, por exemplo, qual a matéria favorita entre os alunos de uma classe, podemos consultar todos os alunos da classe.

No entanto, isso não é possível quando queremos pesquisar sobre a intenção de voto dos eleitores do estado de São Paulo, pois não podemos consultar todos os eleitores que constituem a *população* ou o *universo estatístico*.

Recorremos, então, ao que se chama de *amostra*, ou seja, um grupo de eleitores que, consultados, permitem que se chegue ao resultado mais próximo possível da realidade.

É comum aparecer na publicação das pesquisas quantos eleitores foram consultados, pois a escolha da amostra (quantos e quais eleitores) é fundamental para o resultado.

Chamando de **U** o universo estatístico e de **A** uma amostra, temos:

$$A \subset U$$

Para refletir

Em que situação temos A = U?

Indivíduo ou objeto

Cada elemento que compõe a amostra é um *indivíduo* ou *objeto*. No exemplo da intenção de voto, os indivíduos da pesquisa são pessoas. Quando se consideram algumas marcas de lâmpada para testar a durabilidade, cada marca é um objeto da pesquisa.

Figura 3.4: Termos de uma pesquisa estatística.

Além disso, o autor define *variável* e faz a distinção entre variáveis quantitativa e qualitativa e suas especificações (quantitativa discreta e contínua, qualitativa ordinal e nominal) também de modo simples, sempre associando a exemplos (Figura 3.5). Embora a explicação e os exemplos tenham sido bons, o autor deixou a desejar no exercício proposto, visto que este contém apenas uma questão abordando os temas trabalhados. Neste quesito, o autor poderia ter explorado mais questões envolvendo a identificação das variáveis e dos seus tipos.

Ainda nessa seção, são trabalhadas as distribuições de frequências, onde o autor apresenta as frequências absoluta (FA) e relativa (FR) com definições claras e objetivas, associadas a uma situação problema. Adicionamos aqui um ponto positivo pelo fato do autor relacionar a frequência relativa com a probabilidade de que um evento ocorra desde que "...o número total de citações seja suficientemente grande".

São trabalhadas também as *tabelas de frequências*. O autor inicia este tópico com uma situação em que estão listados a idade, o peso e a altura de um grupo de alunos. A partir desses dados, são elaboradas as tabelas de frequências para as variáveis idade e a altura. É destacada a necessidade de se trabalhar com *intervalos de classes*, onde este faz uso do símbolo $\vdash$ para indicar o intervalo "fechado à esquerda e aberto à direita". Define a diferença entre o maior e o menor valor do intervalo por *amplitude total* e, como critério para o número de intervalos, é sugerido que seja superior a quatro. Todas as definições feitas foram aplicadas na elaboração de tabelas.

Variável

Uma indústria automotiva que pretende lançar um novo modelo de carro faz uma pesquisa para sondar a preferência dos consumidores sobre tipo de combustível, número de portas, potência do motor, preço, cor, tamanho, etc. Cada uma dessas características é uma *variável* da pesquisa.

Na variável "tipo de combustível", a escolha pode ser, por exemplo, entre álcool e gasolina. Dizemos que esses são *valores* ou *realizações* da variável "tipo de combustível".

Variável qualitativa

Em uma pesquisa que envolve pessoas, por exemplo, as variáveis consideradas podem ser sexo, cor de cabelo, esporte favorito e grau de instrução. Nesse caso dizemos que as variáveis são *qualitativas*, pois apresentam como possíveis valores uma qualidade (ou atributo) dos indivíduos pesquisados.

Além disso, dizemos que as variáveis qualitativas podem ser *ordinais*, quando existe uma ordem nos seus valores, ou *nominais*, quando isso não ocorre.

Exemplo:

"Grau de instrução" é uma *variável qualitativa ordinal*, já que seus valores podem ser ordenados (fundamental, médio, superior, etc.).

Para refletir

"Esporte favorito" é uma *variável qualitativa nominal*. Justifique.

Variável quantitativa

Quando as variáveis de uma pesquisa são, por exemplo, altura, peso, idade em anos e número de irmãos, dizemos que elas são *quantitativas*, pois seus possíveis valores são números.

As variáveis quantitativas podem ser *discretas*, quando se trata de contagem (números inteiros), ou *contínuas*, quando se trata de medida (números reais).

Exemplos:

1º) "Número de irmãos" é uma *variável quantitativa discreta*, pois podemos contar (0, 1, 2, etc.).

2º) "Altura" é uma *variável quantitativa contínua*, uma vez que pode ser medida (1,55 m, 1,80 m, 1,73 m, etc.).

Quadro-resumo dos tipos de variável de uma pesquisa:

$$\text{Variável}\begin{cases}\text{qualitativa}\begin{cases}\text{nominal}\\ \text{ordinal}\end{cases}\\ \text{quantitativa}\begin{cases}\text{discreta}\\ \text{contínua}\end{cases}\end{cases}$$

Para refletir

A idade em anos exatos pode ser considerada variável quantitativa discreta (8, 10, 17, etc.).

Exercício proposto ATENÇÃO! NÃO ESCREVA NO LIVRO.

1. Uma concessionária de automóveis tem cadastrados 3500 clientes e fez uma pesquisa sobre a preferência de compra em relação a "cor" (branco, vermelho ou azul), "preço", "número de portas" (duas ou quatro) e "estado de conservação" (novo ou usado). Foram consultados 210 clientes. Diante dessas informações, responda:

a) Qual é o universo estatístico e qual é a amostra dessa pesquisa?

b) Quais são as variáveis e qual é o tipo de cada uma?

c) Quais os possíveis valores da variável "cor" nessa pesquisa?

Figura 3.5: Variáveis.

Altura (em classes)	**Contagem**	**FA**	**FR** (decimal)	**FR** (%)
1,62 ⊢—— 1,65 m		2	0,10	10
1,65 ⊢—— 1,68 m		3	0,15	15
1,68 ⊢—— 1,71 m		6	0,30	30
1,71 ⊢—— 1,74 m		3	0,15	15
1,74 ⊢—— 1,77 m		4	0,20	20
1,77 ⊢—— 1,80 m		2	0,10	10
total		20	1,00	100

Figura 3.6: Tabela de frequências da variável altura.

Em seguida, outros exemplos envolvendo os conceitos já abordados (população, amostra, variável) e a elaboração das tabelas de frequências, foram feitos com referência a um quadro que apresenta dados de diversas variáveis. O que é um ponto bastante positivo dessa seção, pois é muito importante que o aluno consiga identificar a variável em estudo e, ao identificá-la, escolher a melhor representação tabular para o caso.

Vamos agora retomar os termos de Estatística vistos até aqui por meio da seguinte situação:

Em uma escola com 5 classes de 1ª série do ensino médio, cada uma com 45 alunos, foi feita uma pesquisa para traçar o perfil da 1ª série. Para tanto, foram selecionados 5 alunos de cada classe, que responderam a um questionário, a partir do qual foi elaborada a seguinte tabela:

Nome	Sexo	Idade (anos/meses)	Altura (cm)	Peso (kg)	Número de irmãos	Cor de cabelo	*Hobby*	Número do sapato	Manequim	Desempenho em Matemática
Antônio	M	15 a 4 m	156	49	2	castanho	esporte	36	38	ótimo
Artur	M	14 a 7 m	166	48	0	castanho	esporte	39	38	bom
Áurea	F	15 a 2 m	165	66	1	castanho	música	36	42	insuficiente
Bruno	M	14 a 8 m	175	63	0	castanho	patinação	40	42	regular
Carla	F	14 a 5 m	165	57	2	loiro	música	36	40	regular
Cláudia	F	15 a 3 m	164	50	2	loiro	dança	36	38	bom
Domingos	M	14 a 6 m	163	51	1	castanho	esporte	36	38	bom
Edite	F	14 a 7 m	160	60	3	castanho	música	36	40	ótimo
Flávia	F	14 a 7 m	175	65	1	castanho	esporte	37	42	bom
Fúlvio	M	14 a 5 m	150	38	1	ruivo	esporte	34	36	insuficiente
Geraldo	M	15 a 11 m	146	38	0	castanho	aeromodelismo	34	36	regular
José	M	14 a 10 m	165	52	1	castanho	dança	38	38	regular
Laura	F	14 a 0 m	165	53	2	castanho	dança	36	38	bom
Lúcia	F	14 a 8 m	167	65	2	castanho	música	37	42	bom
Mário	M	15 a 4 m	165	50	3	loiro	patinação	36	38	insuficiente
Mauro	M	14 a 11 m	163	54	4	castanho	esporte	38	40	ótimo
Nívea	F	15 a 2 m	164	63	1	loiro	esporte	38	42	bom
Orlando	M	14 a 8 m	159	64	2	castanho	música	37	42	regular
Patrícia	F	15 a 1 m	158	43	1	loiro	dança	36	36	insuficiente
Paula	F	14 a 11 m	163	53	1	castanho	dança	36	38	bom
Renata	F	14 a 3 m	162	52	1	castanho	dança	36	38	ótimo
Roberto	M	14 a 2 m	167	53	0	castanho	esporte	40	38	ótimo
Sandra	F	14 a 10 m	167	58	1	loiro	dança	40	40	ótimo
Teresa	F	15 a 9 m	155	49	0	castanho	patinação	35	36	ótimo
Vânia	F	15 a 2 m	152	41	3	castanho	música	34	36	bom

Figura 3.7: Quadro informativo dos valores das variáveis.

O autor retoma, nos exercícios propostos, questões envolvendo a identificação de variáveis e, assim como foi feito nos exemplos, o autor usa o quadro apresentado anteriormente nessas questões.

Os exercícios 7 e 8 dessa seção, apresentam tabelas com alguns dados não informados, cujo objetivo é completá-la usando como base, os dados que já estão dispostos. Exercícios como estes, desenvolvem no aluno não só a manipulação algébrica das expressões, mas também a aprendizagem do conceito, visto que, se o aluno não compreendeu do que se trata o dado apresentado, este não conseguirá desenvolver os cálculos necessários para a resolução.

Exercícios propostos

Para os exercícios 4, 5 e 6, utilize o quadro da página anterior.

4. Responda:

a) Das variáveis do quadro, quais são qualitativas nominais?

b) Quais são os valores da variável "sexo"?

c) Qual é a frequência absoluta do valor 38 da variável "manequim"? E a frequência relativa (em fração, decimal e porcentagem)?

d) Qual é o valor da variável "cor de cabelo", cuja frequência relativa é 72%?

5. Elabore a tabela de frequências da variável "desempenho em Matemática".

6. Construa a tabela de frequências da variável "altura" (em centímetros), com os valores em 6 intervalos (classes).

7. A tabela a seguir é resultante de uma pesquisa sobre os "gêneros musicais" mais vendidos em uma loja de CDs durante um dia. Complete os espaços.

Gênero musical	FA	FR	FR	FR
sertanejo				30%
MPB		$\frac{6}{25}$		
rock				
clássico			0,14	
total	50			

8. Foi feito o levantamento dos "salários" dos funcionários de uma empresa e, em seguida, foi elaborada a tabela de frequências, com os valores da variável em classes. Complete a tabela.

Salário (R$)	FA	FR
⊢		10%
⊢	15	
⊢	30	50%
⊢	6	
960 ⊢ 1050		
total		

9. Na Copa do Mundo da Alemanha (2006), o Brasil disputou os seguintes jogos: Brasil 1 × 0 Croácia; Brasil 2 × 0 Austrália; Brasil 4 × 1 Japão; Brasil 3 × 0 Gana; Brasil 0 × 1 França.

a) Construa a tabela de frequências da variável "resultados", considerando como valores as vitórias, os empates e as derrotas.

b) Elabore a tabela de frequências da variável "gols marcados por partida", usando como valores 1 gol, 2 gols, 3 gols e 5 gols.

Figura 3.8: Exercício proposto - Tabelas de frequências

De modo geral, é uma seção que conta com vários pontos positivos que possibilitam o aluno a compreensão da importância da organização dos dados de uma pesquisa estatística. Uma pequena sugestão seria abordar, em uma das questões propostas, que o próprio aluno fizesse uma coleta de dados e desta, elaborasse uma tabela de frequências.

3.3.3 Representação gráfica

Nesta seção, são apresentados os seguintes tipos de representação gráfica: segmentos, barras, setores, histograma e pictograma.

Gráfico de segmentos

A tabela que segue mostra a venda de livros em uma livraria no segundo semestre de determinado ano.

Meses do segundo semestre	Número de livros vendidos
julho	350
agosto	300
setembro	400
outubro	400
novembro	450
dezembro	500

A situação do exemplo estabelece uma correspondência que pode ser expressa por pares ordenados (julho, 350), (agosto, 300), etc. Usando eixos cartesianos, localizamos os seis pares ordenados e construímos um gráfico de segmentos.

Os gráficos de segmentos são utilizados principalmente para mostrar a evolução das frequências dos valores de uma variável durante certo período.

Figura 3.9: Gráfico de segmentos.

O gráfico de segmentos apresentado é elaborado com base numa tabela dada. Neste ponto, o autor descreve as etapas necessárias para a construção desse tipo de gráfico e, com base neste, expõe uma análise dessa representação. Mais do que saber construir um gráfico, é essencial que o aluno consiga extrair e interpretar as informações nele contidas. Nesse quesito, o autor foi feliz na apresentação dessa representação gráfica.

O gráfico de barras, também é elaborado com base numa tabela pronta. Além desse, são apresentados outros gráficos de fontes diversas. Mesmo sendo uma representação simples de se compreender, o autor poderia ter interpretado os gráficos apresentados, estimulando o aluno a ter um olhar mais crítico ao fazer a sua análise.

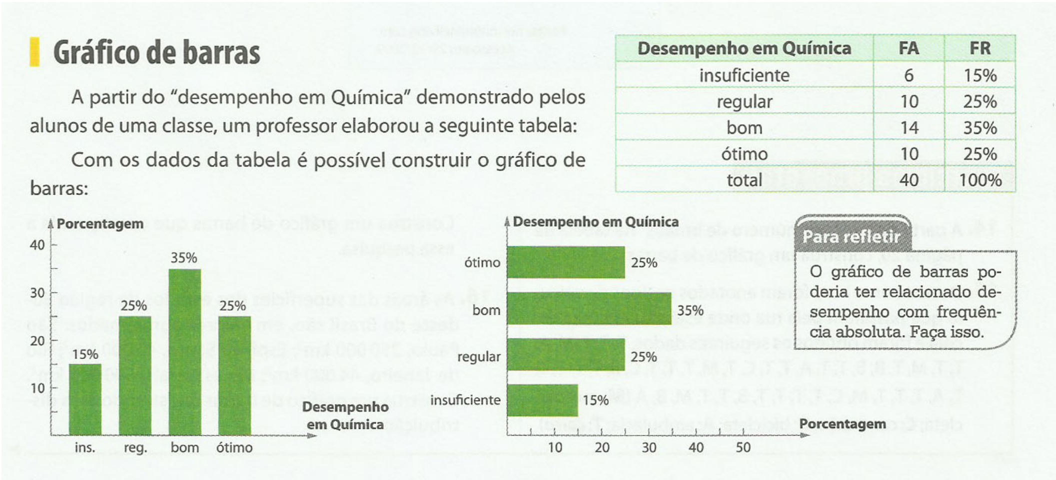


Gráfico de barras

A partir do "desempenho em Química" demonstrado pelos alunos de uma classe, um professor elaborou a seguinte tabela:

Desempenho em Química	FA	FR
insuficiente	6	15%
regular	10	25%
bom	14	35%
ótimo	10	25%
total	40	100%

Com os dados da tabela é possível construir o gráfico de barras:

Figura 3.10: Gráfico de barras.

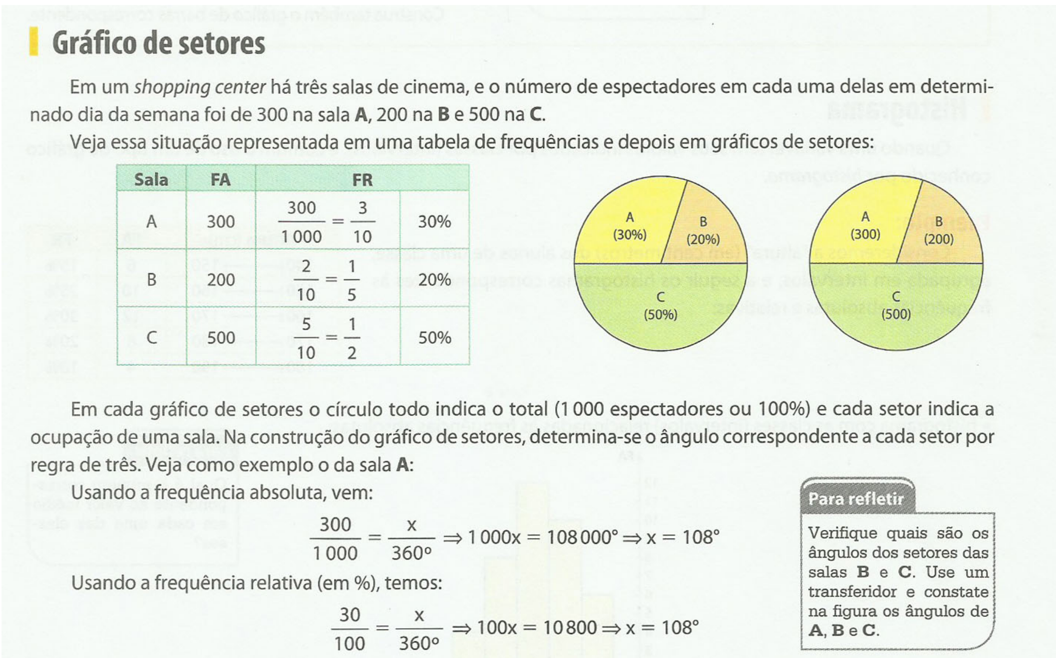


Gráfico de setores

Em um *shopping center* há três salas de cinema, e o número de espectadores em cada uma delas em determinado dia da semana foi de 300 na sala **A**, 200 na **B** e 500 na **C**.

Veja essa situação representada em uma tabela de frequências e depois em gráficos de setores:

Sala	FA	FR	
A	300	$\frac{300}{1\,000} = \frac{3}{10}$	30%
B	200	$\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$	20%
C	500	$\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$	50%

Em cada gráfico de setores o círculo todo indica o total (1 000 espectadores ou 100%) e cada setor indica a ocupação de uma sala. Na construção do gráfico de setores, determina-se o ângulo correspondente a cada setor por regra de três. Veja como exemplo o da sala **A**:

Usando a frequência absoluta, vem:

$$\frac{300}{1\,000} = \frac{x}{360°} \Rightarrow 1\,000x = 108\,000° \Rightarrow x = 108°$$

Usando a frequência relativa (em %), temos:

$$\frac{30}{100} = \frac{x}{360°} \Rightarrow 100x = 10\,800 \Rightarrow x = 108°$$

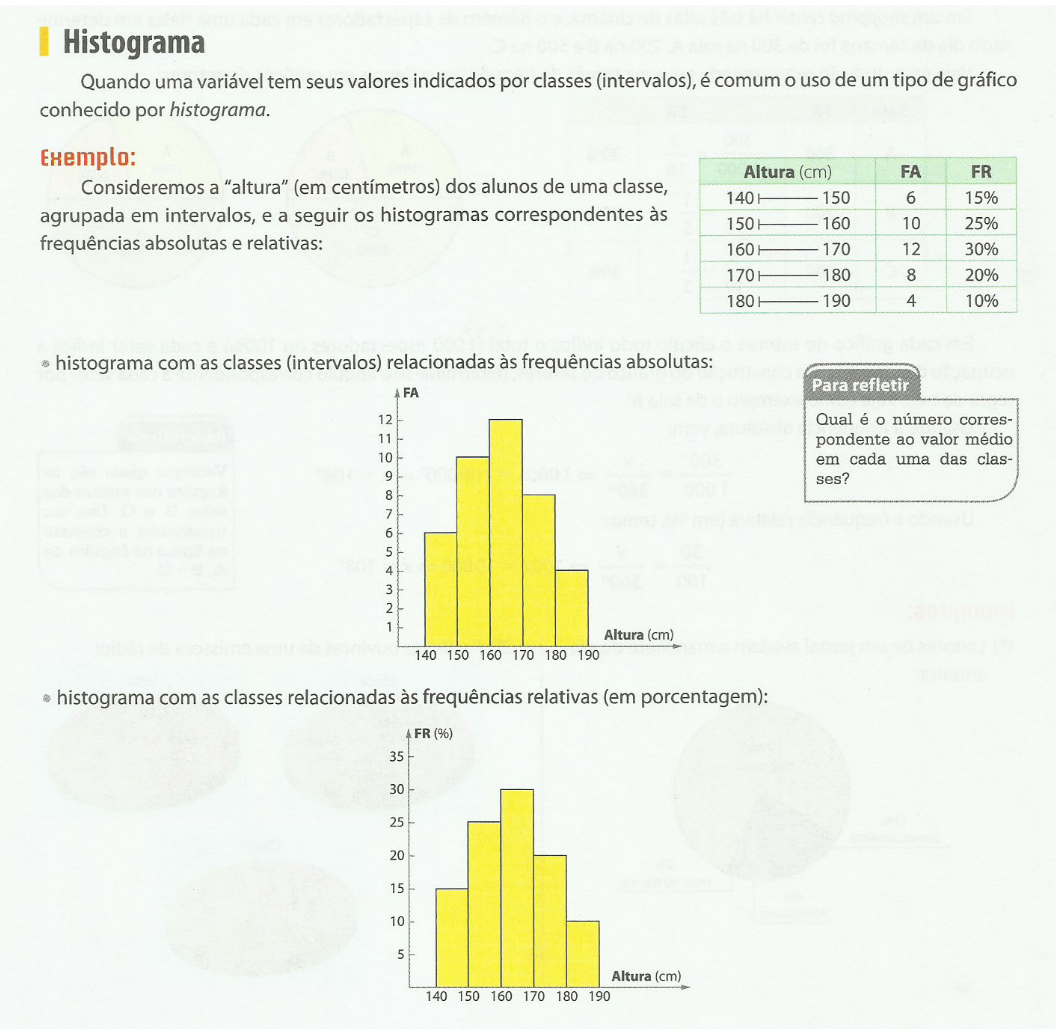
Para refletir

Verifique quais são os ângulos dos setores das salas **B** e **C**. Use um transferidor e constate na figura os ângulos de **A**, **B** e **C**.

Figura 3.11: Gráfico de setores

O gráfico de setores é muito bem explicado. Inicia-se com uma situação problema e desta é elaborada a tabela de frequências para, posteriormente, contruir o gráfico de setores. O autor tem um cuidado especial nos cálculos de *regra de três* que são utilizados para a determinação do ângulo correspondente à porcentagem ocupada pelo setor. Ressaltamos a importância dos cálculos da regra de três, visto que, por se tratar de um assunto trabalhado no ensino fundamental, é comum que alguns alunos cheguem ao ensino médio com dificuldades nesse tipo de cálculo.

O histograma é apresentado como o gráfico indicado "[...] quando uma variável tem seus valores indicados por classes [...]". Diferentemente dos outros gráficos, o exemplo inicial apresenta o histograma como uma representação da tabela de frequências, mas não é trabalhada a sua construção e nem é feita uma análise do mesmo, apenas no final da seção, o autor apresenta um exemplo resolvido que envolve a construção do histograma, o que é um ponto negativo, visto que o histograma é uma das melhores representações gráficas para dados agrupados em classes.



Histograma

Quando uma variável tem seus valores indicados por classes (intervalos), é comum o uso de um tipo de gráfico conhecido por *histograma*.

Exemplo:

Consideremos a "altura" (em centímetros) dos alunos de uma classe, agrupada em intervalos, e a seguir os histogramas correspondentes às frequências absolutas e relativas:

Altura (cm)	FA	FR
140 ⊢ 150	6	15%
150 ⊢ 160	10	25%
160 ⊢ 170	12	30%
170 ⊢ 180	8	20%
180 ⊢ 190	4	10%

- histograma com as classes (intervalos) relacionadas às frequências absolutas:

Para refletir

Qual é o número correspondente ao valor médio em cada uma das classes?

- histograma com as classes relacionadas às frequências relativas (em porcentagem):

Figura 3.12: Histograma.

Também é comentado sucintamente sobre o polígono de frequências, o qual chama de "polígono do histograma", onde diz que "os segmentos que ligam em sequência os pontos médios das bases superiores formam um gráfico de segmentos conhecido como polígono do histograma".

São apresentados também dois exercícios resolvidos.

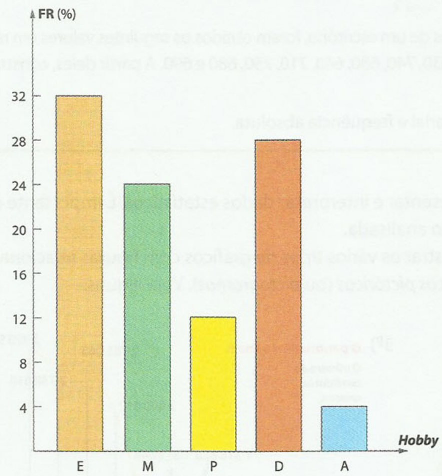
Exemplos:

1º) Vamos construir a tabela de frequências e os gráficos de barras e de setores para a variável *hobby* da primeira tabela da página 20.

Hobby	Contagem	FA	FR	
esporte (E)		8	$\frac{8}{25} = 0{,}32$	32%
música (M)		6	$\frac{6}{25} = 0{,}24$	24%
patinação (P)		3	$\frac{3}{25} = 0{,}12$	12%
dança (D)		7	$\frac{7}{25} = 0{,}28$	28%
aeromodelismo (A)	|	1	$\frac{1}{25} = 0{,}04$	4%
total		25	1	100%

$$\frac{4}{100} = \frac{x}{360°} \Rightarrow 100x = 1\,440° \Rightarrow x = 14{,}4°$$

A cada 4% corresponde um setor de 14,4°.



E: 32% (8 · 4%) ⟶ 8 · 14,4° = 115,2°

M: 24% (6 · 4%) ⟶ 6 · 14,4° = 86,4°

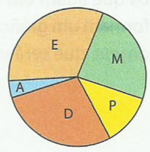
P: 12% (3 · 4%) ⟶ 3 · 14,4° = 43,2°

D: 28% (7 · 4%) ⟶ 7 · 14,4° = 100,8°

A: 4% ⟶ 14,4°

Então:

115,2 + 86,4 + 43,2 + 100,8 + 14,4 = 360,0°



2º) Na realização de uma prova foi anotado o tempo que cada aluno gastou para concluí-la (em minutos): 56; 51; 57; 49; 51; 51; 46; 50; 50; 47; 44; 57; 53; 50; 43; 55; 48; 56; 49; 51; 47; 46; 54; 52; 55; 45; 49; 50; 48; 51.

a) A partir desses dados vamos construir a tabela de frequências com os valores em 5 classes;
Subtraindo o menor valor do maior valor, a amplitude total será:
57 − 43 = 14
Sabendo que são 5 classes e escolhendo o número 15, a amplitude de cada classe será:
15 : 5 = 3

Tempo (min)	Contagem	FA	FR
43 ⊢ 46		3	10%
46 ⊢ 49		6	20%
49 ⊢ 52		12	40%
52 ⊢ 55		3	10%
55 ⊢ 58		6	20%
total		30	100%

b) Vamos construir o histograma relacionando as classes e suas frequências absolutas.

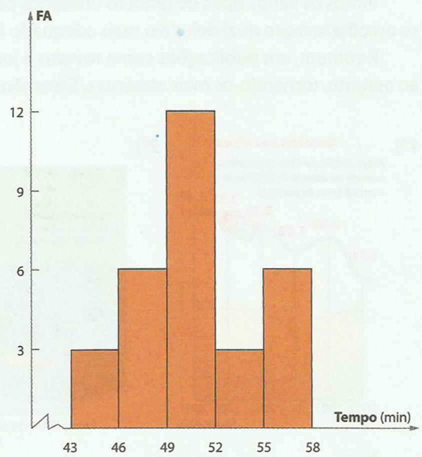


Figura 3.13: Exercícios resolvidos - Gráficos estatísticos

O primeiro aborda a construção de uma tabela de frequências de uma variável, cujas frequências são apresentadas no quadro utilizado na seção anterior (Figura 3.7). Além disso, com base nessa tabela, são construídos os gráficos de barras e de setores. Para gráfico de setores, são calculados todos os ângulos correspondentes às porcentagens calculadas e ainda, verifica-se se a soma dos ângulos determinados é igual a 360^o. O segundo exercício resolvido, possui o mesmo objetivo do primeiro porém, este trabalha com a construção de uma tabela com intervalos de classes e, em seguida, com a construção do histograma. Percebemos que o autor apresenta sempre retoma os conteúdos já abordados no desenvolvimento do capítulo. Essa prática é muito interessante, pois apresenta a junção dos conceitos trabalhados em seções anteriores com a seção atual, auxiliando a fixação e a compreensão dos conteúdos apresentados.

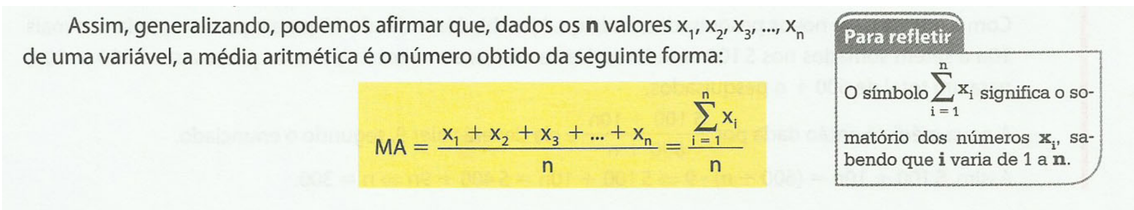
Para cada gráfico apresentado um exercício era proposto. Em todos os exercícios, as questões apresentadas trabalhavam a construção e a análise dos gráficos. O que é interessante, pois ao se estabelecer uma sequência didática, o processo de ensino-aprendizagem é facilitado.

De modo geral, a seção é bem explicada, possui uma linguagem simples, o que a torna favorável para o desenvolvimento do conteúdo pelo professror e para aprendizagem do aluno.

3.3.4 Medidas de tendência central

Nesta seção, são trabalhadas as seguintes medidas: média aritmética, média aritmética ponderada, moda e mediana.

Com relação à média aritmética, o autor apresenta inicialmente a resolução de dois exemplos simples, porém, bem explicados. Em seguida, faz o uso da generalização do cálculo das médias e usa o símbolo de somatório na sua definição, o que é um ponto positivo, visto que, a utilização desse símbolo não é tão usual nos livros didáticos.



Assim, generalizando, podemos afirmar que, dados os **n** valores $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ de uma variável, a média aritmética é o número obtido da seguinte forma:

$$MA = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

Para refletir

O símbolo $\sum_{i=1}^{n} x_i$ significa o somatório dos números x_i, sabendo que **i** varia de 1 a **n**.

Figura 3.14: Generalização da média aritmética.

A média ponderada é apresentada através de um exemplo, em que será calculada a média de um aluno que possui notas com pesos diferentes. Além disso, o autor reforça a ideia de média ponderada com outro exemplo, onde calcula a média aritmética de números que se repetem em uma determinada sequência. Apesar de ser muito bem explicada, sentimos falta da notação de média através do símbolo de somatório assim como a generalização, como fora feito anteriormente.

Outro ponto positivo, é o fato de salientar que, apesar das médias determinarem características de um grupo de números, em algumas situações ela pode não conseguir traçar o perfil correto do grupo, evidenciando aqui, a necessidade da utilização das outras medidas de tendência central: a moda e a mediana.

Exemplo:

tim-tim por tim-tim

(Ufscar-SP) Em uma pesquisa, foram consultados 600 consumidores sobre sua satisfação em relação a uma certa marca de sabão em pó. Cada consumidor deu uma nota de 0 a 10 para o produto, e a média final das notas foi 8,5. O número mínimo de consumidores que devem ser consultados, além dos que já foram, para que essa média passe para 9, é igual a:

a) 250. b) 300. c) 350. d) 400. e) 450.

1. Lendo e compreendendo

a) O que é dado no problema?

É dado que 600 consumidores já foram pesquisados e que a atual média é 8,5.

b) O que se pede?

Pede-se o número mínimo de consumidores que devem ser consultados a mais para que a média aumente de 8,5 para 9.

2. Planejando a solução

A pergunta do problema contém uma informação implícita: Todos os novos pesquisados deverão dar nota 10 para o produto, a fim de que a quantidade de novos pesquisados seja mínima. Apesar de ser uma hipótese não razoável na vida real (todos darem nota máxima é altamente improvável, apesar de não ser impossível), em termos teóricos essa hipótese permite que calculemos a quantidade mínima de novos pesquisados.

Assim, adicionaremos **n** novos pesquisados, todos dando média 10 ao produto, e faremos a média dos 600 + n pesquisados (no total) passar a ser 9.

3. Executando o que foi planejado

Se a média de 600 pesquisados é 8,5, então o somatório das notas desses 600 pesquisados é $600 \cdot 8{,}5 = 5\,100$.

Com a adição de **n** novos pesquisados, cada qual por hipótese dando 10 para o produto, teríamos mais 10n a serem somados nos 5 100 anteriores. Neste caso, a soma total das notas passa a ser $5\,100 + 10n$, para um total de $600 + n$ pesquisados.

A nova média é então dada por $\dfrac{5\,100 + 10n}{600 + n}$ e ela deverá valer 9, segundo o enunciado.

Assim, $5\,100 + 10n = (600 + n) \cdot 9 \Rightarrow 5\,100 + 10n = 5\,400 + 9n \Rightarrow n = 300$.

Figura 3.15: Exemplo resolvido - “tim-tim por tim-tim”.

Uma seção denominada “tim-tim por tim-tim” trabalha com o cálculo de médias de modo bem interessante. É abordada uma questão de um vestibular e esta é resolvida com vários detalhes, como investigação, elaboração da estratégia de resolução, execução, etc. Além disso, o autor foi muito feliz na escolha do problema, pois exige uma manipulação algébrica com os valores das frequências, o que foge um pouco do cálculo convencional das médias que é pouco observada nos livros didáticos.

Os exercícios propostos para o cálculo de médias são pobres em contextualização, mas interessantes no que se refere à manipulação algébrica dos valores.

Exercícios propostos

23. Um time de futebol realizou algumas partidas e os resultados foram 3 a 1, 4 a 2, 1 a 1, 0 a 0, 3 a 2, 2 a 1 e 1 a 0. Sabendo que o time não perdeu nenhuma partida, calcule a média aritmética dos gols:
a) marcados;
b) sofridos.

24. Se um aluno já fez dois trabalhos e obteve 8,5 e 5,0, qual deve ser a nota do terceiro trabalho para que a média aritmética dos três seja 7,0?

25. Qual é a média de idade de um grupo em que há 6 pessoas de 14 anos, 9 pessoas de 20 e 5 pessoas de 16 anos?

26. Calcule a média aritmética ponderada de um aluno que obteve no bimestre 8,0 na prova (peso 2), 7,0 na pesquisa (peso 3), 9,0 no debate (peso 1) e 5,0 no trabalho de equipe (peso 2).

27. Atividade em dupla
A média das idades dos 11 funcionários de uma empresa era de 40 anos. Um dos funcionários se aposentou com 60 anos, saindo da empresa. A média de idade dos 10 funcionários restantes passou a ser:
a) 40 anos.
b) 39,8 anos.
c) 38,9 anos.
d) 38 anos.
e) 37,8 anos.

Figura 3.16: Exercícios propostos - Médias.

A moda e a mediana também são bem explicadas e são apresentados alguns exemplos. Entretanto, os exercícios deixam a desejar pela falta de contextualização e não são equivalentes à qualidade conforme o conteúdo foi apresentado.

Exercícios propostos

29. Durante os sete primeiros jogos de um campeonato, um time marcou, respectivamente, 3, 2, 1, 1, 4, 3 e 2 gols. Determine:
a) a média de gols por partida (MA);
b) a moda (Mo);
c) a mediana (Me).

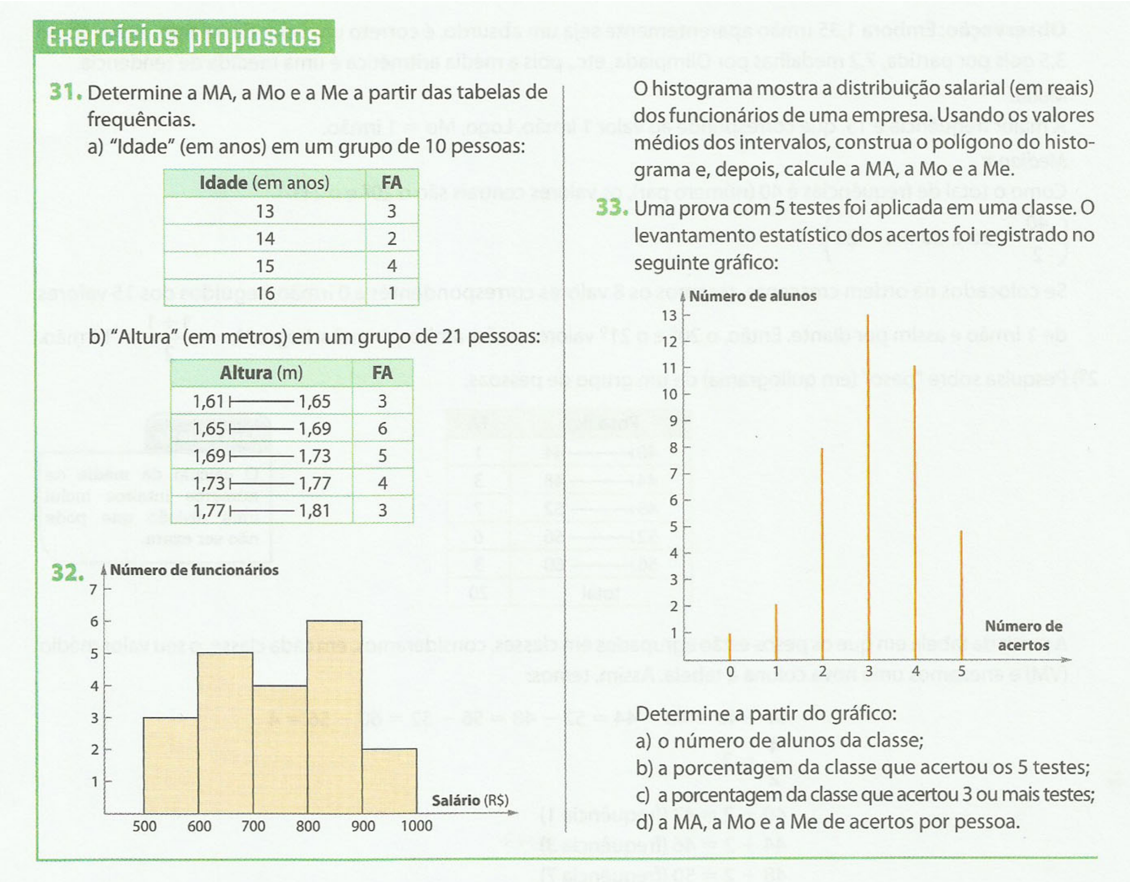
30. De segunda-feira a sábado, os gastos com alimentação de uma pessoa foram 15, 13, 12, 10, 14 e 14 reais. Determine:
a) a média diária de gastos (MA);
b) a moda (Mo);
c) a mediana (Me).

Figura 3.17: Exercícios propostos - Média, mediana e moda.

Outro ponto positivo dessa seção foi trabalhar o cálculo das medidas de tendência central mediante os dados apresentados em tabelas de frequências, uma vez que, nem sempre os dados a serem analisados, são dispostos de forma bruta. A necessidade de determinar a média, a moda e a mediana dessa forma é muito importante. E de forma clara e objetiva, as medidas foram calculadas, chamando a atenção principamente para o caso em que os valores da tabela estão agrupados em classes, onde foi utilizado o *valor médio* da classe denotado por VM, para o cálculo dessas medidas.

Os exercícios propostos para esse tipo de cálculo não são contextualizados, mas possuem características mais desafiadoras que os demais até então apresentados. Apesar do livro possuir ao final de cada capítulo, uma seção contendo questões de vestibulares de diversas regiões do Brasil, algumas questões poderiam já ser selecionadas para o exercício proposto, em especial, do ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio), visto que, trata-se de um livro destinado ao público que realizará as provas desse concurso nesse ano.

Questões envolvendo análise gráfica, seja para interpretação dos resultados ou para o cálculo dessas medidas, vêm sendo a tônica do ENEM nos últimos anos. Estimular os alunos, mediante um desafio a ser encarado por eles, pode ser uma alternativa interessante para nós professores desenvolvermos a aprendizagem dos mesmos.



Exercícios propostos

31. Determine a MA, a Mo e a Me a partir das tabelas de frequências.

a) "Idade" (em anos) em um grupo de 10 pessoas:

Idade (em anos)	FA
13	3
14	2
15	4
16	1

b) "Altura" (em metros) em um grupo de 21 pessoas:

Altura (m)	FA
1,61 ⊢ 1,65	3
1,65 ⊢ 1,69	6
1,69 ⊢ 1,73	5
1,73 ⊢ 1,77	4
1,77 ⊢ 1,81	3

32.

O histograma mostra a distribuição salarial (em reais) dos funcionários de uma empresa. Usando os valores médios dos intervalos, construa o polígono do histograma e, depois, calcule a MA, a Mo e a Me.

33. Uma prova com 5 testes foi aplicada em uma classe. O levantamento estatístico dos acertos foi registrado no seguinte gráfico:

Determine a partir do gráfico:

a) o número de alunos da classe;

b) a porcentagem da classe que acertou os 5 testes;

c) a porcentagem da classe que acertou 3 ou mais testes;

d) a MA, a Mo e a Me de acertos por pessoa.

Figura 3.18: Exercícios propostos - Medidas de tendência central

De modo geral, é uma seção bem apresentada pelo autor, com uma teoria abordada numa linguagem simples, porém com alguns formalismos, como por exemplo, o símbolo de somatório. O ponto negativo dessa seção fica por conta dos exercícios propostos, que são pobres em contextualização.

3.3.5 Medidas de dispersão

Nesta seção, são apresentadas as medidas de dispersão: variância e desvio-padrão.

O autor apresenta inicialmente um exemplo, onde as médias calculadas de três grupos de valores distintos são iguais e, oportunamente, ele evidencia a necessidade de outras medidas que possam caracterizar um determinado grupo, visto que, a média e, consequentemente, as medidas de tendência central, não são suficientes para tal ação.

Com base nisso, é definida a *variância*, denotada por (V), como "[...] a média dos quadrados dos desvios [...]". Os *desvios* são definidos como a diferença entre cada valor observado de um grupo pela média aritmética. Assim como fizera na definição de médias, o autor faz o uso da notação de somatório para escrever a expressão que permite o cálculo da variância. Com relação ao *desvio-padrão*, este é definido como a raiz quadrada da variância. O autor salienta a necessidade do cálculo do desvio-padrão, pois segundo ele "[...] é expresso na mesma unidade dos valores observados".

O autor também generaliza, através de expressões, tais medidas, ressaltando a interpretação dos resultados encontrados. O que é importante, pois ao destacar no texto, facilita ao leitor, a conclusão acerca da análise desenvolvida.

Resumindo, se $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ são os **n** valores de uma variável quantitativa **x**, temos:

- A média aritmética dos valores de **x**: $MA = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$
- a variância de **x**: $V = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - MA)^2}{n}$
- o desvio padrão de **x**: $DP = \sqrt{V}$

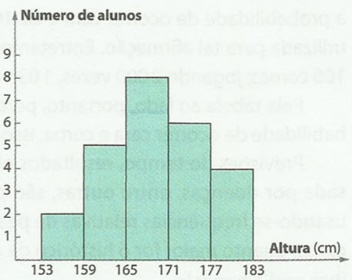
Observações:
1ª) Quando todos os valores da variável são iguais, o desvio padrão é 0.
2ª) Quanto mais próximo de 0 é o desvio padrão, mais homogênea é a distribuição dos valores da variável.
3ª) O desvio padrão é expresso na mesma unidade da variável.

Figura 3.19: Generalização das medidas de dispersão.

Em seguida, são trabalhados mais dois exemplos resolvidos. Em um deles, são calculadas média, variância e desvio-padrão mediante a análise de um histograma.

2º) O histograma mostra o resultado de uma pesquisa sobre altura (em centímetros) entre os alunos de uma classe. Vamos calcular o desvio padrão dessa variável.
No histograma, os valores da variável são intervalos e, por isso, vamos usar os seus pontos médios:

153 ⊢ 159 → 156 (frequência 2); 159 ⊢ 165 → 162 (frequência 5); 165 ⊢ 171 → 168 (frequência 8); 171 ⊢ 177 → 174 (frequência 6); 177 ⊢ 183 → 180 (frequência 4)



Média aritmética:

$$MA = \frac{2 \cdot 156 + 5 \cdot 162 + 8 \cdot 168 + 6 \cdot 174 + 4 \cdot 180}{2 + 5 + 8 + 6 + 4} = \frac{312 + 810 + 1\,344 + 1\,044 + 720}{25} =$$

$$= \frac{4\,230}{25} = 169{,}2 \text{ cm}$$

Desvios $(x_i - MA)$:

$156 - 169{,}2 = -13{,}2$; $162 - 169{,}2 = -7{,}2$; $168 - 169{,}2 = -1{,}2$; $174 - 169{,}2 = 4{,}8$; $180 - 169{,}2 = 10{,}8$

Variância:

$$V = \frac{2(-13{,}2)^2 + 5(-7{,}2)^2 + 8(-1{,}2)^2 + 6(4{,}8)^2 + 4(10{,}8)^2}{25} =$$

$$= \frac{348{,}48 + 259{,}2 + 11{,}52 + 138{,}24 + 466{,}56}{25} = \frac{1\,224}{25} = 48{,}96$$

Desvio padrão: $DP = \sqrt{48{,}96} \simeq 6{,}99$ cm

Para refletir
No cálculo da variância foram usadas as frequências.

Figura 3.20: Exemplo resolvido - Medidas de dispersão.

Mesmo não apresentando contextualização nesses exemplos, a manipulação algébrica é intensamente trabalhada, pois trata-se de um trabalho bem técnico, tornando-os extremamente úteis. Como já fora dito, a análise de gráficos para a obtenção dessas medidas é muito importante e, mais uma vez, o autor foi feliz ao abordar esse tipo de exemplo resolvido.

Com relação aos exercícios propostos, estes são muito técnicos e exigem apenas o uso das expressões trabalhadas e a manipulação aritmética dos valores sugeridos.

Exercícios propostos

Resolva os exercícios 34 e 35 em dupla.

34. Em um concurso o critério de aprovação leva em conta a média e o desvio padrão após a realização de 3 provas. Calcule a média e o desvio padrão de um candidato que nas provas obteve, respectivamente, 63 pontos, 56 pontos e 64 pontos.

35. Em uma classe as notas obtidas pelos alunos foram agrupadas da seguinte maneira:
$0 \vdash 2{,}0$ (1 aluno); $2{,}0 \vdash 4{,}0$ (6 alunos); $4{,}0 \vdash 6{,}0$ (9 alunos); $6{,}0 \vdash 8{,}0$ (8 alunos); $8{,}0 \vdash 10{,}0$ (6 alunos).

A partir desses dados:

a) construa o histograma;

b) construa o polígono do histograma;

c) calcule a média, a moda, a mediana e o desvio padrão.

Figura 3.21: Exercício proposto - Medidas de dispersão.

De modo geral, a seção é muito bem trabalhada. Com definições bem feitas e de rápido entendimento. Nessa seção, continua a falta de uma questão, resolvida ou proposta, que apresente alguma contextualização. Entretanto, a gama de questões de manipulação algébrica é o ponto alto dessa seção. O cálculo de variâncias e, consequentemente, os desvios-padrão, exigem muita atenção por parte do aluno em sua resolução. Neste ponto, a repetição de execícios técnicos não torna a seção cansativa.

3.3.6 Estatística e probabilidade

Nesta seção, o autor destaca a utilização da Estatística para estimar a probabilidade da ocorrência de um evento. Entretanto, a proposta do nosso trabalho é a Estatística Descritiva e, portanto, não faremos a análise desta.

3.3.7 A Matemática e as práticas sociais

Nesta seção, o autor foi muito feliz ao desenvolvê-la, pois além de trazer informações relevantes sobre a projeção da população brasileira, este usa de dados reais informados pelo IBGE, na formulação dos exercícios propostos. Diferentemente do que acontecera nas outras seções, nesses exercícios, as três componentes básicas da Matemática, a conceituação, a manipulação e a aplicação são utilizadas.

A MATEMÁTICA E AS PRÁTICAS SOCIAIS

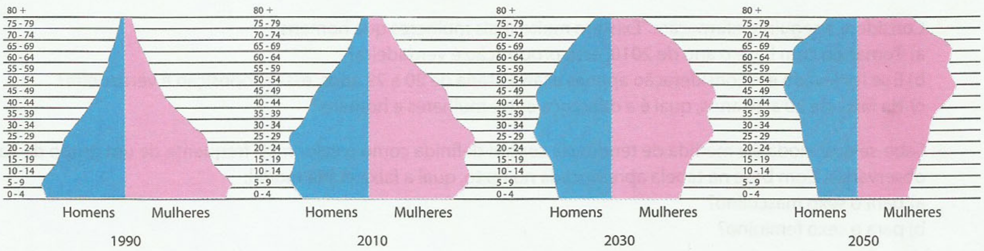
Projeção da população do Brasil

As estimativas populacionais, além de sua fundamental importância para o cálculo de indicadores sociodemográficos e econômicos nos períodos intercensitários, subsidiam ministérios e secretarias estaduais e municipais para a formulação, a implementação e a posterior avaliação de seus respectivos programas de desenvolvimento e, em particular, das ações contidas em suas políticas sociais, constitutindo, ainda, o principal parâmetro para o Tribunal de Contas da União (TCU) distribuir as quotas partes relativas ao Fundo de Participação de Estados e Municípios.

Com o objetivo de proporcionar total transparência à sociedade, em geral, e aos usuários destas informações, em especial, o IBGE apresenta os resultados e a metodologia empregada no Sistema de Projeções e Estimativas da População do Brasil, em sua revisão 2008. A atualização empreendida incorpora as informações sobre as tendências observadas da mortalidade, da fecundidade e da migração em nível nacional, no período de 1980 a 2050, e utiliza para tal o Método das Componentes Demográficas.

A análise dos resultados, ilustrada com tabelas e gráficos, destaca as transformações mais relevantes observadas nos indicadores demográficos implícitos nessa projeção, sobretudo com relação ao acelerado processo de envelhecimento da população, resultante do efeito combinado da redução dos níveis da fecundidade e da mortalidade e do aumento da expectativa de vida, a partir de meados da década de 1980.

Pirâmides etárias absolutas

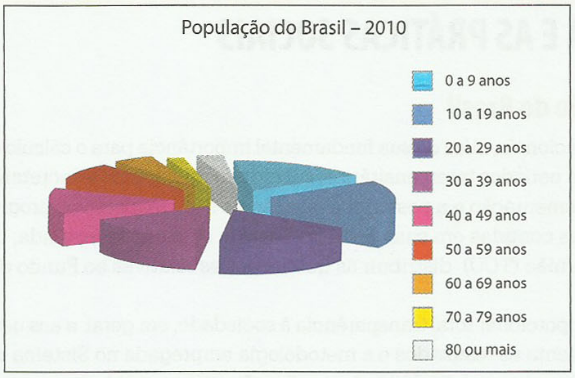


Projeção da população do Brasil por sexo e idade para 2010

Faixa etária (em anos)	**Homens**	**Mulheres**	**Ambos os sexos**
0 a 9	16 482 590	15 993 616	32 476 206
10 a 19	16 888 496	16 480 175	33 368 671
20 a 29	17 467 392	17 396 311	34 863 703
30 a 39	14 625 090	14 916 821	29 541 911
40 a 49	12 303 280	13 291 083	25 594 363
50 a 59	8 476 845	9 648 856	18 125 701
60 a 69	4 869 943	5 799 399	10 669 342
70 a 79	2 597 178	3 362 469	5 959 647
80 ou mais	1 082 138	1 570 922	2 653 060
Total	**94 792 952**	**98 459 652**	**193 252 604**

Figura 3.22: A Matemática e as práticas sociais.

Além disso, o autor dá sugestões de pesquisas por meio da *internet* e de discussões em sala da aula para enriquecer ainda mais o tema a ser desenvolvido. Mais do que uma sugestão pontual, a discussão sobre temas atuais e representação dessas informações através de ferramentas gráficas, favorece o estudo da Estatística e do olhar crítico do aluno perante a sociedade.



Fonte: Adaptado de *Projeção da População do Brasil por Sexo e Idade – 1980-2050 – Revisão 2008*, IBGE. www.ibge.gov.br. Acesso em 29/12/2009.

CALCULANDO E COMPREENDENDO MELHOR O TEXTO

1. Com base no desenvolvimento da pirâmide etária no Brasil, entre 1990 e 2050, o que se pode esperar com respeito à taxa de natalidade e à expectativa de vida nas próximas décadas?

2. Considere a seguinte afirmação: "Existem muito mais mulheres que homens".
   a) Tomando com base o ano de 2010, essa proposição é verdadeira?
   b) E se for levada em consideração apenas a faixa etária de 20 a 29 anos, essa proposição é verdadeira?
   c) Na faixa de 20 a 29 anos, qual é a diferença entre mulheres e homens?

3. Sabe-se que moda é a medida de tendência central definida como o valor mais frequente de um grupo de valores observados. Com base na tabela apresentada no texto, qual a faixa etária modal:
   a) para o sexo masculino?
   b) para o sexo feminino?

4. No ano de 2010, quais as frequências absolutas e relativas dos sexos masculino e feminino? (Faça uso de uma calculadora para determinar as frequências relativas.)

PESQUISANDO E DISCUTINDO

5. Verifique, com as pessoas da sua casa, as médias das idades e das alturas e depois compare esses valores com os resultados obtidos pelos seus colegas.

6. É necessário que o Brasil dê mais atenção à população idosa, priorizando as políticas de assistência social, saúde, previdência e habitação. Essas políticas são essenciais aos cidadãos que tanto fizeram por este país. Tendo em vista que a população brasileira está envelhecendo, pesquise e discuta com seus colegas quais dessas políticas estão de fato sendo aplicadas na sua cidade.

VEJA MAIS SOBRE O ASSUNTO

Procure mais informações em jornais, revistas e nos *sites* www.ibge.com.br, www.portaldoenvelhecimento.net/principal/principal.htm e www.dieese.org.br.

Figura 3.23: A Matemática e as práticas sociais

3.4 Considerações sobre a análise do capítulo 2 do livro

De modo geral, no capítulo analisado, a teoria é bem apresentada, assim como a sequência estabelecida para a apresentação dos conteúdos é satisfatória, o que facilita a assimilação dos mesmos pelo leitor.

As componentes básicas do ensino de Matemática, a conceituação, a manipulação e aplicação, apresentadas na seção 3.1 do nosso trabalho, puderam ser observadas. Nos conteúdos iniciais, as definições e conceitos eram agregados a exemplos, mas, progressivamente, foram bem definidos de modo claro com a utilização de notações pré-estabelecidas.

A manipulação é a componente básica mais observada em nossa análise. O autor trabalha a manipulação não só nos exemplos e exercícios resolvidos, como também na grande maioria dos exercícios propostos. Apesar de ser bem utilizada, o capítulo apresenta uma grande quantidade de exercícios triviais, cuja resolução pode ser feita de modo mecânico, sem ao menos ter entendido a teoria apresentada.

Desse modo, a aplicação é a componente que não foi muito observada em nossa análise. Podemos perceber o cuidado na escolha das representações gráficas que exibissem informações nas quais podem ser de interesse do aluno, mas nos exercícios isso foi pouco notado. Vale mais uma vez salientar a última seção do capítulo 2, intitulada *A Matemática e as práticas sociais*, é muito boa, destoando no quesito aplicação, das demais seções apresentadas.

Ao término de nossa análise, concluímos que o livro analisado, em especial o capítulo 2, é considerado um material que consegue transmitir ao aluno as informações necessárias para o desenvolvimento de sua aprendizagem. Entretanto, para nós professores, a sua utilização não deve ser considerada como a única referência. É essencial que este o analise, adeque-o à sua metodologia de ensino e que preencha as lacunas que foram deixadas pelo autor no decorrer do trabalho.

Capítulo 4

A Descrição do Projeto

As atividades foram desenvolvidas em duas turmas do 3º ano do ensino médio noturno da Escola Estadual Major Veneziano Vital do Rêgo, localizada na cidade de Campina Grande, Paraíba. A escolha das turmas foi tomada devido ao fato de que o conteúdo de Estatística encontra-se no livro didático referente a essa série. Além disso, os alunos nessa fase se submetem às provas do ENEM e, dada a relevância vista nos últimos anos acerca de questões envolvendo Estatística, contribuiu para a escolha dessas turmas.

Iniciamos, em ambas as turmas, o estudo sobre Estatística, mostrando como esta ciência, de fato, está cada vez mais presente no nosso cotidiano. A sua utilização pelos veículos de comunicação para apresentação de informações como: taxas (crescimento populacional, mortalidade, violência, veículos, desemprego, etc.), pesquisas (eleitorais, opinião, consumo, etc.) dentre outras, faz com que seja de fundamental importância ter o conhecimento sobre esse estudo. Haja vista que, por parte dos alunos, é o momento de escolher uma carreira profissional, sabendo disso exibimos entrevistas em vídeo que mostravam o papel do profissional de Estatística perante a sociedade e sua relevância no mercado de trabalho.

Os conteúdos abordados foram organizados da seguinte forma:

1. População e Amostra, Tipos de Variável e Tabelas de Frequências
2. Gráficos Estatísticos;
3. Medidas de Tendência Central (média aritmética, moda e mediana);
4. Média Aritmética Ponderada;
5. Medidas de Dispersão (Variância e Desvio-padrão).

Essa escolha foi baseada no fato da abordagem dos conteúdos em cada uma das turmas ter sido feita de modo distinto. Na turma B, trabalhamos o conteúdo de Estatística seguindo as orientações do livro didático adotado pela escola, que possui a mesma organização descrita acima e cuja análise crítica do capítulo referente a Estatística foi feita no capítulo anterior. Aqui, seguimos a teoria apresentada, utilizamos os exemplos sugeridos e os alunos resolveram os exercícios propostos mediante a supervisão e auxílio.

Enquanto a turma A, buscamos trabalhar a Estatística Descritiva através de uma metodologia que atuasse numa perspectiva construtiva, em que o aluno se depara com situações onde o uso da Estatística é necessária e a partir daí, desenvolver a aprendizagem através da resolução de problemas e dos conhecimentos por ele adquiridos ao longo do seu estudo. Nas seções seguintes, descreveremos as atividades trabalhadas e as conclusões tiradas após suas aplicações.

Ao final dessas atividades, foi aplicada nas duas turmas, uma avaliação individual e escrita e comparamos os resultados obtidos por cada uma mediante um teste estatístico.

4.1 Primeira Atividade

Nesta atividade, foram abordados os seguintes conteúdos: Amostra, Tipos de Variável, Tabelas de Frequências e Gráficos Estatísticos.

Para o início das atividades, foi solicitado aos alunos que elaborassem perguntas para confeccionar um questionário (ver Apêndice A.1) com o intuito de saber a opinião dos seus colegas sobre a própria escola. A pesquisa deveria ser realizada nos três turnos que a escola oferece. Além disso, as opiniões seriam anônimas e, juntamente com as respostas, deveriam ser informados dados como: gênero, idade, número de filhos e situação no mercado de trabalho.

Após a coleta de dados, iniciamos os trabalhos com o seguinte questionamento: Como a informação de uma parte dos alunos da escola serve para concluirmos o que se passa na nossa escola?

Nesse enfoque, trabalhamos o conceito de amostra de uma população e ainda, deixamos claro que a Estatística, diferente da Matemática, não é uma ciência exata, mas sim uma ciência que trabalha com aproximações e sempre na tentativa de minimizar os erros.

Em seguida, chamamos a atenção para as características das perguntas que foram feitas. E, diante disso, definimos e diferenciamos as variáveis estatísticas de acordo com o que estava no questionário.

Definimos frequência absoluta e frequência relativa e como calculá-las, de modo a colocar tais resultados encontrados numa tabela de frequências. Com base nesses resultados, foram construídos os gráficos com o auxílio de planilhas eletrônicas no laboratório de informática da escola. Estes se encontram no Apêndice A do trabalho.

Em linhas gerais, essa atividade contou com um grande envolvimento dos alunos, pois as perguntas que foram sugeridas eram também questionamentos pessoais e além disso, o fato de estarem contribuindo com informações que visam a melhoria da escola os deixaram bastante entusiasmados.

Por outro lado, alguns alunos demonstraram dificuldades com conhecimentos provenientes do ensino fundamental, como o cálculo de porcentagens e arredondamentos. Desse modo, sugerimos que antes de iniciar a abordagem da Estatística, fosse realizada uma breve revisão desses conteúdos.

4.2 Segunda Atividade

Nessa atividade, abordamos as medidas de tendência central, isto é, média aritmética, moda e mediana.

Iniciamos com uma atividade individual (ver Apêndice A.2), onde os alunos se depararam com um problema que envolvia a compra de dois produtos que possuíam preços distintos. Para determinarem os possíveis valores a serem pagos, foi utilizado um esquema semelhante a uma árvore de possibilidades.

Com base nos valores encontrados, os alunos calcularam o valor médio a ser pago pela compra desses produtos. Como o cálculo de média já é comum entre os alunos até pela sua utilização na escola em suas notas, não houve dificuldades e nem maiores comentários a respeito.

Entretanto, o conceito de mediana e moda não era de conhecimento deles. Assim, foi pedido inicialmente, que organizassem tais valores em uma determinada ordem (crescente ou decrescente) e daí, definimos a mediana como elemento central da sequência e o valor que apresentasse a maior frequência (repetição) como a moda.

De modo geral, os alunos não tiveram problemas com essa atividade. Por outro lado, após encontrarmos a mediana e a moda surgiram questionamentos como: "E se não tivesse um elemento central?" e "Se tiver mais de um valor com o mesmo número de repetições, qual é a moda?" Sendo assim, é interessante a resolução de outros exemplos, uma vez que, não é possível contemplar esses casos em apenas uma situação.

Deixamos claro também, que outros exemplos foram trabalhados em sala de aula. A atividade descrita aqui, é apenas a motivação para o processo de ensino-aprendizagem.

4.3 Terceira Atividade

Nessa atividade (ver Apêndice A.3) abordamos o cálculo de médias aritméticas ponderadas.

Para isso, iniciamos com um problema que tratava da avaliação dos serviços prestados por um certo hotel. Era informada numa tabela de frequências as avaliações dadas pelos clientes e pedia-se, em seguida, a avaliação média. Nesse momento, os alunos perceberam que o cálculo da média nessa situação não era tão imediata quanto o cálculo feito na atividade anterior. E, a partir daí, conceituamos a média aritmética ponderada, mostrando o seu cálculo.

Não houve maiores dificuldades na aplicação dessa atividade e na consequente aprendizagem dos alunos. Entretanto, alguns alunos questionaram se as médias (aritmética e aritmética ponderada) eram diferentes. Sendo assim, é interessante deixar claro que em ambos os casos calcula-se a média aritmética, porém, a média aritmética ponderada trata-se de um caso particular, que também pode ser calculada da forma trabalhada anteriormente, mas que o cálculo exposto nessa atividade, é mais simplificado que o usual.

4.4 Quarta Atividade

Nessa atividade trabalhamos as medidas de dispersão: variância e desvio-padrão.

Assim como nas outras atividades, iniciamos os trabalhos com uma situação problema (ver Apêndice A.4). A mesma continha uma tabela com as notas obtidas por três candidatos em um concurso e o candidato que tivesse a melhor média era o aprovado. Entretanto, era uma situação onde os candidatos obtiveram a mesma média, o que gerou entre os alunos a dúvida sobre qual candidato deveria ser aprovado. Mas, o próprio problema expunha um critério de desempate: que seria aprovado o candidato com melhor desempenho. E mais uma vez, gerou dúvida entre os alunos em estabelecer o candidato aprovado. Nesse momento, deixamos claro que apesar da média ser uma medida que expõe a característica de uma situação, esta nem sempre é mais apropriada, pelo fato de ser sensível a valores extremos. A partir daí, iniciamos com o conceito de variância e desvio-padrão assim como calculá-los, deixando claro que o candidato que tivesse o menor desvio padrão era o candidato com melhor desempenho.

A necessidade de usar as medidas de dispersão foi bem aceita pelos alunos. Por outro lado, houve grande dificuldade no cálculo da variância, seja pelo símbolo de somatório utilizado para expressar a fórmula da mesma ou pela resolução aritmética após a substituição dos valores informados. Sugerimos aqui, que seja feita anteriormente, uma apresentação do símbolo de somatório assim como sua utilização, para que seja bem compreendida a sua função, não ficando restrito apenas às fórmulas a serem utilizadas. E ainda, a explanação de outros exemplos, com a devida atenção nas regras aritméticas de resolução dessas expressões é algo bastante interessante. A ideia de calcular os desvios de cada observação em relação à média, separadamente, também é relevante.

4.5 Quinta Atividade

Essa atividade foi uma avaliação individual feita com os conteúdos já trabalhados e aplicada em ambas as turmas, com o intuito de compararmos os resultados para analisarmos posteriormente, o desempenho da metodologia sugerida.

Na primeira questão, abordamos uma situação em que era questionado o tipo de variável trabalhada, e que exigia a elaboração de uma tabela de frequências (absoluta e relativa) e a construção de um gráfico estatístico que representasse a situação.

A segunda questão trazia como informação para a resolução um gráfico de colunas. Pedia-se o cálculo de porcentagens e das medidas de tendência central (moda, média e mediana).

A terceira questão, continha um problema que trazia uma lista de valores e se pedia o cálculo da média, da variância e do desvio padrão.

A quarta questão, trazia uma pequena tabela de frequências, onde era questionado a probabilidade de certo evento ocorrer.

Capítulo 5

Análise Estatística

Conforme vimos nos capítulos anteriores, o conteúdo de Estatística foi trabalhado nas duas turmas do 3º ano do Ensino Médio de formas distintas. Faremos aqui uma análise estatística do desempenho obtido por cada turma mediante o resultado obtido pela avaliação individual aplicada em ambas as turmas, realizada após a aplicação das atividades.

5.1 Desempenho das Turmas

A turma A foi a escolhida para trabalhar com a proposta metodológica sugerida no capítulo anterior. A tabela a seguir expõe as notas obtidas pelos alunos os quais foram identificados com os códigos de A01 até A13.

Tabela 5.1: Notas obtidas pela turma A

Alunos	Nota Obtida
A01	10
A02	10
A03	10
A04	10
A05	8
A06	8
A07	10
A08	7
A09	9
A10	8
A11	9
A12	8
A13	7

Fonte: Arquivo do professor pesquisador.

Essa turma teve uma nota média 8,77 com um desvio-padrão de 1,16.

Na turma B, o conteúdo foi trabalhado seguindo a sequência sugerida pelo livro didático adotado pela escola. A tabela a seguir expõe as notas obtidas pelos alunos os quais foram identificados com os códigos de B01 até B17.

Tabela 5.2: Notas obtidas pela turma B

Alunos	Nota Obtida
B01	7
B02	7,5
B03	7,5
B04	8
B05	7,5
B06	7,5
B07	8
B08	9
B09	6,5
B10	7,5
B11	8
B12	10
B13	7,5
B14	7
B15	9
B16	8
B17	6

Fonte: Arquivo do professor pesquisador.

Essa turma teve uma nota média 7,73 com um desvio-padrão de 0,95.

5.2 Comparação dos resultados

Tanto a média com o desvio-padrão podem não ser medidas adequadas para representar um conjunto de dados, pois:

(a) são afetados, de forma exagerada, por valores extremos;

(b) apenas com estes dois valores não temos ideia da simetria ou assimetria da distribuição dos dados.

Na tabela 5.3, além da média e o desvio-padrão já conhecidos, tem-se os valores da mediana, q_1 (primeiro quartil), q_3 (terceiro quartil) e os valores máximos e mínimos obtidos a partir dos dados que se encontram nas tabelas 5.1 e 5.2.

Tabela 5.3: Resultados dos dados coletados

	Média	Desvio-padrão	Mínimo	q_1	Mediana	q_3	Máximo
Turma A	8,77	1,16	7,0	8,0	9,0	10,0	10,0
Turma B	7,73	0,95	6,0	7,5	7,5	8,0	10,0

Para verificar se de fato a metodologia adotada em nosso trabalho influenciou nos resultados das turmas, faremos a análise dos *box plots* construídos com os dados das Tabelas 5.1 e 5.2.

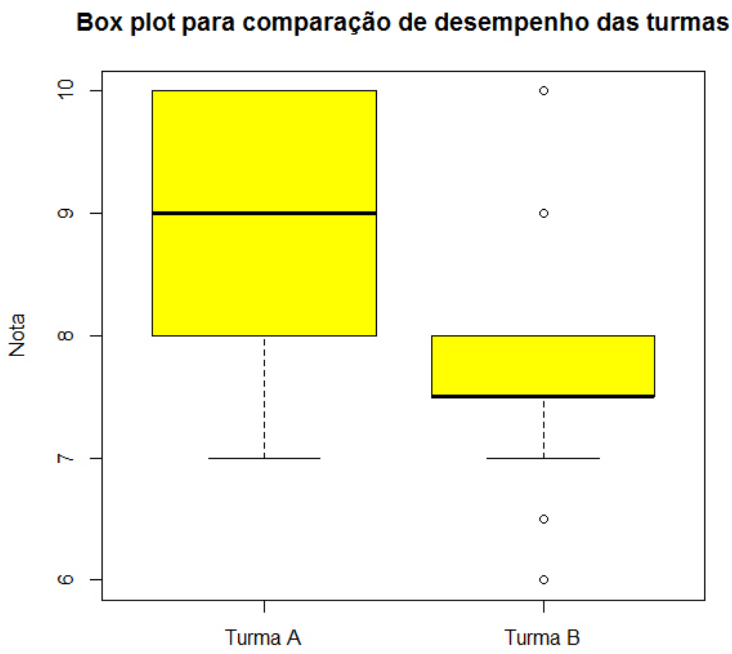


Figura 5.1: *Box plot* - Desempenho das turmas

Com relação à turma A, vemos que a distribuição das notas é assimétrica à direita, com a maioria dos valores concentrados entre 8,0 e 10,0, não havendo valores atípicos.

Em relação à turma B, vemos que as notas têm uma distribuição assimétrica à direita, com primeiro quartil e mediana iguais a nota 7,5. E ainda, com a maioria dos valores concentrados entre 7,5 e 8,0 e cinco observações discrepantes, sendo três bem acima da nota mediana (duas notas 9,0 e um 10,0) e duas abaixo da nota mediana (uma nota 6,5 e um 6,0).

A mediana das notas da turma A (Md=9,0) é superior a da turma B (Md=7,5), o que ressalta um melhor desempenho da turma A. Além disso, quase todas as notas da turma B ficaram abaixo do primeiro quartil da turma A, mostrando claramente que o desempenho desta turma foi superior ao da turma B, ou seja, a metodologia sugerida em nosso projeto apresentou melhores resultados em comparação com a turma onde utilizamos o livro didático na concepção do processo de ensino-aprendizagem.

Capítulo 6

Conclusões

Melhorar a qualidade do ensino do país é uma meta a ser alcançada. E, particularmente, qualificar o desenvolvimento da Estatística Descritiva no ensino médio, é uma das etapas que carecem de um cuidado especial.

A Estatística abordada no seu desenvolvimento do nosso projeto teve não só a preocupação em melhorar a aprendizagem de algumas turmas, como também a preocupação com a qualidade do ensino oferecido. O livro didático, fonte de referência para a grande maioria dos professores, nem sempre aborda da melhor maneira o conteúdo de Estatística Descritiva.

Diante disso, analisamos um livro didático que foi adotado pela escola, onde o projeto foi aplicado. Nesse momento, com um olhar um pouco mais crítico, observamos as qualidades apresentadas pelo autor da obra, como também o que foi apresentado de modo inadequado ao nosso ver. De modo geral, a obra apresenta uma boa abordagem do conteúdo, com exemplos bem resolvidos e conceitos e definições bem apresentados, onde o autor sempre retoma o que já fora trabalhado, sempre com uma linguagem simples, facilitando a aprendizagem do leitor, mas sem deixar de lado os formalismos que devem estar presentes no desenvolvimento da Matemática.

Entretanto, na busca pela melhora da qualidade do ensino, a contextualização dos conteúdos apresentados deve ser uma vertente a não ser deixada de lado. Na nossa análise, vimos pouco desse quesito da obra adotada pela escola. Mas não é um ponto negativo que faça com que o trabalho seja prejudicado, o professor deve intervir e usar de sua experiência e sensibilidade, e aplicar situações com peculiaridades da sua vida ou da sociedade, para obter tal êxito.

Para contribuir com essa proposta, sugerimos uma metodologia baseada na aplicação da Estatística no cotidiano dos alunos, juntamente com a prática de resolução de problemas. Não foi um tarefa fácil. A utilização do livro didático, algo comum entre os professores, simplifica bastante o nosso trabalho, mas o desenvolvimento desse tipo de projeto não só aproximou o aluno do conteúdo pela aplicação na sua vida, como também nos aproximou dos nossos alunos, ao ponto de perceber certos tipos de dificuldades, que normalmente são omitidas e até esquecidas de serem sanadas.

A resolução de problemas foi um ponto intensamente abordado no desenvolvimento dos conteúdos. Ao apresentar certas situações, os alunos sempre tentavam resolver com o conhecimento já adquirido e, quando não conseguiam encontrar uma solução, sentimos nos alunos a necessidade de conseguir entender como resolver tal situação e, diante dessa motivação, os conteúdos de Estatística Descritiva foram trabalhados.

Para avaliar como um projeto agrega em qualidade no processo de ensino-aprendizagem, resolvemos usar em duas turmas diferentes, metodologias distintas. Em uma delas usamos o livro didático como referência e na outra a metodologia acima citada. Com base nas notas obtidas pelos alunos no desenvolvimento de uma atividade comum ao término da aplicação do projeto, fizemos a comparação dos resultados mediante a construção de *box plots*, para saber quais das metodologias utilizadas produziu melhores resultados.

Após essa análise comparativa, chegamos a conclusão que, a metodologia construtiva do ensino da Estatística Descritiva aliada à ferramenta de resolução de problemas, gerou melhores resultados.

Deixamos claro que, não só por meio de nossa análise que a utilização do livro didático não é a mais indicada. Pelo contrário. Sua utilização é importantíssima e, nós professores, devemos cada vez mais utilizar essa ferramenta, porém sob um olhar mais crítico do que o de costume. Agregar ao que se tem em mãos, situações onde possamos enriquecer a aprendizagem, como trabalhar com a perspectiva de projetos e de resolução de problemas. Escolher a melhor situação para aplicar a metodologia ideal é algo que a nossa experiência vai indicar, mas cabe a nós acreditarmos que não existe um único modo de se ensinar um conteúdo. Ainda é pouco, o trabalho deve sempre continuar, mas o desenvolvimento da Estatística com esse cuidado especial, vai promover a autonomia, a argumentação e a criticidade na vida do cidadão.

Referências Bibliográficas

[1] BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)*. Brasília: MEC, (2000).

[2] BUSSAB, W. O. e MORETTIN, P. A.; *Estatística Básica*, 6^a ed. São Paulo - SP: Saraiva, (2010), 540p.

[3] CRESPO, A. A.; *Estatística Fácil*, 17^a ed. São Paulo - SP: Saraiva, (2002), 224p.

[4] DANTE, L.R.; *Matemática - contexto e aplicações - Volume 3*, São Paulo - SP: Ática, (2010).

[5] DE MORAIS FILHO, D. C.; *Manual de Redação Matemática, com um dicionário etimológico-explicativo de palavras usadas na Matemática e um capítulo especial sobre como escrever uma dissertação*, 2^a ed. Campina Grande - PB: Fabrica de Ensino, (2009), 151p.

[6] Guia de Livros didáticos PNLD - 2012

[7] LIMA, Elon Lages; *Exame de Textos: Análise de livros de Matemática para o Ensino Médio*, SBM,(2008).

[8] MILONE, G.; *Estatística Geral e Aplicada*. São Paulo - SP: Pioneira Thomson Learning, (2004).

[9] Normas da ABNT – NBR 6023: *Elaboração de referências*, (2000). Disponível em <http://www.dme.ufcg.edu.br/PROFmat/RegulamentoseNormas/ABNT-NBR6023.pdf>. Acesso em 15 out 2014.

[10] REIS, E.; *Estatística Descritiva*, 7^a ed. Lisboa - Portugal: Sílabo, (2008), 245p.

Apêndice A

Atividades Aplicadas

A.1 Primeira atividade

A.1.1 Questionário

1. Idade
2. Gênero
3. Número de Filhos
4. Altura
5. Você trabalha atualmente?
   ( ) Sim ( ) Não
6. O trabalho atrapalha o seu desempenho escolar?
   ( ) Sim ( ) Não
7. Há quanto tempo você estuda nessa escola?
8. Como você classifica o ensino oferecido por nossa escola?
   ( ) Bom ( ) Regular ( ) Ruim
9. Qual é a sua nota em relação a organização do ambiente escolar?
   ( )1 ( )2 ( )3 ( )4 ( )5

A.1.2 Tabelas e Gráficos

Tabela A.1: Idade

	Frequência Absoluta	Frequência Relativa	Porcentagem
10 |— 15	11	0,138	13,80
15 |— 20	42	0,525	52,5
20 |— 25	17	0,213	21,3
25 |—	10	0,125	12,5
Total	80	1	100

Fonte: Dados da pesquisa realizada pelos alunos.

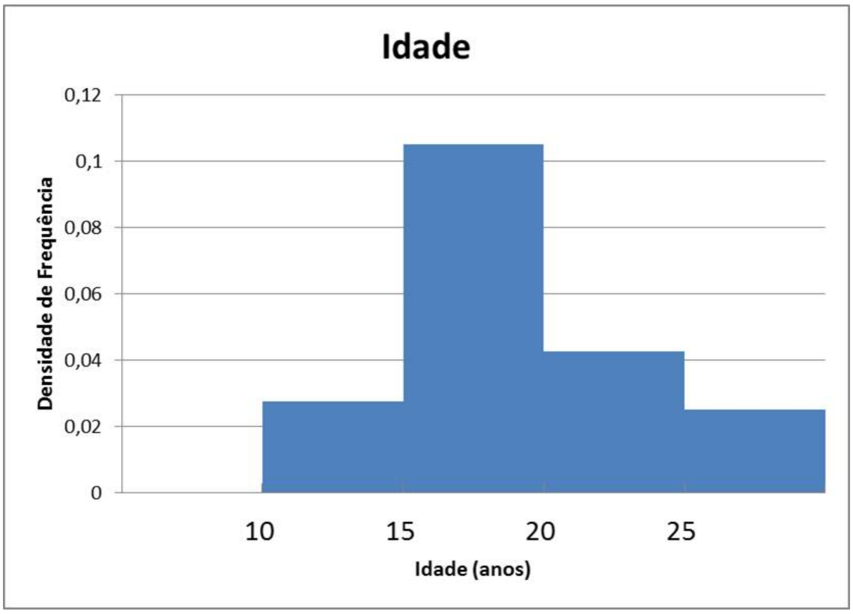


Figura A.1: Histograma da variável: Idade

Tabela A.2: Gênero

	Frequência Absoluta	Frequência Relativa	Porcentagem
Masculino	36	0,45	45
Feminino	44	0,55	55
Total	80	1	100

Fonte: Dados da pesquisa realizada pelos alunos.

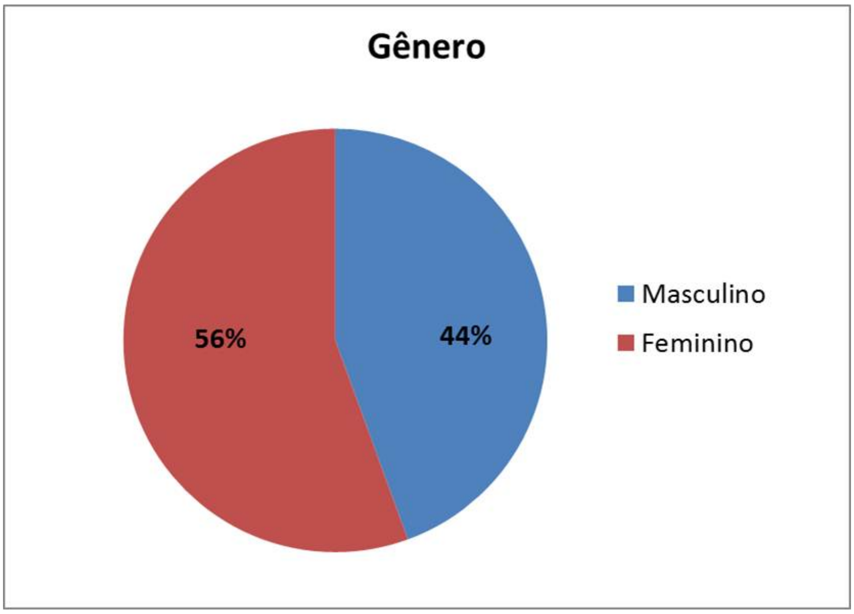


Figura A.2: Gráfico de setores da variável: Gênero

Tabela A.3: Número de filhos

	Frequência Absoluta	Frequência Relativa	Porcentagem
0	64	0,80	80
1	6	0,075	7,5
2	4	0,05	5
3 ou mais	6	0,075	7,5
Total	80	1	100

Fonte: Dados da pesquisa realizada pelos alunos.

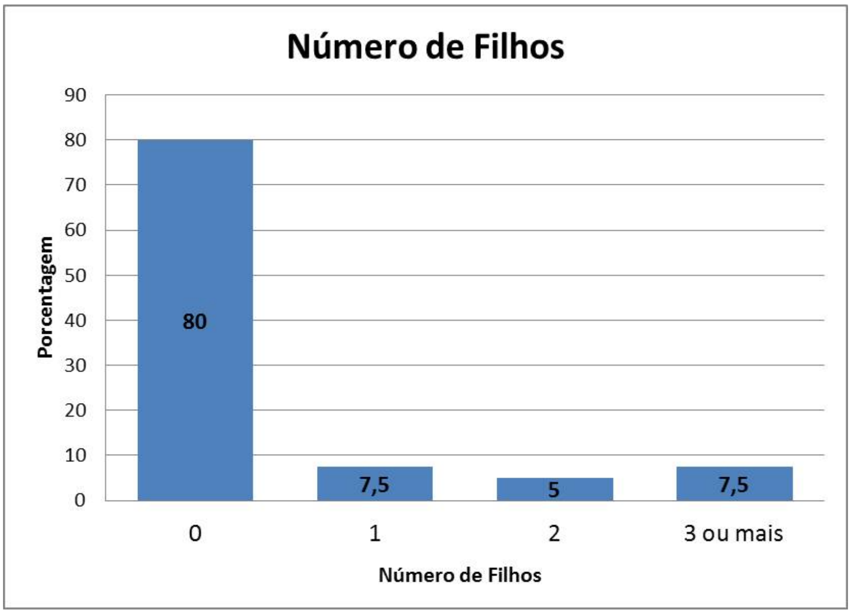


Figura A.3: Gráfico de colunas da variável: Número de filhos

Tabela A.4: Altura (em cm)

	Frequência Absoluta	Frequência Relativa	Porcentagem
145 ⊢ 150	2	0,025	2,5
150 ⊢ 155	11	0,1375	13,75
155 ⊢ 160	14	0,175	17,5
160 ⊢ 165	10	0,125	12,5
165 ⊢ 170	21	0,2625	26,25
170 ⊢ 175	8	0,1	10
175 ⊢ 180	6	0,075	7,5
180 ⊢ 185	8	0,1	10
Total	80	1	100

Fonte: Dados da pesquisa realizada pelos alunos.

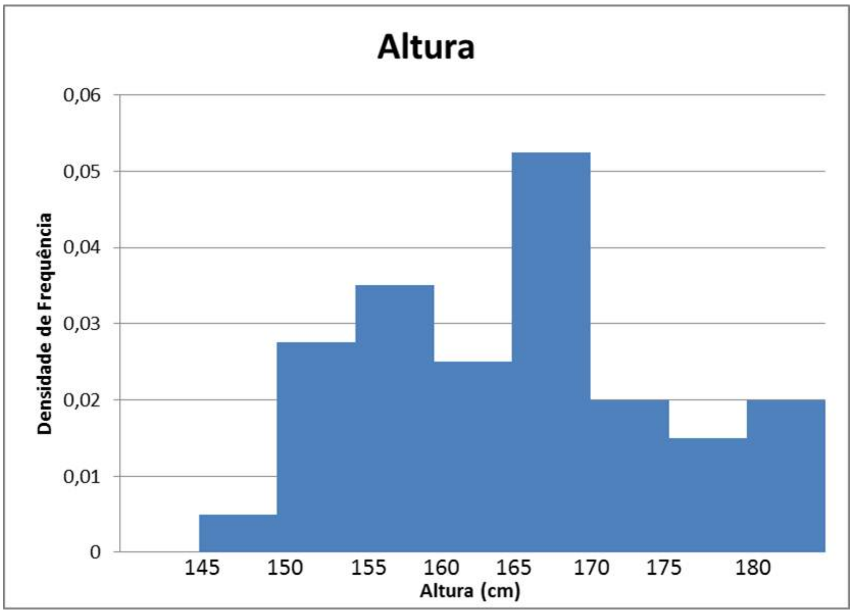


Figura A.4: Histograma da variável: Altura

Tabela A.5: Você trabalha atualmente?

	Frequência Absoluta	Frequência Relativa	Porcentagem
Sim	22	0,275	27,5
Não	58	0,725	72,5
Total	80	1	100

Fonte: Dados da pesquisa realizada pelos alunos.

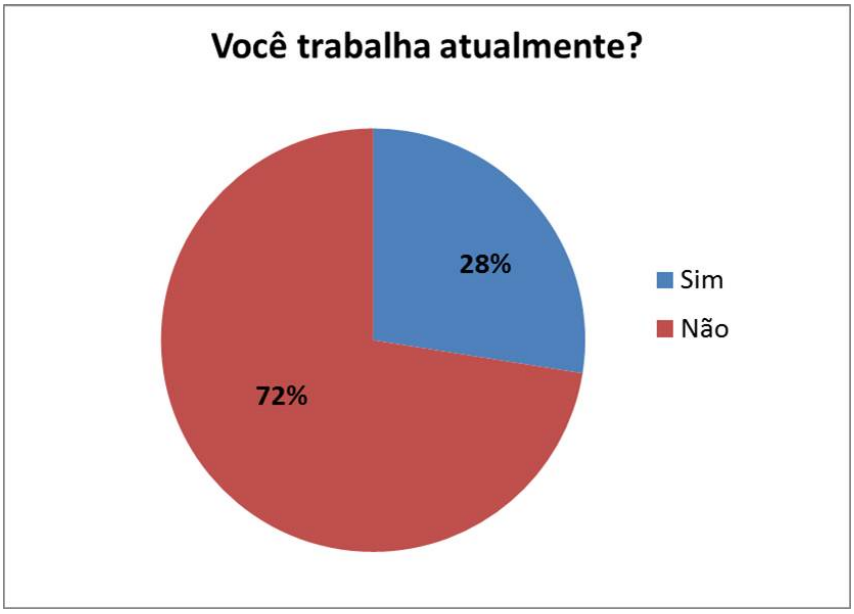


Figura A.5: Gráfico de setores da variável: Trabalho

Tabela A.6: O trabalho atrapalha o seu desempenho escolar?

	Frequência Absoluta	Frequência Relativa	Porcentagem
Sim	22	0,759	75,9
Não	7	0,241	24,1
Total	29	1	100

Fonte: Dados da pesquisa realizada pelos alunos.

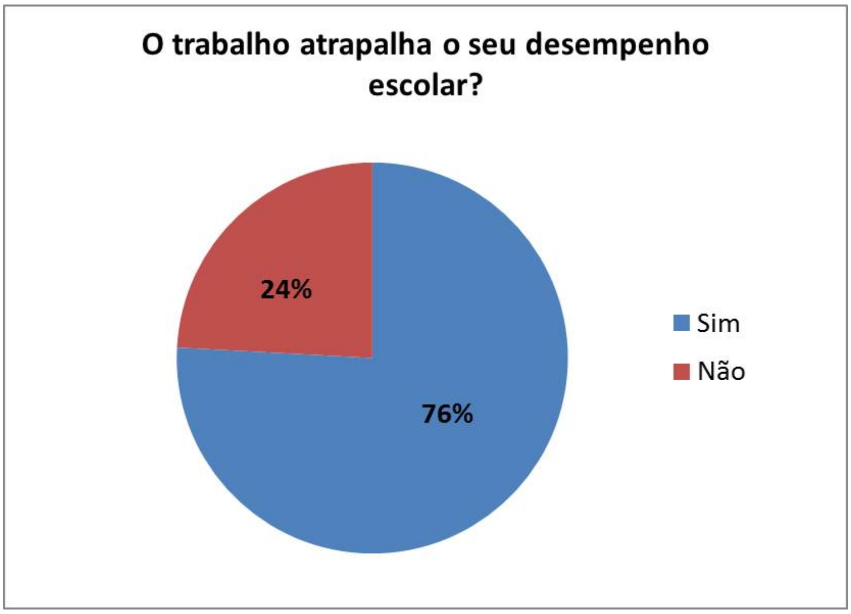


Figura A.6: Gráfico de setores da variável: O trabalho atrapalha o seu desempenho escolar?

Tabela A.7: Como você classifica o ensino oferecido por nossa escola?

	Frequência Absoluta	Frequência Relativa	Porcentagem
Bom	34	0,425	42,5
Regular	42	0,525	52,5
Ruim	4	0,05	5
Total	80	1	100

Fonte: Dados da pesquisa realizada pelos alunos.

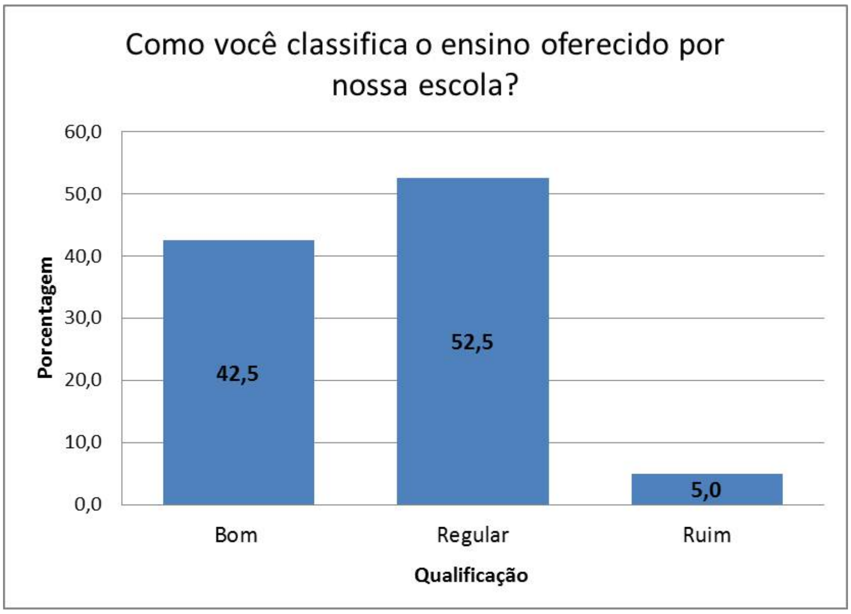


Figura A.7: Gráfico de setores da variável: Qualidade de Ensino

Tabela A.8: Qual a sua nota em relação a organização do ambiente escolar?

	Frequência Absoluta	Frequência Relativa	Porcentagem
1	8	0,10	10
2	12	0,15	15
3	23	0,2875	28,75
4	24	0,30	30
5	13	0,1625	16,25
Total	80	1	100

Fonte: Dados da pesquisa realizada pelos alunos.

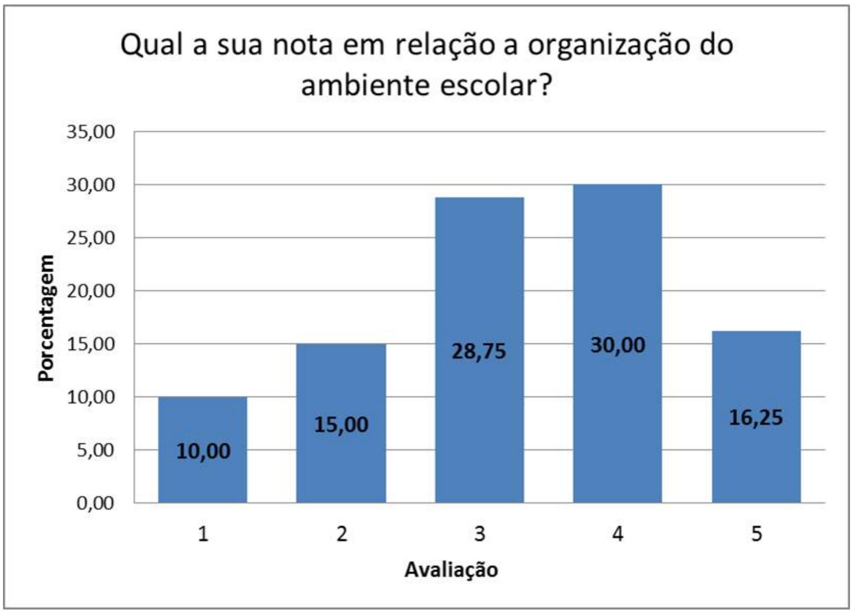


Figura A.8: Gráfico de setores da variável: Organização escolar

A.2 Segunda Atividade

Considere a seguinte situação:

Quantas opções diferentes um consumidor pode comprar uma calça e uma camisa entre as anunciadas abaixo?

R$ 150,00

R$ 130,00

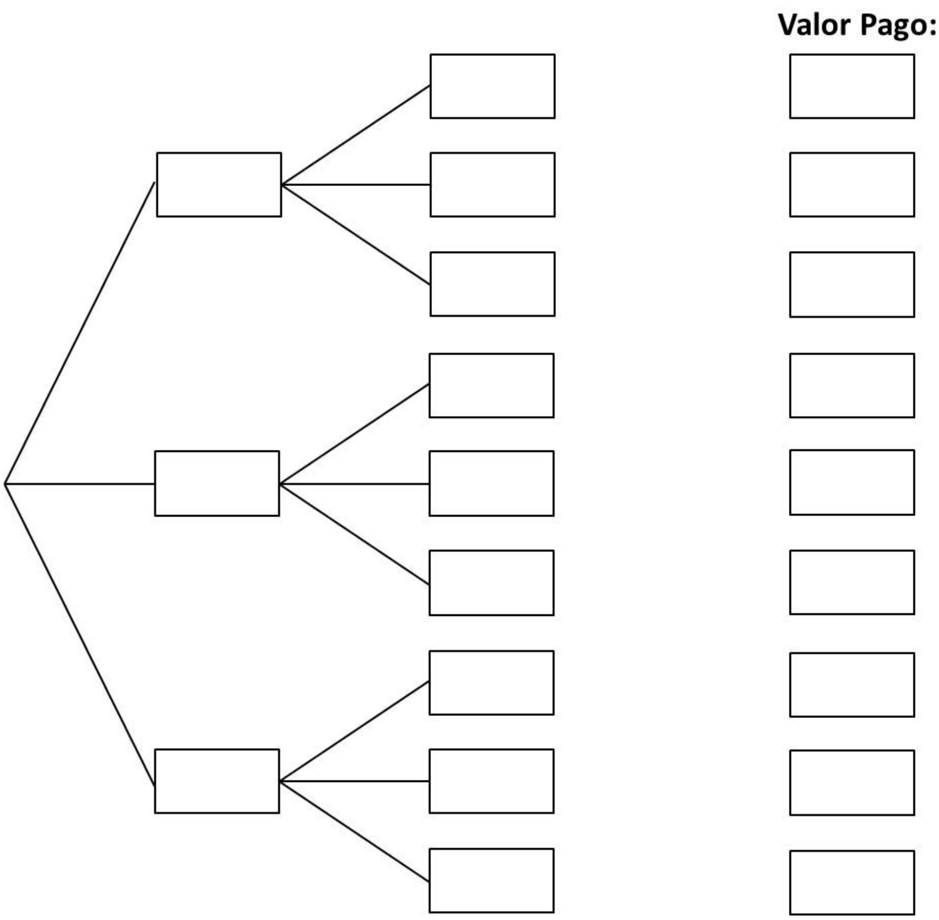
R$ 80,00

R$ 89,00

R$ 119,00

R$ 169,00

a) Para responder a pergunta acima, faça o uso do esquema abaixo para esquematizar as possibilidades de compra e de valores a serem pagos.



b) Houve alguma combinação entre as encontradas em que foi pago o mesmo valor? Qual foi esse valor?

c) Qual o valor médio esperado a ser pago nessa compra?

d) Organize os possíveis valores a serem pagos em ordem crescente. Qual o elemento central dessa sequência?

e) Qual a relação entre os valores encontrados nos itens “c” e “d”?

A.3 Terceira Atividade

Um hotel está realizando uma pesquisa com seus clientes para se determinar o nível de satisfação dos mesmos com relação aos serviços prestados. Para isto, estes devem estabelecer entre 1 e 5 estrelas a qualidade do serviço. Em certo dia, o resultado foi o seguinte:

Qualificação	Nº de votos
★	5
★★	12
★★★	13
★★★★	6
★★★★★	2

Sendo assim, qual a qualificação média dada a este hotel neste dia?

A.4 Quarta Atividade

Um concurso define a classificação dos candidatos mediante as notas obtidas em três etapas:
1º Prova escrita
2º Entrevista
3º Prova prática

O candidato que tiver a maior média será aprovado nesse concurso.

Para uma determinada vaga disputaram três candidatos: A, B e C.

Seguem abaixo, as notas obtidas por cada um deles:

Candidatos	Prova escrita	Entrevista	Prova prática
A	8	8	8
B	6	10	8
C	10	10	4

De acordo com os dados apresentados, responda os itens a seguir:

a) Determine as notas médias de cada um dos candidatos.

b) Qual candidato foi aprovado?

c) Calcule a variância e o desvio-padrão.

d) Se o candidato aprovado for aquele que tiver o melhor desempenho, qual candidato deverá ser aprovado?

A.5 Quinta Atividade

AVALIAÇÃO

1. Cada caractere numérico abaixo indica o número de cheques devolvidos, diariamente, em uma agência bancária, durante 40 dias:

0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	2	2	2	2	2	2	2
2	3	3	3	3	3	4	4	4	4
4	4	4	4	5	5	5	5	5	5

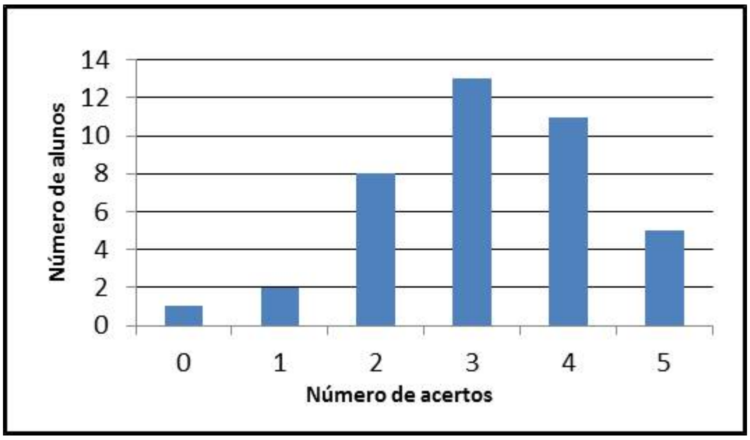
a) Qual é a variável sob estudo? E qual é o seu tipo?

b) A partir dos dados acima, construa uma tabela de distribuição de frequências, apresentando a frequência absoluta, a frequência relativa e a porcentagem.

c) Qual é a porcentagem de dias, dentre o período investigado, em que o número de cheques devolvidos foi no mínimo três?

d) Represente, em um gráfico adequado, a distribuição de frequências da variável investigada.

2. Uma prova com 5 questões foi aplicada em uma classe. O levantamento estatístico dos acertos foi representado no seguinte gráfico.



Fonte: Dados hipotéticos.

Determine, a partir do gráfico:

a) O número de alunos da classe;

b) A porcentagem da classe que acertou as cinco questões;

c) A porcentagem da classe que acertou quatro ou mais questões;

d) A média aritmética, a moda e a mediana de acertos por pessoa.

3. A passagem de 11 veículos por uma barreira eletrônica, em uma rodovia, foi registrada com as seguintes velocidades (em km/h).

53	45	46	49	46	77	54	48	41	46	56

a) Determine a velocidade média com que os veículos passaram por essa barreira.

b) Determine a variância e o desvio-padrão das velocidades;

c) Os veículos que tiveram a velocidade registrada maior do que a velocidade média mais o desvio-padrão foram multados. Algum veículo foi multado? Quantos?

4. Em uma urna fechada existem 10 bolinhas, distribuídas entre as cores azul e branca. Retira-se uma bolinha, anota-se a sua cor, e esta é devolvida à urna. Ao longo de vários dias, esse processo foi repetido 2000 vezes. Os resultados obtidos estão na tabela abaixo:

Cor da bolinha	N^{o} de vezes
Azul	646
Branca	1354

Qual a probabilidade de que a próxima bolinha retirada seja da cor azul?