IIWmm
Workshop de Mulheres na Matemática

13 e 14 de abril de 2023
Universidade Federal Rural de Pernambuco / Recife - PE

ANAIS DO II WMM

ISSN 2965-2510

Comitê Organizador

Itailma Rocha - UFCG
Karla Ferreira - UFRPE
Lorena Freitas - UFRPE
Maité Kulesza - UFRPE
Pammella Queiroz - UFCG
Yane Araújo - UFRPE

mat.ufcg.edu.br/wmm @iiwmm2023 wmm.math@gmail.com

Realização e Apoio:

Sumário

Introdução

O Workshop de Mulheres na Matemática (WMM) é um evento que tem como objetivo promover o intercâmbio científico entre estudantes e pesquisadoras ativas da região Nordeste e de outras regiões do Brasil, contribuindo assim para uma maior difusão das pesquisas realizadas por mulheres nas mais diversas áreas da matemática. Além disso, pretende viabilizar a discussão dos mais variados temas relacionados à questão de gênero.

O II WMM acontecerá nos dias 13 e 14 de abril de 2023 no Departamento de Matemática da Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE), Recife–PE.

As organizadoras do II WMM expressam sua gratidão aos órgãos e instituições que apoiaram e tornaram possível a realização desse evento e a todas as convidadas, autores e participantes que contribuíram para o sucesso de mais uma edição.

Comitê Científico

Adriana Neumann – UFRGS
Ana Maria Luz – UFF
Jaqueline Mesquita – UnB
Juliana Canella – UFPA
Sylvia Ferreira – UACSA/UFRPE

Comitê Organizador

Itailma da Rocha – UFCG
Karla Ferreira – UFRPE
Lorena Freitas – UFRPE
Maité Kulesza – UFRPE
Pammella Queiroz – UFCG
Yane Araújo – UFRPE (Presidente)

1 Programação

	13/04	14/04
13:00 - 14:00	Credenciamento	
14:00 - 14:40	Cerimônia de Abertura	Comunicações Científicas
14:40 - 15:30	Conferência: **Dayse Pastore**	**Elen Barbosa**
15:30 - 16:00	Coffee Break + Pôsteres Foto oficial do evento	Coffee Break + Pôsteres
16:00 - 16:30	Mesa redonda:	Comunicações Científicas
16:30 - 17:20	**Helen Souza / Jonilda Alves**	
17:20 - 18:00	**Pammella Queiroz / Simone Moraes**	**Aglaiza Sedrim**
18:00 - 19:00	INTERVALO	
19:00 - 19:40	**Elisandra Gloss**	**Manuela Souza**
19:40 - 20:00	Comunicações Científicas	Comunicações Científicas
20:00 - 20:20	**Débora Lopes**	
20:20 - 20:40		Conferência: **Luciane Quoos**
20:40 - 21:30	**Atividade Cultural**	

2 Palestras

Matemática a pessoa com surdez: Uma aproximação necessária

Aglaiza Sedrim*
Secretaria Municipal de Educação
Cedro, Brasil

Resumo

No contexto educacional, ensinar matemática é objeto de pesquisa de muitos pesquisadores, um dos motivos é a forma ainda estigmatizada com que a matemática é vista, considerada ainda como uma componente curricular ?difícil?. No tocante à pessoa com surdez, ensiná-la perpassa por uma perspectiva bilíngue, visto que a primeira língua da pessoa surda é a Libras e a língua portuguesa, a segunda. Ademais, as experiências da pessoa surda são pautadas especialmente pelas percepções viso-espacial do que as cerca.

Nos últimos anos, estudar como ensinar matemática para surdos também vem ganhando um número atraente de interessados. Contudo, existem alguns obstáculos que ainda assolam essa realidade, um deles é a barreira comunicacional: de um lado a linguagem matemática, cheia de termos próprios usados para pensar e conversar matemática, do outro lado a Libras, ainda bem carente de termos matemáticos específicos em língua de sinais. Uma das explicações que se tem para essa constatação é o fato da Libras ser uma língua por muito tempo proibida e da pessoa surda por muito tempo ser amordaçada e invisibilizada em seus próprios lares e instituições de ensino.

Essa palestra focaliza na discussão acerca da carência de sinais e na constatação de que a matemática e a pessoa com surdez carecem de mais aproximação, essencialmente sem o descarte das desigualdades que assolam a sociedade massivamente ouvinte e que também são observadas na comunidade surda dadas as interseccionalidades dessas pessoas, uma vez que questões de identidade como gênero, etnia, localização geográfica, idade, entre outros, não afetam uma pessoa de maneira isolada.

*e-mail: aglaizaromao@gmail.com

Biomatemática e suas aplicações na dinâmica viral

Dayse Haime Pastore*
Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca - CEFET
Rio de Janeiro, Brasil

Resumo

Biomatemática é a utilização de modelos matemáticos para compreendermos problemas biológicos. Da conversa entre biologia e matemática nasce a possibilidade de apresentarmos modelos matemáticos que simulam e geram cenários para diversos problemas biológicos. Quando o HIV invade o corpo humano, seu alvo são as células de defesa mais precisamente são os linfócitos T CD4 +. Essas células, consideradas "auxiliares", indicam a presença de um invasor para outras células imunes (B e T CD8 +). As células T CD8 + respondem a esse sinal buscando destruir as células infectadas e, quando o fazem, tornam-se específicas para o HIV. Bem, essa é descrição biológica da invasão do HIV no corpo humano, a modelagem matemática apresenta modelos de EDO para simular o desempenho do sistema de defesa de um indivíduo na presença do HIV. Nessa palestra, apresentaremos alguns problemas biológicos onde a modelagem matemática, através das equações diferenciais, apresenta possíveis cenários para a solução dos problemas.

*e-mail: dayse@impa.br

A geometria da curvatura: um universo de idéias matemáticas emergindo da vida real

Débora Lopes da Silva*
Departamento de Matemática
Universidade Federal de Sergipe
São Cristóvão, Brasil

Resumo

O estudo de curvas e superfícies no espaço Euclidiano é um problema fascinante e muito importante na geometria diferencial.

O conceito de curvatura em superfícies foi introduzido por Leonard Euler em 1767. Contemporâneo de Euler, Monge traduziu o problema de curvatura de superfícies para o contexto de famílias a dois parâmetros de retas no espaço. Este contexto surge de um problema aplicado conhecido como o problema de transporte ótimo de Monge. Este problema diz o seguinte: Como transportar um montante de terra, de um lugar para outro, de forma a otimizar o custo de transporte?

Nesta palestra, iremos ver como o surgimento de um problema real nos faz entrar em um universo de idéias novas onde a matemática faz uso de aplicações para nos fazer entender a sua importância na ciência e na sociedade.

*e-mail: debora@mat.ufs.br

Anéis Limpos

Elen Deise Assis Barbosa*
Instituto de Matemática e Estatística
Universidade Federal da Bahia
Salvador, Brasil

Resumo

Nesta palestra apresentarei o conceito de anéis limpos, alguns exemplos desse tipo de anel e algumas de suas propriedades.

A partir da noção dos anés limpos surgiram outros conceitos, como por exemplo, anéis $*$ limpos, anéis r-limpos, anéis unicamente limpos. Apresentarei, de forma breve, alguns deles e discutiremos como eles se relacionam.

Referências

[1] W.K. NICHOLSON. Lifting idempotent and exchange rings, Transactions of the American Mathematical Society, 229, (1977), 269-278.

[2] W.K. NICHOLSON, Y. ZHOU. Clean general rings, Journal of Algebra, 291, pp. 297-311,2005.

[3] W.K. NICHOLSON, Y. ZHOU. Rings in which elements are uniquely the sum of an idempotent and a unit , Glasg. Math. J.,, 46, pp. 227-236,2004.

[4] YUANQING YE. Semiclean Rings, Communications in Algebra,31:11, 5609-5625, 2003.

*e-mail: elen.deise@ufba.br

Estudo de Equações Diferenciais via métodos variacionais

Elisandra de Fátima Gloss de Moraes*
Departamento de Matemática
Universidade Federal da Paraíba
João Pessoa, Brasil

Resumo

O objetivo desta palestra é apresentar os métodos variacionais para busca de soluções de Equações Diferenciais de segunda ordem. Falaremos de soluções fracas e clássicas e veremos alguns exemplos de equações cujas soluções podem ser obtidas através de teoremas clássicos da teoria dos pontos críticos para funcionais.

*e-mail: `elisandra@mat.ufpb.br`

Permutando corpos finitos

Luciane Quoos[*]
Instituto de Matemática
Universidade Federal do Rio de Janeiro
João Pessoa, Brasil

Resumo

Fixado um corpo finito $\mathbb{F}_q$ com q elementos e um polinômio $f(x) \in \mathbb{F}_q[x]$ podemos estudar o conjunto de seus valores

$$V_f := \{f(\alpha) \mid \alpha \in \mathbb{F}_q\}.$$

Temos polinômios cuja cardinalidade $\#V_f$ é a menor possível, e outros que cuja cardinalidade é a maior possível, estes últimos são ditos polinômios de permutação. A caracterização de polinômios de permutação é uma área de pesquisa intensa nas últimas décadas motivada por suas aplicações em áreas como matemática discreta e teoria de informação. Nesta palestra vamos contar um pouco sobre estes métodos, desde os clássicos até os mais recentes e dar um exemplo de uma classificação de quadrinômios de permutação.

[*]e-mail: `luciane@im.ufrj.br`

Álgebras de Jordan de dimensão 2: classificação e teoria de identidades polinomiais

Manuela da Silva Souza*
Departamento de Matemática
Universidade Federal da Bahia
Salvador, Bahia, Brasil

Resumo

As álgebras não associativas desempenham um papel importante em várias áreas da matemática tendo muitas aplicaçõs na física e na biologia. Classes de álgebras não associativas, como Lie, Jordan e álgebras alternativas são bem conhecidas e podem ser definidas através de identidades polinomiais. Uma álgebra A é uma álgebra de Jordan, se é comutativa e

$$((x^2)y)x - (x^2)(yx) = 0,$$

para todo $x,\ y \in A$. Essas álgebras foram introduzidas por Pascual Jordan para formalizar noções em mecânica quântica.

Nesta palestra, falarei de trabalhos recentes em colaboração com Diogo Diniz (UFCG), Dimas Gonçalves (UFSCar) e Viviane Silva (UFMG) sobre teoria de identidades polinomiais (PI-teoria) para as álgebras de Jordan de dimensão 2 sobre um corpo qualquer (finito ou infinito) de característica diferente de 2. Mais precisamente, no nosso mais recente trabalho publicado [1], classificamos as álgebras de Jordan de dimensão 2, a menos de isomorfismo, e concluímos que existe uma única não associativa cuja definição pode ser generalizada para uma álgebra de dimensão qualquer munida de um funcional linear. Em PI-teoria, cálculamos base de identidades e sequência de codimensões de cada classe que aparece na classificação citada anteriormente, para corpos infinitos. Pretendo também falar um pouco sobre o preprint para corpos finitos.

Referências

[1] D. Diniz, D. Gonçalves, V. Silva e M. Souza, *Two–dimensional Jordan algebras: Their classification and polynomial identities*, LINEAR ALGEBRA AND ITS APPLICATIONS, **664**, 104–125, 2023.

*e-mail: `manuela.souza@ufba.br`

3

Mesa Redonda

Um panorama sobre mulheres na Matemática: Compartilhando vivências, impactos e perspectivas

- **Integrantes:**

  Hellen Souza - Representante discente UFRPE

  Jonilda Alves - Professora do Ensino Fundamental

  Pammella Queiroz - Mediadora

  Simone Moraes - Professora do Ensino Superior

- **Instituição/local:** Universidade Federal Rural de Pernambuco - UFRPE/PE

4 Comunicações Científicas

Programação

13 de abril de 2023 às 19:40

- **A OPEMAT como ponto de partida para falar da sub-representatividade feminina na Matematica**
  Michele Mendes Novais

14 de abril de 2023 às 14:00

- **Ideais Gorenstein equigerados de codimensão três**
  Dayane Santos de Lira
- **Bifurcações de Configurações de Dziobek em Problemas de Quatro e Cinco Corpos**
  Michelle Gonzaga dos Santos

14 de abril de 2023 às 16:00

- **A soma de quadrados de números de k-bonacci consecutivos que são números de l-bonacci**
  Gérsica Valesca Lima de Freitas
- **Solução do sistema Von Kármán com amortecimento interno via semigrupos**
  Roseane da Silva Martins
- **Uma equação biharmônica de Choquard com crescimento exponencial crítico**
  Lorena Maria Augusto Pequeno Silva
- **A topologia da fibra de Milnor para funções reais**
  Camila Sibelle Marques da Silva

14 de abril de 2023 às 19:40

- **A sempre presente assimetria de gênero na academia: uma atualização sobre a presença feminina em cursos de doutorado no Brasil**

  Márcia Barbosa de Menezes

- **Modelagem e simulação de doenças baseada em aprendizado de máquina para predição de dengue, zika, chikungunya e Covid-19**

  Ana Clara Gomes da Silva

Modelagem e simulação de doenças baseada em aprendizado de máquina para predição de dengue, zika, chikungunya e Covid-19

Ana Clara Gomes da Silva ⋆
Escola Politécnica de Pernambuco
Universidade de Pernambuco
Recife, Brasil

Wellington Pinheiro dos Santos †
Departamento de Engenharia Biomédica
Universidade Federal de Pernambuco
Recife, Brasil

Resumo

A prevenção e o controle das arboviroses, especialmente da dengue, da febre chikungunya e da zika, no caso do Brasil, têm sido um grande desafio de saúde pública para muitos países, especialmente a partir de 2015, uma vez que outras arboviroses passaram a interagir com o vírus da dengue [1,2]. A situação se agravou a partir de 2016, com o surgimento do zika vírus e de sua ação sobre a gravidez, estando relacionado em um certo grau com casos de microcefalia mas, principalmente, com a síndrome de Guillain-Barret, uma doença autoimune que afeta o sistema nervoso, provocando desde fraqueza muscular até a paralisia [3].

Em dezembro de 2019 começou, na cidade de Wuhan, na China, a epidemia de Covid-19, provocada pelo coronavírus SARS-CoV-2. Rapidamente o vírus se espalhou pelo mundo, dando origem à pandemia de Covid-19, o maior problema de saúde do século XXI até o momento [4]. No seu começo considerada como uma doença do trato respiratório, como as pneumonias virais, a Covid-19 se mostrou uma doença do sistema cardiovascular que afeta não somente os pulmões, mas também os rins e o sistema nervoso, podendo causar sequelas que podem ser permanentes [4,5]. A letalidade da doença é relativamente baixa, mas como o contágio é rápido, principalmente por conta das variantes, o baixo percentual de casos graves acaba resultando em milhões de mortes [5].

O avanço da Epidemiologia Digital e das tecnologias de geoprocessamento, aliados ao desenvolvimento das técnicas de Mineração de Dados e Aprendizado de Máquina, têm proporcionado o rápido acompanhamento, controle e simulação da disseminação de doenças, auxiliando os sistemas públicos de saúde no controle de epidemias e dos fatores ambientais e comportamentais que favorecem os vetores dessas doenças [6,7].

Neste trabalho temos como objetivo investigar modelos baseados em aprendizado de máquina para predição da distribuição espacial e temporal de casos de arboviroses e de Covid-19, buscando lançar as bases para a construção de sistemas de predição espaço-temporal para fins epidemiológicos. Utilizamos a base de dados de casos e locais de arboviroses LIRAa, do Sistema Único de Saúde da Cidade do Recife, de 2016 a 2019, para a predição de arboviroses; para a predição de Covid-19, utilizamos as bases de dados do Sistema Nacional de Notificações fornecidas pelas secretarias estaduais de saúde e que estão no Portal Brasil.io para os dados de casos e óbitos de cada um dos estados brasileiros.

O modelo usando método Perceptron Multicamadas (MLP) com 20 neurônios foi o que obteve melhor resultado para predição de Covid-19 para o conjunto de dados do Brasil, sendo 0.9948 de coeficiente de correlação e Erro Quadrático Relativo (RMSE %) de 11.29%. Já para os conjunto de dados de Pernambuco, os métodos regressão linear e MLP com 30 neurônios obtiveram o mesmo coeficiente de correlação, 0.9991, porém RMSE% foram de 1.92% e 3.81%, nesta ordem. Portanto, para dados de Pernambuco o método de regressão linear foi superior.

⋆ e-mail: acgs@ecomp.poli.br
† e-mail: wellington.santos@ufpe.br

Já para a predição de criadouros de arboviroses o melhor modelo foi a máquina de vetor de suporte (SVM) com kernel polinomial de grau 3. Usando mapas de 6 semestres consecutivos, foi possível prever o bimestre seguinte com coeficiente de correlação de 0.9875 e com a raiz do erro quadrático (RRSE%) de 14.60.

Referências

[1] DE LIMA, Tiago França Melo et al. Dengueme: A tool for the modeling and simulation of dengue spatiotemporal dynamics. International journal of environmental research and public health, v. 13, n. 9, p. 920, 2016.

[2] BHATT, Samir et al. The global distribution and burden of dengue. Nature, v. 496, n. 7446, p. 504-507, 2013.

[3] CAO-LORMEAU, Van-Mai et al. Guillain-Barré Syndrome outbreak associated with Zika virus infection in French Polynesia: a case-control study. The Lancet, v. 387, n. 10027, p. 1531-1539, 2016.

[4] DA SILVA, Cecilia Cordeiro et al. Covid-19 dynamic monitoring and real-time spatio-temporal forecasting. Frontiers in public health, v. 9, p. 641253, 2021.

[5] DE LIMA, Clarisse Lins et al. COVID-SGIS: a smart tool for dynamic monitoring and temporal forecasting of Covid-19. Frontiers in Public Health, v. 8, p. 580815, 2020.

[6] KEARNS, Robin; MOON, Graham. From medical to health geography: novelty, place and theory after a decade of change. Progress in human geography, v. 26, n. 5, p. 605-625, 2002.

[7] MEADE, M. S. The Wiley Blackwell encyclopedia of health, illness, behavior, and society. 2014. Medical geography, p. 1375-1381.

⋆ e-mail: acgs@ecomp.poli.br

† e-mail: wellington.santos@ufpe.br

Ideais Gorenstein equigerados de codimensão três

Dayane Lira*
Departamento de Matemática, CCEN
Universidade Federal de Pernambuco
Recife, Brasil

Resumo

Seja $R = \Bbbk[x_1, \ldots, x_n]$ um anel de polinômios com coeficientes sobre um corpo $\Bbbk$, e I um ideal homogêneo de R. O celebrado teorema de estrutura de Buchsbaum–Eisenbud anuncia que, se I é um ideal de Gorenstein de codimensão 3, então I é gerado pelos $2r$-pffafianos de uma matriz anti-simétrica M de ordem $(2r+1)\times(2r+1)$. Se supormos adicionalmente que I é equigerado em grau d, é fácil deduzir que $r|d$ e que as entradas de M são formas de grau $d' = \frac{d}{r}$. Nessa palestra estaremos interessados em discutir o problema inverso a este, ou seja, dados inteiros positivos d, r, com $r|d$, existe uma matriz anti-simétrica M de ordem $(2r+1) \times (2r+1)$ com entradas sendo formas de grau $d' = \frac{d}{r}$ cujos pfaffianos gerem um ideal Gorenstein de codimensão 3?

O presente trabalho é resultado de uma pesquisa concluída em colaboração com Aron Simis (Universidade Federal de Pernambuco), e Zaqueu Ramos (Universidade Federal de Sergipe).

Referências

[1] D. Buchsbaum and D. Eisenbud, *Algebraic structures for finite free resolutions, and some structure theorems for ideals of codimension 3*, American J. Math., **99**, 447–485, 1977.

[2] D. Lira, Z. Ramos and A. Simis, *Equigenerated Gorenstein ideals of codimension three*, Collect. Math. (2022). `https://doi.org/10.1007/s13348-022-00365-6`.

*e-mail: `dayannematematica@gmail.com`

A soma de quadrados de números de k-bonacci consecutivos que são números de l-bonacci.

Freitas, Gérsica*
Universidade Federal de Alagoas
Rio Largo, Brasil

Marques, Diego†
Universidade de Brasília
Brasília, Brasil

Trojovský, Pavel‡
University of Hradec Králové
Hradec Králové, República Tcheca

Bednarík, Dusan§
University of Hradec Králové
Hradec Králové, República Tcheca

Resumo

O resumo abaixo descreve um dos resultados obtidos em minha tese de doutorado. Nos últimos anos muita pesquisa foi desenvolvida nesse tema e assim esse artigo se tornou bastante citado. A pesquisa envolvendo Generalizações da Sequência de Fibonacci e Equações Diofantinas continua instigando muitos matemáticos pelo mundo e esses estímulos geraram muitos artigos nos últimos anos. No nosso artigo trabalhamos com uma equação diofantina envolvendo uma generalização da sequência de Fibonacci específica. Abaixo descrevo um breve resumo do que foi feito e como foi pensado.

Seja $(F_n)_{n\geq 0}$ a sequência de Fibonacci dada por $F_{m+2} = F_{m+1} + F_m$, para $m \geq 0$, onde $F_0 = 0$ e $F_1 = 1$. Uma importante generalização da sequência de Fibonacci é a sequência de Fibonacci k-generalizada, denominada como $k-$bonacci e denotada por $(F_n^{(k)})$, que é definida pelos valores iniciais $0, 0, \ldots, 0, 1$, isto é, os primeiros k termos são $0, 0, \ldots, 0, 1$, e os demais termos são obtidos com a soma dos k termos que os antecedem. Em 2014, Chaves e Marques resolveram a seguinte equação diofantina $(F_n^{(k)})^2 + (F_{n+1}^{(k)})^2 = F_m^{(k)}$, para m, n e $k \geq 2$ números inteiros positivos. Em nosso artigo generalizamos esse resultado e provamos que a seguinte equação diofantina

$$(F_n^{(k)})^2 + (F_{n+1}^{(k)})^2 = F_m^{(l)}$$

não possui solução para inteiros positivos n, m, k e l com $2 \leq k < l$ e $n > 1$.

Referências

[1] D. Bednarik, G. Freitas, D. Marques, P. Trojovsky. On the sum of squares of consecutive k-bonacci numbers which are l-bonacci numbers. *Colloquium Mathematicum*, **v. 156**, p. 153-164, (2019).

[2] A. P. Chaves, D. Marques, A Diophantine equation related to the sum of squares of consecutive k-generalized Fibonacci numbers, *The Fibonacci Quarterly* **52** (2014), 70–74.

[3] G. P. Dresden, Z. Du, A simplified Binet formula for k-generalized Fibonacci numbers, *Journal of Integer Sequences*, **17** (4) (2014).

[4] E. M. Matveev, An explicit lower bound for a homogeneous rational linear form in logarithms of algebraic numbers, II, *Izv. Ross. Akad. Nauk Ser. Mat.* **64** (2000), 125–180. English translation in *Izv. Math.* **64** (2000), 1217–1269.

*e-mail: gersica.freitas@ceca.ufal.br
†e-mail: diego@mat.unb.br
‡e-mail: pavel.trojovsky@uhk.cz
§e-mail: dusanbednarik@gmail.com

Hipersuperfícies tipo-espaço máximas em variedades de Lorentz possuindo um campo de vetores tipo-luz paralelo

Joicy Priscila de Araújo Cruz*
Departamento de Matemática
Universidade Federal de Pernambuco
Recife, Brasil

Prof. Dr. Fábio Reis dos Santos †
Departamento de Matemática
Universidade Federal de Pernambuco
Recife, Brasil

Resumo

No decorrer dos anos, o estudo das hipersuperfícies tipo-espaço imersas em espaço-tempo Lorentzianos vem despertanto imenso interesse físico e matemático. O termo tipo-espaço significa que a métrica induzida da métrica Lorentziana ambiente é uma métrica positiva definida. Do ponto de vista matemático, o interesse por tais hipersuperfícies tipo-espaço é motivado por suas boas propriedades tipo-Bernstein. Foi provado por Bernstein que os únicos gráficos inteiros e mínimos no espaço Euclidiano $\mathbb{R}^3$ são os planos. Este resultado pode ser extendido naturalmente para o espaço de Lorentz-Minkowski $\mathbb{L}^3$ e é chamado teorema de Calabi-Bernstein : As únicas superfícies tipo-espaço completas máximais no espaço espaço de Lorentz-Minkowski $\mathbb{L}^3$ são os planos tipo-espaço.

Assim, estudaremos hipersuperfícies tipo-espaço com curvatura média constante e, em particular, hipersuperfícies tipo-espaço máximas imersas em um espaço-tempo pp-wave satisfazendo a condição de convergência tipo-tempo (TCC). Faremos uma breve introdução ao espaço-tempo pp-wave e estabeleceremos a fórmula para o laplaciano de uma função suporte relacionado a hipesuperfície tipo-espaço neste espaço-tempo. Em seguida, é provado que toda hipersuperfície tipo-espaço máxima fechada (compacta sem bordo) é totalmente geodésica e em particular não há hipersuperfícies tipo-espaço fechada cuja curvatura média constante é diferente de zero. E assim, podemos apresentar resultados relacionados a curvatura gaussiana e parabolicidade que caracterizam superfícies máximas nessas variedades Lorentzianas e a partir desses resultados estabelecer sob qual hipótese as superfícies completas máximais são totalmente geodésicas. Finalmente, com base nos resuldados citados anteriormente mostraremos uma extensão para o clássico teorema de Calabi-Bernstein para superfícies máximas completas em espaço-tempo pp-wave 3-dimensional.

Este trabalho é uma dissertação de mestrado, concluída em 2021.

Referências

[1] Pelegrin, J, A, S, and Romero, A and Rubio, R, M, *On maximal hypersurfaces in Lorentz manifolds admitting a parallel lightlike vector field, Quant. Grav.* **5**, 1-8, 2016.

[2] Brinkmann, H, *Einstein spaces which are mapped conformally on each othe, Math. Ann.* **5**, 45-119, 1925.

[3] Calabi, E, *Examples of Bernstein problems for some nonlinear equations, Proc. Symp. Pure Math.* **5** 223-230, 1970.

[4] Bernstein, S, N, *Sur une theorme de geometrie et ses applications aux derives parrtielles du type elliptique. Comm. Inst. Sci. Math. Mech. Univ. Kharkov* **5** 38-45, 1915.

*e-mail: `joicy.cruz@ufpe.br`
†e-mail: `fabio.reis@ufpe.br`

Uma equação biharmônica de Choquard com crescimento exponencial crítico

Lorena Maria Augusto Pequeno Silva[*]
Departamento de Matemática
Universidade Federal da Paraíba
João Pessoa, Brasil

Manassés Xavier de Souza[†]
Departamento de Matemática
Universidade Federal da Paraíba
João Pessoa, Brasil

Uberlandio Batista Severo[‡]
Departamento de Matemática
Universidade Federal da Paraíba
João Pessoa, Brasil

Resumo

O objetivo do presente trabalho é estudar o problema biharmônico do tipo Choquard

$$\Delta^2 u - \Delta u + V(x)u = \left[|x|^{-\mu} * (K(x)F(x,u))\right] K(x)f(x,u),\ x \in \mathbb{R}^4,$$

onde o potencial V e o peso K são contínuos, positivos e podem decair para zero no infinito se comportando como $(1+|x|^{\alpha})^{-1}$, $\alpha \in (0,4)$, e $(1+|x|^{\beta})^{-1}$, $\beta > (8-\mu)\alpha/8$, respectivamente onde $\mu \in (0,4)$. F é a primitiva de f que cumpre um crescimento exponencial crítico no sentido da desigualdade de Adams e f não satisfaz a famosa condição de Ambrosetti-Rabinowitz. A notação $*$ representa o operador convolução e Δ^2 o operador biharmônico, isto é o operador de quarta ordem.

Trabalhando em um espaço de Banach apropriado, estabeleceremos uma versão ponderada da desigualdade de Adams. E a partir disso, investigamos a existência de solução não trivial do tipo passo da montanha para o problema em questão utilizando técnicas de minimização com condição de Cerami. Um resultado essencial para controlar o termo não-local foi a conhecida desigualdade de Hardy-Littlewood. Além disso, estabelecemos que a solução não trivial encontrada é *bound state*, ou seja, uma solução pertencente a $H^2(\mathbb{R}^4)$, sempre que $\alpha \in (0,2)$ e $\beta > (8-\mu)\alpha/8$. Por fim, ressaltamos que o presente trabalho compõe parte da tese de doutorado da autora Lorena Maria Augusto Pequeno Silva.

Referências

[1] A. Ambrosetti, V. Felli, A. Malchiodi, *Ground states of nonlinear Schrödinger equations with potentials vanishing at infinity*, J. Eur. Math. Soc. **7** (2005), 117–144

[2] F. Sani, *A biharmonic equation in $\mathbb{R}^4$ involving nonlinearities with critical exponential growth*, Commun. Pure Appl. Anal. **12** (2013), 405–428.

[3] L. Shen, V. D. Radulescu, M. Yang, *Planar Schrödinger-Choquard equations with potentials vanishing at infinity: the critical case*, J. Differential Equations **329** (2022), 206–254.

[*]e-mail: `lorena.augusto@academico.ufpb.br`
[†]e-mail: `manasses.xavier@academico.ufpb.br`
[‡]e-mail: `uberlandio@mat.ufpb.br`

A sempre presente assimetria de gênero na academia: uma atualização sobre a presença feminina em cursos de doutorado no Brasil

Márcia Barbosa de Menezes*
Departamento da Matemática
Universidade Federal da Bahia
Salvador, Brasil

Resumo

O número de mulheres na área acadêmica das Universidades vem crescendo gradativamente, tanto nos cursos de graduação como nos de pós-graduação e, consequentemente, na docência das Universidades. Essa é uma questão importante porque envolve uma luta feminista de muito tempo, motivada pela constatação de que, durante muito tempo, as mulheres não podiam nem entrar nos espaços acadêmicos muito menos pensar em estudar e trabalhar neles, afinal o pensamento vigente era que as mulheres tinham algumas dificuldades no campo cognitivo no que diz respeito às ciências exatas, por exemplo. O patriarcado 'imperava e ditava' as regras de comportamento, atitudes e poder no ambiente acadêmico, assim como na sociedade.

Muitas lutas e, consequentemente, muitas vitórias já foram alcançadas; hoje, aparentemente, as mulheres podem estar em qualquer lugar, mas será que há equidade de gênero em todos os espaços? Será que o patriarcado continua atuando na sociedade, revelando-se nas relações assimétricas de gênero e, particularmente nas questões relacionadas às escolhas profissionais das pessoas?

Numa tentativa de obter dados mais precisos sobre essa questão, analisamos o sistema de dados da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, universo deste estudo. Em 2020, as mulheres totalizavam o quantitativo de 79.182 nos cursos de doutorado no Brasil. Diante desse quadro, surgiram algumas questões: em que área do conhecimento as doutorandas estão atuando? Essa distribuição por área de conhecimento continua reproduzindo estereótipos de gênero quanto a diferenças cognitivas e habilidades próprias para homens e mulheres presentes na sociedade? Assim, esta comunicação tem por objetivo analisar a presença das doutorandas nas diferentes áreas de conhecimento acadêmico, relacionando-a aos estudos de gênero que se têm voltado para a análise da influência dos estereótipos de gênero e preconceitos relacionados a possíveis diferenças observáveis em certas capacidades no campo cognitivo, normalmente atribuídas a homens e mulheres.

Os dados estão sistematizados em quadros, tabelas e gráficos, e analisados na busca de possíveis permanências e avanços sobre as escolhas profissionais e sua relação com o gênero.

As análises mostram que, do total de discentes do doutorado no Brasil – 147.883 –, as mulheres estão em maior número, perfazendo um percentual de 53,54%. Apesar de ser um dado muito positivo, um olhar mais acurado permite constatar que essa maioria não se observa equitativamente segundo as diferentes áreas de conhecimento. Por exemplo, o número de mulheres ainda é reduzido nas ciências exatas e, principalmente, nas engenharias (Tabela 1).

Tabela 1 – Quantitativo e percentual de mulheres e homens na área de Ciências Exatas – 2020

2020	C. comp.	Matemática	Física	Eng. Elét	Eng. Mec.
Total	3386	1547	2362	3755	2735
Mulheres	642	370	499	662	625
%	(18,96%)	(23,92%)	(21,13%)	(17,63%)	(22,85%)
Homens	2744	1177	1863	3093	2110
%	(81,04%)	(76,08%)	(78,87%)	(82,37%)	(77,15%)

Fonte: Base de dados da CAPES (2020).

⋆ e-mail: marmon28@gmail.com

Já as áreas de Educação e Ciências da Saúde continuam recebendo uma maior participação das mulheres (Tabela 2).

Tabela 2 – Quantitativo e percentual de mulheres e homens nas áreas de Educação e Ciências da Saúde – 2020

2020	Nutrição	Serv. Social	Educação	Enfermagem
Total	564	932	8716	2727
Mulheres %	482 (85,46%)	692 (74,25%)	5898 (67,67%)	2285 (83,79%)
Homens %	82 (14,54%)	240 (25,75%)	2818 (32,33%)	442 (16,21%)

Fonte: Base de dados da CAPES (2020).

Os resultados das análises dos dados podem ser entendidos como uma demonstração de que certos valores do patriarcado parecem continuar ativos e atuantes no Brasil: as mulheres, de modo geral, continuam fazendo escolhas segundo os marcadores de gêneros construídos histórica e culturalmente na sociedade. As áreas da Educação e Ciências da Saúde, sempre associadas ao cuidado, continuam com majoritária presença das mulheres, enquanto a área de Ciências Exatas, socialmente reconhecidas como de grande importância por sua produção tecnológica, conserva o tradicional androcentrismo dominante. Nesse sentido, os dados apontam que, apesar de uma aparente "neutralidade" no mundo acadêmico das universidades, as assimetrias de gênero continuam revelando a "horizontalidade das escolhas", ou seja, os antigos estereótipos sobre as habilidades cognitivas das mulheres permanecem, de maneira sutil, encaminhando-as para os cursos relacionados ao cuidado e afastando-as das áreas associadas à racionalidade.
Toda essa estrutura gendrada leva mais da metade da população – as mulheres – a fazer escolhas, contrariando, muitas vezes, seus próprios anseios de realização. Daí a importância de a Universidade atuar nesse contexto.

> A questão da Educação como fator de desenvolvimento e mobilidade social das pessoas e das nações nos remete à responsabilidade da Educação Superior atuar de forma comprometida com a qualificação da Educação Básica, mudando a relação com a sociedade, criando um ecossistema de inovação colaborativo entre a Universidade e a sociedade. Estas mudanças requerem conhecimento, criatividade na busca de soluções e coragem para transformar vidas e a sociedade que vivemos. Para melhor! Para todos! (UNESCO, 2022).

No sentido de contribuir para a minimização dessa assimetria recorrente, que parece insuperável ao longo de décadas, é importante desenvolver ações educativas nos diferentes níveis de ensino, visibilizando, através de exemplos históricos e contemporâneos, a participação efetiva das mulheres no mundo acadêmico e científico, estimulando assim o surgimento de novas carreiras científicas para mulheres. Por exemplo, acredita-se que a exemplaridade e a representatividade de mulheres docentes de Ciências Exatas e Tecnológicas em visita a escolas de ensino fundamental são de grande importância para que se possa desconstruir o falso "mito" de que essa área não constitui espaço de atuação para mulheres. Dessa forma, espera-se criar um novo olhar, um novo horizonte de possibilidades de futuras escolhas profissionais destituídas das construções de gênero.
Do mesmo modo, é importante contribuir para que as mulheres se percebam como sujeitos de sua própria vida e, sobretudo, da história, fazendo suas escolhas profissionais sem amarras de qualquer tipo, com igualdade de gênero, especialmente no que diz respeito ao campo cognitivo.

Referências

[1] COORDENAÇÃO DE APERFEIÇOAMENTO DE PESSOAL DE NÍVEL SUPERIOR – CAPES. *Planilha com Base de dados – 2020.* Solicitada à CAPES e recebida por *e-mail* enviado em 26/09/2022.

[2] UNESCO. *Terceira Conferência Mundial de Educação Superior da UNESCO*: novas visões para a Educação Superior para 2030. Rio Grande do Sul: Tecnopuc, 2022.

⋆ e-mail: marmon28@gmail.com

A OPEMAT como ponto de partida para falar da sub-representatividade feminina na Matemática

Michele Mendes Novais*
Departamento de Matemtíca
Universidade de Federal Rural de Pernambuco
Recife, Brasil

Lorena Brizza de Freitas†
Departamento de Matemática
Universidade de Federal Rural de Pernambuco
Recife, Brasil

Maité Kulesza‡
Departamento de Matemática
Universidade de Federal Rural de Pernambuco
Recife, Brasil

Resumo

Neste trabalho analisamos a participação de meninas na Olimpíada Pernambucana de Matemática (OPEMAT) de 2015 a 2021 visando estimular o debate sobre a sub-representatividade feminina nas ciências exatas no estado de Pernambuco. Vários estudos apresentam fatores que influenciam a participação, o avanço e o desempenho de meninas e mulheres na educação, em particular, nas ciências exatas. O relatório da Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO) ([2]), "Decifrar o código", por exemplo, analisa o desenvolvimento de meninas e mulheres em ciência, tecnologia, engenharia e matemática (science, technology, engineering and mathematics – STEM) em vários países, levando em consideração fatores de vários âmbitos: individual, familiar e de pares, escolar e social. Cada um desses âmbitos apresenta fatores que alteram a possibilidade de desenvolvimento pleno das meninas na educação e acabam influenciando nas suas escolhas de carreira. Outro estudo importante foi feito no relatório "Conta desigual: o que as olimpíadas de matemática dizem sobre a educação no Brasil" ([3]). Tal estudo analisa, entre outros fatores, a disparidade de gênero e de região brasileira entre os participantes da OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e Privadas) e relaciona essa disparidade com o montante de recursos que cada estado recebe do Fundo de Manutenção e Desenvolvimento da Educação Básica e de Valorização dos Profissionais da Educação (Fundeb). Aqui, vamos apresentar os dados de participação e desempenho na OPEMAT mostrando que, no estado de Pernambuco, essa disparidade de gênero está em consonância com vários estudos mundiais e nacionais, em particular, com os relatórios mencionados anteriormente. Além disso, aproveitamos para divulgar as diversas iniciativas em olímpiadas que buscam diminuir essa diferença.

Referências

[1] G. Hardy and J.E. Littlewood, *Bilinear forms bounded in space* $[p; q]$, Quart. J. Math., **5**, 241-254, 1934.

*e-mail: `michele.novais@ufrpe.br`
†e-mail: `lorena.brizza@gufrpe.br`
‡e-mail: `maite.kulesza@ufrpe.br`

[2] Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura, *Decifrar o código: educação de meninas e mulheres em ciências, tecnologia, engenharia e matemática (STEM)*, Brasília: UNESCO, 2018. 84 p., il.

[3] B. Gehm,. *Conta desigual: o que as olimpíadas de matemática dizem sobre a educação no Brasil*, Humanista, 2020. Disponível em <https://www.ufrgs.br/humanista/2020/11/23/conta-desigual-o-que-as-olimpiadas-de-matematica-dizem-sobre-a-educacao-no-brasil/>. Acesso em 17 de fevereiro de 2023.

[4] L. B. S. Freitas, et al, *A OPEMAT como ponto de partida para falar da sub-representatividade feminina na Matemática*, É Matemática, Oxente!, Recife, v. 1, n. 22/especial, p. 7-13, abr. 2022. Disponível em <http://ematematicaoxente.com.br/index.php/edicao-atual/>. Acesso em 17 de fevereiro de 2023.

Bifurcações de Configurações de Dziobek em Problemas de Quatro e Cinco Corpos

Michelle Gonzaga dos Santos*
Departamento de Matemática
Universidade Federal de Pernambuco
Recife, Brasil

Eduardo S.G. Leandro†
Departamento de Matemática
Universidade Federal de Pernambuco
Recife, Brasil

Resumo

Em Mecânica Celeste muitos problemas podem ser reduzidos à determinação dos zeros de certas funções. Apesar das diferentes maneiras de obter tais funções, a grande questão é como determiná-las de forma que seus zeros possam ser encontrados e analisados efetivamente por métodos matemáticos clássicos. Problemas de bifurcação com simetria costumam ser complicados de se resolver. No entanto, existem técnicas para simplificar a análise das equações que descrevem o problema. A redução de Liapunov-Schmidt é uma técnica importante, pois permite reduzir o número de variáveis nas equações. Essencialmente, este é um método alternativo quando se deseja aplicar o Teorema da Função Implícita em problemas degenerados. É esperado que bifurcações apareçam nestes tipos de problemas, pois uma condição necessária para que este fenômeno ocorra é que o posto da matriz jacobiana numa certa solução conhecida do problema não seja máximo, para algum(uns) valorer(es) do(s) parâmetro(s) associado(s) a tal solução. Existem casos em que mesmo após o processo de redução ter sido aplicado, é necessário estudar um problema de bifurcação que deriva do problema original. O Teorema da Ramificação Equivariante fornece uma maneira de encontrar soluções de problemas como este. Configurações Centrais são condições iniciais de uma família especial de soluções do problema de N corpos chamadas de soluções homográficas. Essencialmente, podemos definir configurações de Dziobek como configurações centrais de dimensão $N-2$ formadas por N corpos. Uma forma de obter configurações centrais é através do estudo de bigurcações sofridas por uma configuração central inicial. Neste trabalho, estudaremos bifurcações de duas configurações de Dziobek. A primeira configuração consiste em quatro corpos no plano formando um triângulo equilátero e a segunda corresponde à cinco corpos no espaço formando um tetraedro regular. Ambos com massas iguais nos vértices e centrados em um corpo de massa arbitrária. Mostraremos que nos dois casos há bifurcações pseudo-centradas surgindo da configuração degenerada. Bifurcações não-simétricas também ocorrem no caso do triângulo equilátero centrado. Os resultados citados acima encontram-se nos artigos listados nas referências e foram estudados por nós como pré requisito para o desenvolvimento da minha tese de doutorado que se encontra em fase de conclusão.

Referências

[1] Golubitsky, M., Stewart, I. and Schaeffer, D.G. Singularities and Groups in Bifurcation Theory, Vol.II. Springer-Verlag, New York, 1988.

[2] Santos, A. A., Marchesin, M., Pérez-Chavela, E., and Vidal, C. Continuation and Bifurcations of Concave Central Configurations in the Four and Five Body-Problems for Homogeneous Force Laws. Journal of Mathematical Analysis and Applications, v. 446, n. 2, p. 1743-1768, 2017.

*e-mail: michelle.gonzaga@ufpe.br
†e-mail: eduardo.leandro@ufpe.br

[3] Santos, A.A. Dziobek's Configurations in Restricted Problems and Bifurcation. Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, p. 213-238, 2004.

Solução do sistema von Kármán com amortecimento interno via semigrupos

Roseane da Silva Martins*
Departamento de Matemática
Universidade de Federal da Bahia
Salvador, Brasil

Resumo

Este trabalho trata de um sistema von Kármán com amortecimento interno. Estamos interessados em estudar a existência de solução considerando o amortecimento por atrito, o que é um problema natural, dado por,

$$\begin{cases} w_{tt} - b_1 \left[\left(u_x + \frac{1}{2} w_x^2 \right) w_x \right]_x + b_2 w_{xxxx} + a_1 w_t = 0, \\ u_{tt} - b_1 \left[u_x + \frac{1}{2} w_x^2 \right]_x + a_2 u_t = 0, \end{cases} \tag{1}$$

com condições iniciais

$$\begin{cases} w(x,0) = w_0(x), \ w_t(x,0) = w_1(x), \\ u(x,0) = u_0(x), \ u_t(x,0) = u_1(x), \end{cases}$$

e condições de fronteira tipo Dirichlet-Neumann

$$\begin{cases} u(0,t) = u(L,t) = 0, \\ w(0,t) = w(L,t) = 0, \\ w_x(0,t) = w_x(L,t) = 0. \end{cases}$$

onde $w(x,t)$ é o deslocamento transversal de um ponto genérico, $u(x,t)$ o deslocamento longitudinal, $(0,L)$ é o segmento ocupado pela viga, T é um tempo positivo dado e L o comprimento da viga. Os parâmetros físicos dados por b_1, b_2, a_1, $a_2 > 0$ representam as propriedades do material.

Considerando o espaço de fase $\mathcal{H}$ definido por

$$\mathcal{H} = H_0^2(0,L) \times L^2(0,L) \times H_0^1(0,L) \times L^2(0,L),$$

*e-mail: `roseane.martins@ufba.br`

transformamos o sistema (1) em um problema de evolução de primeira ordem no espaço de fase $\mathcal{H}$ dado por

$$\begin{cases} U_t = \mathcal{A}U + \mathcal{F}(U), \\ U(0) = (w_0, \varphi_0, u_0, \psi_0)^T, \ \ \forall\, t > 0, \end{cases} \tag{2}$$

A ideia principal que utilizamos para resolver o problema (1) foi considerar o sistema de evolução não linear (2) como uma perturbação $\mathcal{F}(U)$ do semigrupo linear de contração $S(t) = e^{\mathcal{A}t}$ em $\mathcal{H}$. Mostramos que o termo não linear $\mathcal{F}$ é localmente Lipschitz, então, resultados abstratos (consulte [1, Cap. 6] e também [2, Teorema 7.1]) sobre a geração de semigrupos não lineares concluem a existência de semigrupos não lineares em $\mathcal{H}$. A teoria de semigrupos não lineares também implica que para dados iniciais no domínio do gerador infinitesimal $\mathcal{A}$, as soluções correspondentes são contínuas no tempo com os valores em $\overline{D(\mathcal{A})}$. Para um esboço da prova, veja [3, Apêndice]. Além disso, se o domínio $D(\mathcal{A})$ for denso em $\mathcal{H}$, então as soluções fortes possuem a propriedade $U \in C([0,T), \mathcal{H})$. Sendo assim, o nosso principal resultado da existência de uma única "mild solution" para o problema perturbado (2) é dado pelo teorema

Teorema 0.1 *Se $U_0 \in \mathcal{H}$, então o problema $U_t = \mathcal{A}U + \mathcal{F}(U)$ possui uma única "mild solution" $U \in C([0,\infty), \mathcal{H})$ com $U(0) = U_0$. Além disso, se $U_0 \in D(\mathcal{A})$ a "mild solution" é uma solução forte globalmente definida.*

Com "mild solution" definida por

Definição 0.2 *Seja $S(t)$ um C_0-semigrupo de contrações em $\mathcal{H}$. Uma função contínua $U : (0,T] \to \mathcal{H}$ é denominada "mild solution" para o problem $U_t = \mathcal{A}U + \mathcal{F}(U)$ quando U satisfaz a seguinte expressão $U(t) = S(t)U_0 + \int_0^t S(t-s)\mathcal{F}(U(s))ds, \ \ 0 < t \leq T$, onde $\mathcal{F}$ é localmente Lipschitz em $\mathcal{H}$.*

Essa pesquisa é fruto de um artigo elaborado com meu orientador Carlos Alberto Raposo e com a contribuição dos professores Joilson Ribeiro e Octavio Vera, submetido à Revista Eletrônica de Teoria Qualitativa de Equações Diferenciais - EJQTDE. Trabalho esse que foi também utilizado na qualificação do doutorado e será também o primeiro capítulo da minha tese.

Referências

[1] A. Pazy. *Semigroups of Linear Operators and Applications to PDE's.* Springer, New York. (1986).

[2] I., Chueshov, I., Lasiecka: *Attractors and Long Time Behavior of von Kármán Thermoelastic Plates.* Appl Math Optim 58, (2008) 195-241.

[3] I., Chueshov, M., Eller, I.,Lasiecka: *On the attractor for a semilinear wave equation with critical exponent and nonlinear boundary dissipation.* Commun. Partial Differ. Equ. 27, 1901-1951 (2002).

5 Pôsteres

Programação

13 de abril de 2023 às 15:30

- **Superfícies de Rotação no Espaço de Minkowski**
  Ana Beatriz Moreira Lima
- **Bhaskara encontra Descartes: usando Geometria Analítica para resolver equações quadráticas**
  Carina Urtiga da Silva
- **Primando pela excelência: o Teorema da Decomposição Primária de Lasker-Noether**
  Celine Ingrid Gomes dos Santos
- **Um estudo comparativo entre as sequências de Lucas e de Fibonacci**
  Christiana Granja do Nascimento
- **Elementos do pensamento algébrico mobilizados por professores dos Anos Iniciais ao analisarem um problema de generalização de padrões**
  Clara Ribeiro de Santana
- **O processo de diluição de soluções e a Matemática: experimentação prática com alunas do Projeto Potimáticas**
  Clésia Jordania Nunes da Costa
- **Pensamento algébrico materializado por professores dos anos iniciais do ensino fundamental na elaboração coletiva de tarefas de sequências e padrões em um processo formativo remoto**
  Débora Beatriz Batista dos Santos
- **Homologia dos Fractais**
  EÉlida Karine De Lira Ferreira

- **Inteiros Algébricos e o Teorema de Liouville**
  Gleice Kelle Cristina dos Santos Menezes
- **Uma Introdução ao Grupo Fundamental**
  Ísis Vieira Fernandes
- **Obtendo soluções inteiras de equações exponenciais através da aritmética modular**
  Jaqueline Mayara da Silva
- **O Teorema de Banach-Steinhaus**
  Jennyfer Neves de Souza
- **Um Breve Estudo das Séries de Potências com Números Complexos**
  Laryssa Kely Alves Rodrigues
- **O Projeto Meninas Potiguares na matemática (POTIMÁTICAS) e sua contribuição nas aulas de matemática**
  Lidya Pontes Dantas
- **Matemática Financeira e Educação Matemática Crítica: uma proposta de ensino com o uso da calculadora Hp 12c**
  Lorena Amador Vilhena
- **Gênero, Mulheres e Matemática: a representatividade feminina em cargos administrativos**
  Raylla Araújo da Rocha
- **Conquistas de Mulheres Matemáticas**
  Roberta Elaine Domingos de Araújo
- **Acolhimento e discussão como ferramentas de emancipação feminina no Ensino Médio no Instituto Federal do Rio Grande do Norte (IFRN)**
  Rosângela Rafaela Pereira de Lima
- **Aproximações Diofantinas e Frações Contínuas**
  Sophia Evelin da Silva
- **Números Primos e suas Contribuições**
  Taiane Barboza Silva
- **De onde surge o problema para calcular a área e a coroa circular do círculo?**
  Yasmim Eduarda Santiago da Silva

Programação

14 de abril de 2023 às 15:30

- **Ptolomeu, Hiparco e a construção das tabelas de seno e cosseno**
  Allana Mylena Gomes de Amorim
- **A Compacidade em Espaços Vetoriais Normados**
  Ana Catarine Freitas de Lima
- **Conceitos Matemáticos Presentes nos Trabalhos das Trancistas: Uma relação com a (afro)Etnomatemátic**
  Anne Karine Cherrin de Souza
- **Aplicações do Teorema de Bolzano-Weierstress**
  Cecília Nunes Magalhães
- **Análise de custos das escolhas no jogo Patchwork**
  Cledja Bezerra De Lima
- **Modelando Epidemias: um primeiro passo na pesquisa em matemática**
  Cleuselite Rilamar Guimarães Silva
- **Introdução ao Cálculo Fracionário**
  Dayza Tavares Bezerra de Santana
- **Uma introdução à Análise de Fourier e Aplicações utilizando Python**
  Evellyn Karoline Alves Freitas Basílio
- **Matemática de um jeito diferente**
  Gabriela Gislaine Rodrigues de Araújo
- **O transporte paralelo e A conexão de Levi-Civita**
  Heloisa Cardoso Barbosa Gomes
- **Um estudo sobre as identidades polinomiais para as álgebras de Leibniz de dimensão menor ou igual a 3**
  Janara Ramos Nascimento
- **Hipersuperfícies tipo-espaço máximas em variedades de Lorentz possuindo um campo de vetores tipo-luz paralelo**
  Joicy Priscila de Araújo Cruz
- **Interdisciplinaridade entre Matemática e as Ciências Humanas e Sociais Aplicadas: Estratégias para ampliação do engajamento estudantil no Ensino Médio**
  Júlia da Silva Torres de Oliveira

- **Estabilidade de Variações dos Modelos Epidemiológicos do Tipo SIR e SEIR via Lyapunov**

  Leticia Maria Menezes dos Santos

- **Construção de fractais no GeoGebra**

  Lívia Tito Ribeiro

- **Articulações entre os níveis de pensamento geométrico de van Hiele e os tipos de prova de Balacheff**

  Marcella Luanna da Silva Lima

- **Problema de força central e as leis de Kepler: o inicio da Mecânica Celeste**

  Márcia Augusta Ferreira dos Reis

- **Conjuntos Mensuráveis e a Medida de Lebesgue**

  Maria Eduarda Costa Almeida

- **Teoria de controle ótimo em Epidemiologia: como obter a melhor estratégia de vacinação para uma epidemia com base no modelo SEIR**

  Maria Fernanda da Rocha Morais

- **Matemática, obras de arte milionárias e cárcere**

  Maria Júlia Araújo Barreto

- **Uma raiz convida as outras: uma fórmula para equações cúbicas**

  Maria Liberacy Pereira da Silva

- **Limites de massas quasi-locais de esferas em variedades Riemannianas**

  Thays Ingrid dos Santos Nunes

- **Grafos na Resolução de Problemas do Ensino Básico**

  Vivian Maria dos Santos

- **Um estudo comparativo entre espaços vetoriais normados de dimensão finita e infinita**

  Yasmin Lopes de Carvalho

Ptolomeu, Hiparco e a construção das tabelas de seno e cosseno

Allana Mylena Gomes de Amorim *
Graduanda em Licenciatura em Matemática
Departamento de Matemática
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Recife, Brasil

Filipe Andrade da Costa†
Departamento de Matemática
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Recife, Brasil

Resumo

Comumente ao se apresentar os conteúdos relacionados a trigonometria surge a clássica questão de "para que ela serve?", "De onde veio essas definições?" ou até mesmo, dentro mais especificamente da trigonometria "De onde surgem esses valores pra o seno e cosseno desses ângulos?". Refletindo nisso pensamos na elaboração deste pôster, nele faremos uma apresentação do contexto histórico da trigonometria na Grécia visto que muitas vezes a história é negligenciada mas a mesma também é parte essêncial sobre a matemática e seu desenvolvimento. Este trabalho também surge como um produto do projeto BIA já finalizado.

No trabalho focaremos nos tópicos sobre a história da trigonometria na Grécia Antiga em relação à visão de Hiparco e Ptolomeu, visto que eles são reconhecidos como âOs pais da trigonometriaâ. Também será apresentada a forma como ocorre a elaboração da tabela de corda de hiparco, que serve como caminho para os obtermos os valores do seno e cosseno. Vale resaltarmos que o desenvolvimento da trigonometria não se resume a matemática grega, mas a mesma tem uma grande influência no pensamento e desenvolvimento da matemática.

Temos por objetivo dar aos futuros docentes um aprofundamento nos conhecimentos a respeito do tema para tentar engajar o leitor e/ou ouvinte no estudo da trigonometria. Outro objetivo será trazer aplicações que gerem a curiosidade e mostrem a importância e a força da trigonometria no desenvolvimento das ciências exatas. Esperamos através deste trabalho que os participantes tenham uma nova visão sobre a história da trigonometria. Assim como, relacionar história e construções antigas com os modelos modernos cotidianamente abordados.

Referências

[1] NOGUEIRA, Dulce Manuela Martins. **Tópicos da História da Trigonometria**. Universidade de Aveiro, Portugal, 2013

[2] Oliveira, Jaqueline de. **Tópicos selecionados de trigonometria e sua história**. Universidade Federal de São Carlos. São Paulo, 2010.

*e-mail: allana.amorim@ufrpe.br
†e-mail: filipe.acosta@ufrpe.br

Superfícies de Rotação no Espaço de Minkowski

Ana Beatriz Moreira Lima*
Departamento de Matemática
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Recife, Pernambuco

Gilson S. Ferreira Jr.†
Departamento de Matemática
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Recife, Pernambuco

Resumo

Nos cursos clássicos de geometria diferencial estudamos uma importante classe de superfícies regulares, as chamadas *superfícies de rotação* (ou *revolução*). Uma superfície de rotação S no espaço Euclidiano $\mathbb{R}^3$ é o conjunto obtido ao girarmos uma curva regular plana γ em torno de um eixo l que não intersecta a curva. Como é bem conhecido, a menos de movimento rígido, uma superfície de rotação $S \subset \mathbb{R}^3$ é a superfície regular que admite uma parametrização da forma

$$x(u,v) = (f(u), g(u)\cos(v), g(u)\sin(v)),$$

onde $\gamma(u) = (f(u), g(u), 0)$, com $a < v < b$ e $g(u) > 0$, é uma parametrização para a curva γ. Note que a curva γ está no plano xy e o eixo l é o eixo Ox. O parâmetro u é o ângulo de rotação em torno do eixo Oz. Além disso, cada ponto $\gamma(v)$ da curva descreve uma circunferência [5]. No entanto, as parametrizações das superfícies de rotação no espaço de Minkowski mudam radicalmente, a depender do carácter causal do eixo l. Lembramos que o espaço tridimensional de Minkowski, denotado por $\mathbb{R}^3_1$, é o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ com as operações usuais de soma e multiplicação por escalar, mas munido com a forma bilinear simétrica, chamada de métrica de Minkowski, dada por

$$\langle x, y\rangle = -x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3,$$

onde $x = (x_1, x_2, x_3)$, $y = (y_1, y_2, y_3)$. Note que esta forma bilinear não é positiva definida, como ocorre com o produto interno usual de $\mathbb{R}^3$. Isso faz com que a geometria de $\mathbb{R}^3_1$ seja diferente da geometria de $\mathbb{R}^3$. Por exemplo, os vetores em $\mathbb{R}^3_1$ possuem carácter causais distintos, isto é, para um dado vetor $x = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3_1$ podemos ter $x = 0$ ou $\langle x, x\rangle > 0$, onde dizemos que o vetor é *tipo-espaço*, $\langle x, x\rangle < 0$, onde o vetor é dito *tipo-tempo*, ou $\langle x, x\rangle = 0$, mas $x \neq 0$, onde o vetor é dito *tipo-luz* [2]. A definição de superfícies de rotação em $\mathbb{R}^3_1$ é a mesma que apresentamos para o caso Euclidiano, no entanto, para obtermos parametrizações para superfícies de rotação no espaço de Minkowski, devemos levar em consideração o carácter causal o eixo l, que é dado pelo carácter causal do vetor diretor do eixo. No caso em que o eixo de rotação é do tipo tempo, podemos tomar sem perda de generalidade a curva γ no plano xy, isto é $\gamma(u) = (f(u), g(u)), 0)$ com $a < u < b$ e $g(u) > 0$, e girar ela em torno do eixo Ox, que é do tipo tempo, onde obtemos a superfície de rotação S parametrizada por

$$x(u,v) = (f(u), g(u)\cos(v), g(u)\sin(v)),$$

*e-mail: beatriz.moreira@ufrpe.br
†e-mail: gilson.simoesj@ufrpe.br

onde o parâmetro v é o ângulo de rotação em torno do eixo Ox [1]. Por outro lado, quando o eixo de rotação é do tipo espaço, podemos considerar sem perda de generalidade a curva $\gamma(u) = (f(u), 0, g(u))$ com $a < u < b$ e $f(u) > 0$, isto é, a curva está no plano xz e rodar em torno do eixo Oz, que é tipo-espaço, obtendo assim a superfície de rotação parametrizada por

$$x(u,v) = (f(u)\cosh(v), f(u)\sinh(v), g(u)),$$

onde o parâmetro v é o ângulo de rotação em torno do eixo Oz [1]. Aqui há uma diferença importante entre esses dois tipos de superfícies de rotação. Enquanto no caso tipo-tempo cada ponto $\gamma(u)$ da curva descreve uma circunferência, na rotação tipo-espaço cada ponto $\gamma(u)$ descreve uma hipérbole. Temos ainda um terceiro tipo de superfície de rotação, que ocorre quando o eixo é do tipo-luz. Supondo sem perda de generalidade que a curva γ está no plano xy, isto é, $\gamma(u) = (f(u), g(u), 0)$ com $a < u < b$, $f \neq g$, e que o eixo de rotação é a reta gerada pelo vetor $(1, 1, 0)$, que é tipo-luz, obtemos a seguinte parametrização para a superfície de rotação

$$x(u,v) = \left((1+\frac{v^2}{2})f(u) - \frac{v^2}{2}g(u), \frac{v^2}{2}f(u) + (1-\frac{v^2}{2})g(u), (f(u) - g(u)v\right),$$

onde $v \in \mathbb{R}$, [1].

Devido aos vários tipos de superfícies de rotação existentes no espaço de Minkowski $\mathbb{R}^3_1$, muitos geômetras tem se interessado pelo estudo dessas superfícies nesse ambiente. Por exemplo, em [4], Hano e Nomizo estudaram o problema de classificar superfícies de rotação de curvatura média H constante. Eles restringiram seus estudos às superfícies de rotação tipo-espaço cujo eixo de rotação podia ser tipo-espaço, tipo-tempo ou tipo-luz. Para o caso das rotações sobre eixos tipo-espaço e tipo-tempo, os resultados obtidos foram similares aqueles obtidos por Delaunay em [3] para às superfícies de rotação de curvatura média H constante no espaço Euclidiano $\mathbb{R}^3$. Já em [1] é obtido uma classificação para as superfícies de rotação de curvatura Gaussiana K constante no espaço de Minkowski.

O objetivo deste trabalho é abordar um pouco da geometria das superfícies de rotação no espaço de Minkowski $\mathbb{R}^3_1$, onde além de apresentar formalmente essas superfícies, vamos apresentar as expressões gerais para a primeira e a segunda forma fundamental, as curvaturas média e Gaussiana dessas superfícies de rotação.

Geralmente os cursos de Geometria Diferencial na graduação em matemática são apresentados com a perspectiva do espaço Euclidiano como ambiente de estudo. Além disso, o conceito de superfícies de rotação é abordado desde os cursos iniciais de cálculo. Este trabalho irá apresentar ao público ideias já conhecidas mas em um ambiente distinto do ambiente Euclidiano, onde a maneira de medir comprimentos é diferente, mudando assim a geometria dos objetos estudados.

Este trabalho é fruto de um estudo que está em desenvolvimento para um pedido de iniciação científica a FACEPE.

Referências

[1] Chr. C. Beneki and G. Kaimakamis and B.J. Papantoniou, *A classification of surfaces of revolution of constant Gaussian curvature in the Minkowski space* $\mathbb{R}^3_1$, Bull. Calcutta Math. Soc., **90**, 441-458, 1998.

[2] I. T. Couto and A. Lymberpoulos, *Introdução à Geometria Lorentziana: Curvas e Superfícies*, SBM, 1ª ed., Rio de Janeiro, 2018.

[3] C. Delaunay, *Sur la surface de révolution dont la courbure moyenne est constante*, J. Math. Pure Appl., **6**, 309-320, 1841.

[4] J. I. Hano and K. Nomizu, *Surface of revolution with constant mean curvature in Lorentz-Minkowski space*, Tôhoku Math. J., **36**, 427-437, 1984.

[5] M. P. do Carmo, *Geometria Diferencial de Curvas e Superfícies*, SBM, 6ª ed., Rio de Janeiro, 2014.

A compacidade em espaços vetoriais normados

Ana Catarine Freitas de Lima 1[⋆]
Departamento de Matemática
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Recife, BR

Bruna Vitória Borges Bezerra 2[†]
Departamento de Matemática
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Recife, BR

Gilson Mamede de Carvalho 3[‡]
Departamento de Matemática
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Recife, BR

Resumo

A compacidade é uma das principais ferramentas matemáticas e é usada para estabelecer importantes resultados, sejam eles encontrados em disciplinas básicas da graduação, como no Cálculo Diferencial, ou mesmo nos mais distintos ramos da pesquisa atual, como por exemplo, dentro da teoria das Equações Diferenciais Parciais (EDP). Deste modo, convém introduzir tal tema dentro de projetos de iniciação científica, a fim de propiciar um estudo mais concentrado a respeito dos compactos aos alunos de graduação que desejam seguir na vida acadêmica.

Na proposta de pôster, pretendemos fazer um estudo breve a respeito dos conjuntos compactos dentro de alguns espaços vetoriais normados, tendo como principal finalidade estabelecer as relevantes distinções quando se trabalha em espaços de dimensão finita e em espaços de dimensão infinita. Para tanto, precisaremos introduzir algumas ferramentas topológicas dos espaços vetoriais normados, bem como estabelecer algumas de suas principais propriedades.

O presente trabalho é fruto da junção dos estudos de dois projetos de iniciação científica, que se encontram em andamento, onde em ambos se fez um estudo a respeito de algumas ferramentas topológicas, sendo um, desenvolvido pela discente Bruna Vitória, em cima do espaço Euclidiano R^N e o outro, desenvolvido pela discente Ana Catarine, dentro da teoria dos Espaços Métricos, ambos orientados pelo professor Gilson Mamede de Carvalho.

Referências

[1] LIMA, Elon Lages. Álgebra Linear, 1.ed. Rio de Janeiro: Editora Associação Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, 2014.
[2] LIMA, Elon Lages. Análise Real - Funções de n variáveis, vol 2: 6.ed. Rio de Janeiro: Editora Associação Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, 2016.

⋆ e-mail: anacatarine.lima@ ufrpe.br
† e-mail: bruna.borges@ufrpe.br
‡ e-mail: gilson.carvalho@ufrpe.br

[3] LIMA, Elon Lages. Espaços Métricos: 4.ed. Rio de Janeiro: Editora Associação Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, 2009.

⋆ e-mail: anacatarine.lima@ ufrpe.br
† e-mail: bruna.borges@ufrpe.br
‡ e-mail: gilson.carvalho@ufrpe.br

CONCEITOS MATEMÁTICOS PRESENTES NOS TRABALHOS DAS TRANCISTAS:
Uma relação com a (afro)Etnomatemática

Anne Karine Cherrin de Souza*

Departamento de Matemática

Instituto Federal de Ensino, Ciência e Tecnologia do Maranhão

São Luis, Brasil

Resumo

Este pôster apresenta uma relação do trabalho das trancistas com a matemática escolar, presente nos conteúdos dos anos finais do Ensino Fundamental. Tem por objetivo analisar a matemática oculta no tecer das tranças, através de algumas comparações com os conceitos matemáticos presentes nos trabalhos das trancistas, sob o olhar da (afro)Etnomatemática. Durante a confecção do penteado, coletamos o relato da trancista em forma de áudio e fizemos registros fotográficos das tranças produzidas em uma cliente de um salão de beleza afro de São Luis do Maranhão, que nos permitiu analisar e comparar a matemática das tranças com a matemática escolar. Por fim, observamos que a trancista utiliza conhecimentos e linguagem matemática para se referir à simetria das repartições dos fios, uma vez que trançar os cabelos requer atenção, eficiência e dimensão, onde o passo a passo é feito de forma cognitiva e consciente, exigindo que a profissional pense e reflita para então elaborar suas composições. Este trabalho é o produto final para a conclusão da Especialização de Ensino de Matemática no IFMA, sob orientação da professora Luciana dos Santos.

Referências

[1] D'AMBROSIO, Ubiratan. Etnomatemática – elo entre as tradições e a modernidade. Ed. 6, 1 reimp. – Editora: Autêntica. Belo Horizonte, 2020.

[2] SANTOS, Luane Bento dos. Conhecimentos etnomatemático produzidos por mulheres negras trançadeiras. Revista da ABPN. v. 9, n. 22, p. 123-148, mar-jun. 2017. Disponível em: <https://redib.org/Record/oai_articulo2210143-conhecimentos-etnomatem%C3%A1ticos-produzidos-por-mulheres-negras-tran%C3%A7adeiras>. Acesso em: 31 de outubro de 2021.

* e-mail: annecherrin.prof.mat@gmail.com

Bhaskara encontra Descartes: usando Geometria Analítica para resolver equações quadráticas

Carina Urtiga da Silva*
Curso de Licenciatura em Matemática
Universidade Estadual da Paraíba
Patos, Brasil

Arlandson Matheus Silva Oliveira†
Curso de Licenciatura em Matemática
Universidade Estadual da Paraíba
Patos, Brasil

Resumo

Isso é novo? — pergunta Heaton [1] após descrever, em um brevíssimo artigo, etapas para demonstrar a fórmula para resolver equações quadráticas, a qual no Brasil é creditada ao matemático indiano Bhaskara II (que viveu no século XII). Jelin e Venezuela [2] utilizam isso para ilustrar o fato de que "nos exatos termos em que hoje é ensinada, a expressão surge muito tempo depois". A prova de Heaton difere da conhecida técnica de completamento do quadrado que geralmente empregamos para chegar à fórmula de Bhaskara (veja [3]). No entanto, caminhos diversos para um mesmo fim não são novidade na Matemática, ainda mais no que se refere à temática por nós abordada neste trabalho. Com efeito, soluções para casos particulares das equações quadráticas são conhecidas desde a Antiguidade.

O ponto de partida da nossa abordagem é um dos momentos mais interessantes e frutuosos da história moderna da Matemática, quando o filósofo, cientista e matemático francês René Descartes (1596-1650) inaugurou uma (nova) aliança entre Geometria e Álgebra naquilo que ficou conhecido como Geometria Analítica. Milne [5] descreve, numa linguagem mais atual, um procedimento geométrico para resolver os quatro tipos de equações quadráticas consideradas por Descartes.

Tomando por base o artigo de Jelin e Venezuela [2], bem como [4] e [6], neste trabalho desenvolvemos um roteiro de Geometria Analítica, por meio do qual é possível exercitar, ao mesmo tempo, a manipulação algébrica e a interpretação geométrica, com o propósito de derivar a famosa fórmula de resolução de equações quadráticas. Dada uma equação $p(t) := a_0 + a_1 t + a_2 t^2 = 0$, na qual todos os coeficientes são reais, sendo $O = (0,0,0) \in \mathbb{R}^3$ e considerando os vetores $\overrightarrow{OC} = (a_0, a_1, a_2)$ e $\overrightarrow{OV} = (1, t, t^2)$, vemos que $p(t) = \overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OV}$ e que nossa equação pode ser reescrita como $\overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OV} = 0$. Assim, os vetores $\overrightarrow{OC}$ e $\overrightarrow{OV}$ são ortogonais. Além disso, o vetor $\overrightarrow{OV}$ sugere trabalharmos com a curva parametrizada $\gamma : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ definida por $\gamma(t) = (1, t, t^2)$ cujo traço, já que $x(t) \equiv 1$, situa-se num plano Π paralelo ao plano Oyz. Nosso estudo se desenrola a partir da conexão entre polinômios de segundo grau e Geometria Analítica estabelecida por meio de γ e Π.

Esperamos que o presente trabalho, ainda em andamento, culmine no TCC da primeira autora sob orientação do segundo.

Referências

[1] HEATON, Henry. A Method of Solving Quadratic Equations. **The American Mathematical Monthly**, v. 3, n. 10, p. 236-237, 1896.

[2] JELIN, Daniel; VENEZUELA, Antonio Luís. Fórmula de Bhaskara: uma abordagem via geometria analítica. **Professor de Matemática Online**, v.9, n.4, p. 538-551, 2021.

*e-mail: `carina.silva@aluno.uepb.edu.br`
†e-mail: `arlandsonm@servidor.uepb.edu.br`

[3] LIMA, Elon Lages; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto; WAGNER, E.; MORGADO, Augusto César. **A Matemática do Ensino Médio** – Volume 1. 10a. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

[4] Lima, Elon Lages. **Geometria Analítica e Álgebra Linear.** Rio de Janeiro: IMPA, 2014.

[5] MILNE, J. J. On the Graphic Solution of Quadratic Equations. **The Mathematical Gazette**, Vol. 13, No. 187 (Mar., 1927), p. 318-320.

[6] REIS, G. L.; SILVA, V. V. **Geometria Analítica.** 2.ed. Rio de Janeiro: LTC, 1996.

Aplicações do Teorema de Bolzano-Weierstrass

Cecília Nunes Magalhães*
Unidade Acadêmica de Matemática
Universidade Federal de Campina Grande
Campina Grande, Brasil

Pammella Queiroz de Souza†
Unidade Acadêmica de Matemática
Universidade Federal de Campina Grande
Campina Grande, Brasil

Resumo

Em matemática, o Teorema de Bolzano-Weierstrass é um teorema fundamental na análise real. Esse teorema é extremamente útil em cálculo, topologia e outros ramos da matemática, pois fornece uma maneira eficaz de provar a existência de limites, derivadas, integrais, certos tipos de soluções e outros objetos importantes na matemática. Muito embora este resultado tenha uma relevante importância, sabemos que houve uma sólida e importante construção para chegar no atual reconhecimento deste resultado.

Em primeiro lugar, é sabido que há inúmeras diferenças entre o cálculo da época de Isaac Newton e Gottfried Leibniz e o cálculo que veio depois da época de Augustin-Louis Cauchy e Bernard Bolzano, e uma dessas diferenças recai no conceito de função. Por volta de 1700, o cálculo lidava com a noção de variáveis e pelos anos 1800 já se usava a ideia de função. A palavra função apareceu, pela primeira vez, em um artigo escrito por Leibniz em 1692, onde ele chamava de funções as quantidades geométricas variáveis relacionadas a uma curva, tais como: coordenadas, tangentes, subtangentes, normas, raios de curvatura, etc. Todavia, foi juntamente com Johann Bernoulli que o conceito e a simbologia usados para representar funções ficaram estabelecidos.

Finalmente, em 1718, Bernoulli definiu o conceito formalmente pela primeira vez, e essa definição foi usada e padronizada por Leonhard Euler em sua obra *Introduction in Analysin Infinitorum* (1748) da seguinte maneira: "Uma função de uma quantidade variável é uma expressão analítica formada de qualquer modo por tal quantidade variável e por números ou quantidades constantes".

Visto que a ideia de função é essencial para os principais conceitos da análise matemática, o Teorema de Bolzano-Weierstrass entra neste contexto por ser um dos componentes-chaves da análise matemática. Deste modo, a aplicabilidade de tal teorema se dá tanto na matemática pura quanto na matemática aplicada.

Diante disso, sabe-se que a noção de continuidade é um dos pontos centrais da Topologia e tem diversas aplicações, tanto na Matemática, quanto em outras áreas da ciência. Intuitivamente, uma função é contínua num ponto de seu domínio quando seu gráfico não apresenta "salto" ou "interrupção" nesse ponto. De fato, essa ideia intuitiva precisa ser esclarecida com um certo rigor e as propriedades mais elementares da continuidade de uma função estudadas em detalhes. Daí, o Teorema de Bolzano-Weierstrass surge como uma ferramenta poderosa em diversos aspectos.

Esse trabalho, fruto de uma iniciação científica que está em andamento, tem o objetivo de investigar e apresentar Aplicações do Teorema de Bolzano-Weierstress, donde diz que dada uma sequência limitada, estando seus elementos confinados a um intervalo $[a, b]$, eles são forçados a se acumularem em um ou mais "lugares" desse intervalo.

Teorema 1. **(*Bolzano-Weierstress*)** Toda sequência limitada (a_n) possui uma subsequência convergente.

*e-mail: `cecilia.nunes@estudante.ufcg.edu.br`, Parcialmente financiada pelo MEC/FNDE/PET
†e-mail: `pammellaqueiroz@gmail.com`, Apoiada pela Fundação de Apoio à Pesquisa do Estado da Paraíba (FAPESQ), CNPq, Termo de Outorga n^o 3183/2021

Como consequência deste Teorema, enunciaremos aqui alguns resultados que serão úteis na prova das aplicações do Teorema de Bolzano-Weierstress.

Teorema 2. Seja f uma função contínua definida no intervalo fechado e limitado $[a, b]$. Então f atinge seu máximo e seu mínimo.

Teorema 3.(*Teorema do Valor Intermediário*) Seja f uma função contínua definida sobre um intervalo fechado e limitado $[a, b]$ e $f(a) < f(b)$. Então, para todo $r \in \mathbb{R}$ tal que $f(a) < r < f(b)$, existe um elemento $c \in]a, b[$ tal que $f(c) = r \cdot r$, é considerado um valor intermediário.

Teorema 4. (*Teorema de Transporte de Intervalos*) Seja f uma função contínua definida no intervalo limitado e fechado $[a, b]$. Então o conjunto de imagens de f é o intervalo limitado e fechado

$$\left[\min_{x\in[a,b]} f(x), \max_{x\in[a,b]} f(x)\right].$$

Colorário 5. (*Soluções de Equações*) Seja f uma função contínua definida no intervalo limitado e fechado $[a, b]$ e $f(a)f(b) \leq 0$. Assim, a equação $f(x) = 0$ tem, pelo menos, uma solução em $[a, b]$.

Apresentaremos agora algumas aplicações do Teorema 1 aplicado a funções contínuas sobre o intervalo $[a, b]$.

Aplicação 1. Seja $h : [0, 1] \to [0, 1]$ uma função contínua. Então, a equação $x = h(x)$ tem, pelo menos, uma solução $\widehat{x}$ em $[0, 1]$, com $\widehat{x}$ sendo um ponto fixo de h. De modo mais geral, seja $g : [0, 1] \to [0, 1]$ uma função contínua e sobrejetiva. Então, a equação $g(x) = h(x)$ tem, pelo menos, uma solução em $[0, 1]$.

Aplicação 2.

i) Seja I um intervalo e $f : I \to J$ uma função contínua e injetiva. Então f é estritamente monótona.

ii) Seja I um intervalo e $f : I \to J$ seja uma função contínua e bijetiva. Assim, sua função inversa $f^{-1} : J \to I$ é contínua.

Palavras-chave: Teorema de Bolzano-Weierstress; Aplicações; Funções.

Referências

[1] STUBBE, J. Analysis I for Engineers. Suíça: EPFL SB MATHGEOM, 2015.

[2] LIMA, E. L. Curso de Análise; v.1. 13 ed. Rio de Janeiro: Associação Insituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, 2011.

[3] FIGUEIREDO, D. G. Análise I. 2.ed. Riod de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1996.

[4] BARONI, R. L. S.; GARCIA, S. C. O. Aspectos da história da análise matemática de Cauchy a Lebesgue. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2014.

Primando pela excelência: o Teorema da Decomposição Primária de Lasker-Noether

Celine Ingrid Gomes dos Santos 1⋆
Unidade Acadêmica de Matemática
Universidade Federal de Campina Grande
Campina Grande, Brasil

Thyago Santos de Souza 2†
Unidade Acadêmica de Matemática
Universidade Federal de Campina Grande
Campina Grande, Brasil

Resumo

O Teorema da Decomposição Primária é um resultado fundamental da Álgebra Comutativa, que afirma que todo ideal próprio de um anel Noetheriano pode ser decomposto em interseções de ideais primários. Essa consequência tem demasiado reconhecimento por ser uma expansão do Teorema Fundamental da Aritmética (todo inteiro maior do que 1 possui uma decomposição única em fatores primos).

Em 1905, Emanuel Lasker provara parcialmente o teorema, para o caso particular de anéis polinomiais e anéis de séries de potências convergentes. Contudo, após alguns anos, em 1921, a matemática Emmy Noether conseguira demonstrar a validade desse resultado em sua generalidade.

Tendo em vista sua relevância, neste trabalho, apresentaremos as definições de anel Noetheriano, ideal primário e, ainda, do conjunto dos primos associados, que serão de suma importância para, então, estudarmos os lemas e o resultado principal: o Teorema da Decomposição Primária. Para tanto, a metodologia utilizada para estudo do tema e desenvolvimento do trabalho fora a pesquisa bibliográfica, em livros de Álgebra e uma Monografia.

Ademais, este trabalho é fruto de um projeto de Iniciação Científica, concluído em 2022, intitulado “Introdução à Álgebra Comutativa e Geometria Algébrica”, e vinculado ao PET Matemática e Estatística, da Universidade Federal de Campina Grande - UFCG. Além disso, a motivação para escolha do tema partira dos estudos realizados no projeto. Por fim, acreditamos que, no decorrer da apresentação, ficará claro o porquê da notabilidade desse Teorema para a Álgebra Comutativa e cremos que a abordagem feita é de simples entendimento à comunidade matemática.

Referências

[1] ANDRADE, J. F. S., Tópicos Especiais em Álgebra, Rio de Janeiro: SBM, 2013.
[2] ATIYAH, M. F., MACDONALD, I. G., Introduction to Commutative Algebra, Massachussetts: Addison-Wesley Publishing Company, 1969.
[3] MATSUMURA, H., Commutative Ring Theory. Cambridge University Press, 1986.
[4] PRIMARY decomposition. In: WIKIPEDIA, a enciclopédia livre. Disponível em: <https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Primary_decomposition&oldid=1136033371>. Acesso em: 9 fev. 2023.
[5] SANTOS, Mônica Madeira dos. **Decomposição Primária em Aneis Noetherianos**. Monografia - Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto, p. 70. 2022.
[6] TENGAN, E., BORGES, H., Álgebra comutativa em quatro movimentos, Rio de Janeiro: IMPA, 2015.

⋆ e-mail: celineingridgomess@hotmail.com
† e-mail: thyago@mat.ufcg.edu.br

Um estudo comparativo entre as sequências de Lucas e de Fibonacci

Christiana Granja do Nascimento*
Discente do Curso de Licenciatura em Matemática
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Recife, Brasil

Thamires Santos Cruz†
Professora do Departamento de Matemática
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Recife, Brasil

Resumo

A sequência de Fibonacci vem sendo observada e analisada em diversos campos de estudos, sendo nesta pesquisa abordadas algumas relações com uma de suas generalizações, a saber: a sequência de Lucas. Tal sequência tem sua origem atribuída ao matemático francês François Lucas, cujos números surgem ao tomarmos um par de números iniciais distintos dos utilizados por Fibonacci, mantendo a fórmula da relação de recorrência, sendo esta nova sequência intrinsecamente ligada à de Fibonacci e possuidora de uma relação mais próxima com o número áureo. A presente iniciação científica, em andamento, tem como foco principal o estudo da relação entre os números de Lucas e os de Fibonacci, visando a realização de discussões sobre a importância de tal relação, assim como a aplicabilidade de tais tópicos na educação básica. Além deste objetivo, também se faz necessário salientar o aprimoramento da escrita matemática dada a necessidade de uso frequente durante o desenvolvimento da pesquisa, e sendo este um conhecimento de alta valia ao longo da graduação. Por meio de encontros semanais a bolsista apresentava os conteúdos estudados, inicialmente sobre a Sequência de Fibonacci e sua extensão para os índices inteiros negativos, e depois sobre a sequência de Lucas, sendo posteriormente aprofundado nas propriedades dos Números de Lucas e algumas de suas relações com os Números de Fibonacci. Em seguida, foram abordadas algumas de suas aplicabilidades. Nesses encontros, também eram discutidas as dúvidas apresentadas pela discente. A partir disto, pudemos comprovar que ambas possuem somas generalizadas de modo análogo, assim como quaisquer números de ambas as sequências podem ser escritos em função dos termos da outra, isto é, estabeleceu-se uma relação entre os números de Lucas e de Fibonacci. Além disso, é importante ressaltar o debruçamento realizado sobre os números de Lucas e as fórmulas de Cassini e de Binet, onde esta última gera interessantes resultados relacionados ao famigerado número de ouro, assim como a possibilidade de gerar novas identidades algébricas relacionando ambas as sequências.

Palavras-chave: Lucas. Fibonacci. Números. Sequências.

*e-mail: nascimentochristiana@gmail.com
†e-mail: thamires.cruz@ufrpe.br

Referências

[1] PEREIRA, L.; FERREIRA, M., Sequência de Fibonacci: História, Propriedades e Relações com a Razão Áurea, Disc. Scientia. Série: Ciências Naturais e Tecnológicas, S. Maria, v. 9, n. 1, p. 67-81, 2008.

[2] SILVA, B. A., Números de Fibonacci e números de Lucas, Dissertação de Mestrado, Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação -ICMC, USP, 2017.

Elementos do pensamento algébrico mobilizados por professores dos Anos Iniciais ao analisarem um problema de generalização de padrões

Clara Ribeiro de Santana★
Departamento de Matemática
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Recife, Brasil

Jadilson Ramos de Almeida†
Departamento de Educação
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Recife, Brasil

Resumo

A teoria da objetivação (TO) foi desenvolvida pelo professor Luis Radford (Laurentian University/ Canadá) desde os anos de 1990 e tem inspirações na filosofia materialista dialética de Hegel e Marx e no projeto de educação de Paulo Freire. A TO compreende a educação matemática como um meio para produzir pessoas éticas, críticas e reflexivas acerca das práticas matemáticas. De acordo com Radford, três condições permeiam o pensamento algébrico: indeterminação de grandezas, denotação do desconhecido e analiticidade. O presente trabalho compreende a análise das falas dos professores/coordenadores, atuantes nos Anos Iniciais em escolas de Pernambuco, de um problema apropriado para o quarto ano do Ensino Fundamental I e discutidos em uma formação continuada financiada pelo Edital Jovens Pesquisadores da FACEPE (Edital APQ 16/2021) encabeçada pelo prof. Dr. Jadilson Almeida. Nossa análise visa indicar os elementos do pensamento algébrico nas falas dos formandos ao analisarem um problema de generalização de padrões a partir de uma sequência de crescimento. A formação foi de caráter remoto e aconteceu entre os meses de abril e setembro do ano de 2022. A presente autora participa de uma Iniciação Científica (Março/2022-Fevereiro/2023) financiada pela FACEPE e ligada ao projeto do prof. Jadilson Almeida. As formações aconteceram de forma remota e as análises das falas dos professores foram feitas com o auxílio da TO. Percebeu-se uma lacuna dos professores no processo de objetivação e no elementos do pensamento algébrico. A pesquisa recebeu aprovação do CEP (Parecer 4.438.610).

Referências

[1] ALMEIDA, J. R. DE; MARTINS, J. . Labor Conjunto Remoto: uma proposta metodológica para formação continuada de professores que ensinam matemática. Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, v. 12, n. 3, p. 106-124, 20 maio 2022.

[2] RADFORD, L. En torno a tres problemas de la generalización. In: RICO, L. et al. (Orgs.), Investigación en didáctica de la Matemática. Homenaje a Encarnación Castro. Granada: Editorial Comares. p. 3- 12, 2013.

★e-mail: clara.rsantana@ufrpe.br
† e-mail: jadilson.almeida@ufrpe.br

[3] RADFORD, L. The emergence of symbolic algebraic thinking in primary school. In: KIERAN, C. (Org.). Teaching and learning algebraic thinking with 5- to 12-year-olds: The global evolution of an emerging field of research and practice. New York: Springer, 2018. p. 3-25.
[4] Radford, L. (2021), Pensamento algébrico nos anos iniciais: Diálogos e complementaridades entre a teoria da objetivação e a teoria histórico-cultural. São Paulo: Livraria da Física

★e-mail: clara.rsantana@ufrpe.br
† e-mail: jadilson.almeida@ufrpe.br

Análise de custos das escolhas no jogo Patchwork

Cledja Lima*
Departamento de Matemática
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Recife, Brasil

Wanderson Oliveira†
Departamento de Matemática
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Recife, Brasil

Resumo

O uso de jogos como motivadores em processos educacionais ganhou destaque, desde o final do século passado, por, dentre outras razões, acrescentar a dimensão lúdica como atrativo para a aprendizagem de temas matemáticos. Quast [3] destaca que os jogos contribuem com o desenvolvimento em diversas dimensões, como o motor, cognitivo, emocional, social, ético, moral, estético e identitário. E, para além destes, o ato de jogar propicia o desenvolvimento de raciocínios complexos em busca de estratégias de vitória.

Dentre os variados tipos de jogos com potencial educativo, a categoria dos jogos de tabuleiro possui características que incentivam o indivíduo a uma reflexão permanente, de modo ativo, em oposição aos jogos digitais. Por exemplo, são os jogadores os responsáveis por perceber quais são as regras válidas e os movimentos não permitidos, bem como coordenar e planejar as suas ações a curto, médio e longo prazo [1].

O Patchwork [2] é um jogo de tabuleiro moderno para dois participantes baseado no encaixe de poliminós em um tabuleiro 9 x 9 (Figura 1). O objetivo é possuir a maior quantidade de pontos ao final da partida, delimitada pela quantidade de ações ao longo do jogo (Figura 2). A cada ação, o(a) jogador(a) ativo(a) pode comprar uma peça e colocá-la em seu tabuleiro ou andar um espaço para obter uma moeda (Figura 3). Considera-se como ativo(a) aquele(a) que está atrás no tabuleiro de âtempoâ.

São diversas as variáveis associadas a cada uma das peças disponíveis, e cujos benefícios e cujos danos devem ser analisados pelos jogadores. Ao final da partida, quando nenhum jogador puder mais se movimentar no tabuleiro de âtempoâ, são contados os pontos obtidos, os bônus são distribuídos e é subtraída uma penalização pelos espaços deixados em branco.

Os resultados parciais encontrados até agora são consequência da experimentação do jogo e percepção de estratégias de vitória citadas anteriormente. Em especial, destaca-se a percepção de quais são as variáveis em análise, fundamental para a construção de um modelo de uma variável chamada âvalorâ, que sintetiza todas as vantagens e desvantagens da compra de cada uma das peças disponíveis ao longo da partida.

Este trabalho é um resultado parcial do projeto de Bolsas de Iniciação Acadêmica (BIA 2022) financiado pela Fundação de Amparo a Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco.

*e-mail: `cledjalima25@gmail.com`
†e-mail: `wanderson.aleksander@ufrpe.br`

Figuras 1,2 e 3: Autoria própria

Referências

[1] M. Berland and V. Lee, *Collaborative Strategic Board Games as a Site for Distributed Computational Thinking*, International Journal of Game-Based Learning (IJGBL) 1, no.2: 65-81. http://doi.org/10.4018/ijgbl.2011040105

[2] Uwe Rosemberg, *Patchwork*, Lookout Games. Berne, Germany: 2014.

[3] Karin Quast, O que está em jogo quando jogamos. *Em*: Paula Piccolo and Arnaldo V. Carvalho. (org.) *Jogos de tabuleiro da educação.*, 54-65. São Paulo: Devir. 1934.

Modelando Epidemias: um primeiro passo na pesquisa em matemática

Cleuselite Rilamar Guimarães Silva 1[⋆]
Escola Técnica Estadual Jurandir Bezerra Lins
Igarassu, País

Karina Santana de Lima 2[†]
Escola Técnica Estadual Dom Bosco
Recife, Brasil

Mariana Ferreira da Silva 3[‡]
Escola Estadual Erundina Negreiros de Araújo
Recife, Brasil

Maité Kulesza 4[ϒ]
Departamento da Matemática
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Recife, Brasil

Resumo

O projeto “Modelando Epidemias: Um Primeiro Passo na Pesquisa em Matemática” da Imersão Científica 2023 - Futuras Cientistas do CETENE busca aproximar meninas e professoras da pesquisa científica em Matemática, por meio do estudo analítico e computacional de modelos de epidemias. A partir disso, o presente relatório pretende descrever as atividades desenvolvidas pelas participantes na tentativa de entender como a matemática descreve epidemias através de modelos de equações e como funciona a dinâmica da COVID-19 no Brasil, por meio de dados do Painel COVID, observando casos e óbitos novos registrados desde 2020. Para tal, no primeiro momento, com o objetivo de introduzir o estudo da dinâmica das epidemias, foi estudado o modelo epidemiológico SIR, conceitos básicos de Python e implementado o método de Euler e, no segundo momento, foram analisados dados da COVID-19 para as seguintes situações-problema: Análise do crescimento dos casos de COVID-19 no início da pandemia em 2020 nas cidades de Recife, Caruaru, Serra Talhada e Petrolina do estado de Pernambuco, com vistas a comprovar a interiorização da contaminação; análise dos gráficos de casos novos nas cidades de Fernando de Noronha, PE e Campina Grande, Paraíba, no período antes e após as festas de Natal e Ano Novo nas viradas de ano de 2020 para 2021 e de 2021 para 2022, observando a influência desses eventos na disseminação do vírus; comparação das cidades de Fernando de Noronha, Pernambuco, e Lajedinho, Bahia, para ver o impacto do isolamento social no início da pandemia; e comparação das cidades de Serrana, São Paulo, e Água Preta, Pernambuco, para ver o impacto da vacinação nos primeiros semestres de 2021 e 2022.

Palavras-chaves: Modelos Epidemiológicos, Modelo SIR, COVID-19, Python.

Referências

Agência Fiocruz. Estudo da Fiocruz reafirma eficácia de máscaras e isolamento social. **Viva Bem UOL**, 13 de jun. de 2021. Disponível em: <https://www.uol.com.br/vivabem/noticias/redacao/2021/06/23/estudo-da-fiocruz-reafirma-eficacia-de-mascaras-e-isolamento-social.htm>. Acesso em: 23 de jan. de 2023

⋆ e-mail: prof.crgs@gmail.com
† e-mail: karinalimaah0@gmail.com
‡ e-mail: marizinha.conta123@gmail.com
ϒ e-mail: maite.kulesza@ufrpe.br

Introdução ao Cálculo Fracionário

Dayza Tavares Bezerra de Santana *
Graduanda em Licenciatura em Matemática
Departamento de Matemática
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Recife, Brasil

Filipe Andrade da Costa†
Departamento de Matemática
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Recife, Brasil

Resumo

O cálculo fracionário é o cálculo com ordens de integração e derivação generalizadas, ou seja, a limitação das ordens aos números inteiros é superada e pode-se trabalhar com valores arbitrários.Suas primeiras sementes tem início no final do século XVII, durante uma troca de cartas entre L'Hôspital e Leibniz, onde L'Hôspital indaga qual seria o significado da derivada de ordem n= 1/2. E a resposta de Leibniz foi que esse seria um paradoxo do qual em algum momento poderíamos tirar consequências muito úteis.

Neste trabalho visamos apresentar a introdução ao cálculo fracionário: seu surgimento, os principais nomes por trás dele, veremos também algumas definições, visto que o cálculo fracionário não se resume a apenas uma teoria. Para entender a generalização do conceito discutiremos algumas funções importantes para o seu desenvolvimento, são elas: Função gama de Euler e função de Mittag-Leffler. Temos como principal objetivo fazer uma comparação, verificando semelhanças e diferenąs ao utilizarmos o cálculo fracionário e o usual.

Referências

[1] CARVALHO, Matheus Dias de; OTTONI, José Eloy. Introdução ao Cálculo fracionário com aplicações, 2018.

[2] SOUZA, J. V. C.; JÚNIOR, J.V.; OLIVEIRA, E. C. **Cálculo de ordem não inteira para iniciantes**, Notas em matemática aplicada. Volume 90, 2020.

*e-mail: dayzatavaresb@hotmail.com
†e-mail: filipe.acosta@ufrpe.br

Pensamento algébrico materializado por professores dos anos iniciais do ensino fundamental na elaboração coletiva de tarefas de sequências e padrões em um processo formativo remoto

Débora Beatriz Batista dos Santos⋆
Departamento de Matemática
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Recife, Brasil

Jadilson Ramos de Almeida†
Departamento de Educação
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Recife, Brasil

Resumo

O presente trabalho visa apresentar como o pensamento algébrico é materializado a partir da elaboração de tarefas por meio de professores participantes de uma formação. A partir de uma formação continuada tendo como base teórico-metodológica a Teoria da Objetivação, professores, reunidos em pequenos grupos, elaboraram tarefas voltadas a álgebra com foco em sequências e padrões. Tal reunião ocorreu de forma remota, nomeada por 6º encontro, onde os professores participantes escolhem de forma coletiva duas imagens que representam uma sequência de padrão repetitivo e outra de crescimento. Seguindo a proposta da formação, quatro passos são necessários para elaborar tais tarefas. Nosso objetivo é analisar como ocorreu a elaboração das tarefas, seguindo a ideia da TO, na qual os professores sejam capazes de refletir e criticar sobre suas ideias, visando o processo de ensino-aprendizagem do aluno. Além disso, temos a necessidade de analisar se tais tarefas são voltadas para o pensar algebricamente do aluno, verificando se os três elementos caracterizadores do pensamento algébrico estão ou não presentes nas falas e tarefas elaboradas pelos professores. A pesquisa realizada é fruto do PIBIC/CNPq e faz parte de um projeto maior aprovado pela FACEPE (Edital APQ 16/2021) intitulado por "Conhecimento didático acerca da álgebra: um projeto de formação continuada com professores dos nos iniciais do ensino fundamental à luz da teoria da objetivação". A pesquisa recebeu aprovação do CEP (Parecer 4.438.610) e ainda está em andamento.

Referências

[1] J. R. de Almeida e J. Martins, Labor Conjunto Remoto: uma proposta metodológica para formação continuada de professores que ensinam matemática, RIPEM, v.12, n. 3, 106-124, 2022.

[2] L. Radford, Methodological aspects of the theory of objectification, Perspectivas da educação matemática, v.8, 547-567, 2015.

[3] L. Radford, Un recorrido a través de la teoría de la objectivacíon, In: S. T. Gobara e L. Radford, Teoria da objetivação: fundamentos e aplicações para o ensino e aprendizagem de ciências e matemática. Livraria da Física, 15-42, 2020.

⋆ e-mail: debora.beatriz@ufrpe.br
† e-mail: jadilson.almeida@ufrpe.br

Homologia dos Fractais

Élida Karine De Lira Ferreira*
Universidade Federal de Pernambuco
Recife, Brasil

Resumo

Os fractais podem ser encontrados em vários lugares, desde os gerados por computador até os vistos na natureza são padrões sem fim, dirigidos por recursão que não podem ser usadas para prever eventos significantes em sistemas caóticos. O uso mais prático é na ciência da computação em compressão fractal de imagem. Arquivos como JPEG ou GIF e outras vantagens como pixelização, são usadas para censura em filmes. O termo fractal surgiu com Mandelbrot e Hudson (2006), que se referiam a ele como "rugosidades". Por outro lado, a topologia aplicada é comumente usada para descrever e entender dados complexos.

Este trabalho fundiu esses dois tópicos distintos para investigar superfícies fractais usando métodos e conceitos de análise de dados topológicos (TDA). Para tanto, estudamos a homologia de alguns fractais gerados por computador, a saber: fractais de Mandelbrot, Julia e Newton. Em cada um deles, calculamos múltiplas métricas em homologia persistente em função de um parâmetro de filtragem, como seus diagramas de persistência, códigos de barras, curvas de Betti e características de Euler.

Tentamos procurar uma assinatura para tais fractais em comparação com não-fractais usando a metodologia da TDA. Portanto, investigamos esses fractais para diferentes parâmetros de controle que podem ter influenciado sua homologia persistente, por exemplo, quantidade de pontos, qualidade da imagem, etc. Em particular, também investigamos a transição de fase topológica desses fractais estudando os locais dos zeros da curva da característica de Euler. Encontramos diferenças entre a transição de fase das superfícies fractais quando contrastadas com não fractais, isto é, superfícies sem características autossimilar. Mais especificamente, os zeros das características de Euler ocorrem em limiares mais altos para superfícies fractais investigadas neste trabalho.

Referências

[1] MANDELBROT, B. *OThe Fractal Geometry of Nature.*

[2] ZOMORODIAN, A. *Topology for Computing. Cambridge University Press. (Cambridge Monographs on Applied and Computational Mathematics)* 2005.

[3] AMORIM, E.; MOREIRA, R. A.; SANTOS, F. A. N. *The euler characteristic and topological phase transitions in complex systems. bioRxiv, Cold Spring Harbor Laboratory,* 2019.

*e-mail: `elida.lira@ufpe.br`

Uma introducão à Análise de Fourier e Aplicacões utilizando Python

Evellyn Karoline Alves Freitas Basílio*
Departamento de Matemática
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Recife, PE

Cleianderson Paz Domingos†
Departamento de Matemática
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Recife, PE

Lorena Brizza Soares Freitas‡
Departamento de Matemática
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Recife, PE

Resumo

Neste trabalho, fruto de uma iniciação científica em andamento, temos como objetivo apresentar, de maneira introdutória, duas grandes ferramentas da Análise de Fourier: as séries de Fourier e a transformada de Fourier. Tais ferramentas foram desenvolvidas no começo do século XIX pelo matemático francês Jean Baptiste Joseph Fourier (1768-1830) através do estudo da propagação do calor em uma barra, cuja dinâmica pode ser modelada por uma Equação Diferencial Parcial (EDP), conhecida como equação do calor. As séries de Fourier são usadas para representar funções periódicas como somas das funções trigonométricas seno e cosseno e a transformada de Fourier é usada para determinar os coeficientes da série de Fourier. Aqui, além das definições, exemplos e teoremas acerca desta teoria, apresentaremos duas de suas aplicações. Na primeira delas utilizaremos a série de Fourier para determinar a solução da equação do calor, sob certas condições de fronteira e, na segunda utilizaremos a formulação discreta da Transformada de Fourier, denominada Transformada de Fourier Discreta (DFT) para determinar coeficientes complexos a partir de pontos no plano cartesiano e, assim, conseguirmos esboçar caminhos. Por fim, através de algoritmos implementados em Python, mostraremos a dinâmica da propagação do calor através de gráficos e vídeos e como obter desenhos por meio dos caminhos gerados pela DFT.

Referências

[1] FIGUEIREDO, G. Djairo. **Análise de Fourier e Equações Diferenciais Parciais**. IMPA, 5ª Ed, 2018.

[2] BOYCE, W.; DIPRIMA, R. **Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valor de Contorno** 7 ed. Rio de Janeiro: LTC – Livro Técnico e Cientifico, 2002.

*e-mail: `evellynkaroline1988@gmail.com`
†e-mail: `cleianderson.paz@ufrpe.br`
‡e-mail: `lorena.brizza@ufrpe.br`

[3] SOTOMAYOR, J. **Lições de Equações diferenciais Ordinárias**. Rio de Janeiro: Projeto Euclides/IMPA, 1979.

[4] PUPIN, J. R **Introdução às Séries e Transformadas de Fourier e Aplicações no Processamento de Sinais e Imagens**. UFSCAR, 2011.

[5] GONZÁLEZ-VELASCO, Enrique A. **Fourier analysis and boundary value problems**. San Diego: Academic Pres, 1995. 551 p. ISBN 0122896408.

Matemática de um jeito diferente

Gabriela Gislaine Rodrigues de Araújo 1[⋆]
Coordenação de Física
Instituto Federal do Sertão Pernambucano
Salgueiro, Brasil

Raquel Costa da Silva 2[†]
Coordenação de Física
Instituto Federal do Sertão Pernambucano
Salgueiro, Brasil

Leonardo Bernardo de Moraes 3[‡]
Coordenação de Física
Instituto Federal do Sertão Pernambucano
Salgueiro, Brasil

Rônero Márcio Cordeiro Domingos 4[Y]
Coordenação de Física
Instituto Federal do Sertão Pernambucano
Salgueiro, Brasil

Resumo

As formas de ensino e de aprendizagem vêm sendo modificadas de acordo com o desenvolvimento tecnológico, mas ainda persiste o uso de metodologias tradicionais, especialmente no ensino de Matemática e nas áreas correlatas. Nesse sentido, a busca por recursos que possam auxiliar no ensino e na aprendizagem dos estudantes é cada vez mais necessário, dadas suas inúmeras dificuldades em aprender Matemática, por se tratar de conceitos muitos vezes inacessíveis pelos sentidos.

Diante disso, desenvolvemos um projeto voltado para o ensino de Matemática, vinculado a um trabalho maior desenvolvido no âmbito do Museu de Ciências Professor Antônio Carneiro (MCPAC), sediado no Instituto Federal do Sertão Pernambucano – *Campus* Salgueiro (IF Sertão PE). O referido projeto teve como objetivo construir recursos didáticos físicos, a partir de materiais manipuláveis, e desenvolver recursos audiovisuais para subsidiar o MCPAC, buscando a divulgação científica da Matemática.

Entre os recursos produzidos ao longo do projeto, construímos um modelo físico do ciclo trigonométrico, que permite explorar conteúdos associados à Trigonometria, um tema importante em diferentes áreas da Ciência, como Astronomia e Engenharia.

Com esse recurso, é possível explorar experimentalmente conceitos como trigonometria no triângulo retângulo e propriedades da função seno e da função cosseno. Além de facilitar a aprendizagem de certos conceitos, esse recurso permite uma participação ativa do discente durante o processo de ensino e de aprendizagem. Assim, conforme Jesus e Souza (2016, p. 1) colocam:

> O uso de materiais manipulativos é defendido há algum tempo por pesquisadores e teóricos no campo da Educação, uma vez que visa tirar o aluno da passividade, podendo dá subsídios para eles participarem ativamente na construção dos seus conhecimentos, ao passo que o manipula, podendo fazer investigações e descobertas (JESUS e SOUZA, p. 1, 2016).

A escolha da Trigonometria se deu por entendermos se tratar de uma área de notável relevância e, ao mesmo tempo, ser demasiadamente abstrata na escola, o que pode levar ao insucesso dos estudantes ao enfrentar problemas com esses conceitos. Assim, o material manipulável construído tem o intuito de servir de apoio na metodologia utilizada pelo (a) docente durante suas aulas, a fim de facilitar no aprendizado de seus alunos. Jesus e Souza (2016, p. 2) ressaltam também “que o material manipulável não substitui o papel do professor, apenas o

⋆ e-mail: gabriela.rodrigues@aluno.ifsertao-pe.edu.br
† e-mail: raquel.costa@ifsertao-pe.edu.br
‡ e-mail: leonardo.morais@ifsertao-pe.edu.br
Y e-mail: ronero.marcio@ifsertao-pe.edu.br

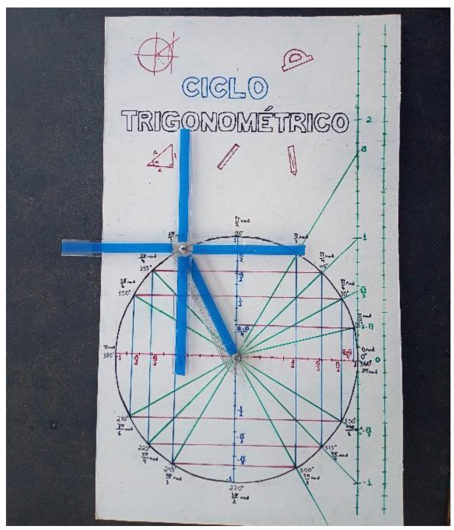
auxilia no seu fazer pedagógico". Logo, o professor ou a professora deve, portanto, auxiliar o aluno durante seu processo de construção de conhecimento, e o recurso didático deve ser utilizado como instrumento de apoio.

O MCPAC tem como propósito divulgar e popularizar a Ciência, entre elas a Matemática, por meio de visitas guiadas, cujos visitantes são geralmente alunos do Ensino Médio. Assim, ao se depararem com um modelo físico do Ciclo trigonométrico, esses estudantes podem realizar experimentos e ter outras vivências com essa disciplina para além da lousa, contribuindo para potencializar seus interesses pela Matemática.

Em se tratando do modelo físico do Ciclo trigonométrico, utilizamos os seguintes materiais: uma tábua de madeira; tinta acrílica na cor branca; pincéis permanentes; esquadros; régua; compasso; fita adesiva na cor azul; uma peça de acrílico no formato cruzado e parafusos com porca e borboleta.

Com relação à montagem, a tábua foi reutilizada a partir de uma estante, que foi cortada em formato retangular e, em seguida, pintada. Depois, desenhamos a circunferência, os quadrantes e marcamos os ângulos, que foram escolhidos de maneira arbitrária. A parte manipulativa do Ciclo foi a peça de acrílico, fixada por um eixo ligando o centro da circunferência a sua borda, correspondente ao centro da peça de acrílico. Tanto no eixo como no acrílico, colamos fita adesiva na cor azul de forma a melhorar a visualização. Ao final, a haste de acrílico pôde ser movimentada ao redor de toda a circunferência. a figura 1 apresenta o resultado final da construção do Ciclo trigonométrico.

Figura 1 – Ciclo Trigonométrico manipulável



Fonte: Autoral, 2022.

O modelo construído funciona de acordo com o movimento da peça de acrílico, que define um triângulo com o eixo de conexão e o eixo do cosseno ou do seno, eixos horizontal e vertical, respectivamente. Com essa configuração, é possível explorar relações trigonométricas envolvendo o seno, cosseno e tangente.

Para além do modelo construído, com o intuito de popularizar a Ciência, elaboramos também materiais audiovisuais em que gravamos um vídeo de curta duração sobre o Ciclo Trigonométrico e como fazer uso desse recurso didático em sala de aula. Esse vídeo foi disponibilizado nas redes sociais do MCPAC.

Referências

[1] JESUS, L. O. M.; SOUZA, L. M. Materiais manipuláveis no ensino da trigonometria: Investigação a partir da régua trigonométrica. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo. **Relato de Experiência** [...]. São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), São Paulo, 2016, p.1-12.

⋆ e-mail: gabriela.rodrigues@aluno.ifsertao-pe.edu.br
† e-mail: raquel.costa@ifsertao-pe.edu.br
‡ e-mail: leonardo.morais@ifsertao-pe.edu.br
⋎ e-mail: ronero.marcio@ifsertao-pe.edu.br

O transporte paralelo e A Conexão de Levi-Civita

Heloisa Cardoso Barbosa Gomes*
Departamento de Matemática
UFRPE
Recife, Brasil

Lais Karine de Santana Granja†
Departamento de Matemática
UFRPE
Recife, Brasil

Renato Teixeira Gomes‡
Departamento de Matemática
UFRPE
Recife, Brasil

Resumo

No estudo da geometria diferencial é de fundamental importância a derivada de campos de vetores. Em $\mathbb{R}^n$ a derivada de um campo de vetores $V = V^\mu e_\mu$ com respeito a x^ν tem a μ-ésima componente

$$\frac{\partial V^\mu}{\partial x^\nu} = \lim_{\Delta x \longrightarrow 0} \frac{V^\mu(..., x^\nu + \Delta x^\nu, ...) - V^\mu(..., x^\nu, ...)}{\Delta x^\nu}. \quad (1)$$

Observe que o primeiro termo do numerador acima é uma componente de um elemento do espaço $T_{(x+\Delta x)}\mathbb{R}^n$ e o segundo é uma componente de um elemento do espaço $T_x\mathbb{R}^n$. Como em $\mathbb{R}^n$, vetor é uma classe de equipolência, podemos transportar o vetor $V(x)$ para $(x + \Delta x)$ sem mudar sua norma, direção e sentido e calcular a diferença, e as componentes do vetor obtido após o transporte são as mesmas $V^\mu(x)$. Esta maneira de transportar de vetores é chamada de transporte paralelo. Em uma variedade qualquer não podemos realizar este transporte como feito em $\mathbb{R}^n$, visto que precisamos comparar vetores que estão em espaços tangentes distintos e não existe uma forma natural de transportar paralelamente um vetor em uma variedade, sendo necessário especificar como será feito este transporte de um ponto a outro. O fato é que existe infinitas maneiras de se transportar paralelamente um vetor em uma variedade, entretanto em uma variedade Riemanniana, existe uma maneira especial chamada de conexão de Levi-Civita.

Neste trabalho apresentaremos uma heurística de como deve ser feito esse transporte paralelo usando como exemplo o $\mathbb{R}^2$ como coordenadas cartesianas e com coordenadas polares. Definiremos o que é uma conexão afim, sua relação com derivadas covariantes e como é o transporte paralelo de um vetor ao longo de uma curva. Por fim, demonstraremos o teorema de Levi-Civita que diz que em uma variedade Riemanniana existe uma única conexão que é simétrica e compatível com a métrica.

Este trabalho é fruto de uma iniciação cientifica voluntária. Utilizaremos as referências [1] e [2].

Referências

[1] Manfredo Perdigao do Carmo. *Geometria riemanniana.* Instituto de Matemática Pura e Aplicada, 2008.

[2] Mikio Nakahara. *Geometry, topology and physics.* CRC press, 2018.

*e-mail: heloisa.cardoso@ufrpe.br
†e-mail: lais.karine@ufrpe.br
‡e-mail: renato.teixeira@ufrpe.br

Uma Introdução ao Grupo Fundamental

Ísis Vieira Fernandes *
Departamento de Matemática
Universidade Federal de Campina Grande
Campina Grande, Brasil

Thyago Santos de Souza †
Departamento de Matemática
Universidade Federal de Campina Grande
Campina Grande, Brasil

Resumo

No âmbito da Topologia, uma questão importante é determinar se dois espaços topológicos são homeomorfos, ou seja, se existe uma bijeção contínua entre eles, cuja inversa também é contínua. Com o propósito de resolver tal problema, surge o grupo fundamental, cuja concepção é atribuída ao famoso matemático francês Henri Poincaré (1854-1912). Além de constituir uma propriedade preservada por homeomorfismos, o grupo fundamental se destaca por permitir a utilização de ferramentas da teoria de grupos para a demonstração de notáveis resultados topológicos.

Nesse sentido, este trabalho, fruto de uma iniciação científica concluída que está ligada ao PET Matemática e Estatística-UFCG, tem como objetivo central definir o grupo fundamental. Para isso, iniciaremos abordando algumas noções básicas de homotopia entre aplicações, precisamente entre caminhos, que é chave para a construção do grupo fundamental. Posteriormente, definiremos esse grupo e daremos um exemplo simples com o grupo fundamental do círculo, concluindo que este é isomorfo ao grupo aditivo $\mathbb{Z}$ dos inteiros.

Referências

[1] LIMA, E. L, **Elementos de topologia geral**. Rio de Janeiro: Editora SBM, 2009.
[2] LIMA, E. L. **Grupo Fundamental e Espaços de Recobrimento**. Rio de Janeiro, Brasil: 5. Ed. IMPA, 2018.
[3] MUNKRES, J. R, **Topology.** New Jersey: Prentice Hall, 2a edition, 2000.

* e-mail: isisvf11@gmail.com
† e-mail: thyago@mat.ufcg.edu.br

Um estudo sobre as identidades polinomiais para as álgebras de Leibniz de dimensão menor ou igual a 3

Janara Ramos Nascimento*
Departamento de Matemática
Universidade Federal da Bahia
Salvador, Brasil

Resumo

Este trabalho trata da classificação, a menos de isomorfismo, das álgebras de Leibniz menor ou igual a 3 sobre o corpo dos números complexos. Tomando L uma álgebra sobre um corpo qualquer, suponhamos que tal álgebra satisfaz, par todo $x, y, z \in L$, a identidade de Leibniz

$$(xy)z = (xz)y + x(yz).$$

Esta álgebra é chamada de *Álgebra de Leibniz* e é uma generalização da Álgebra de Lie. Utilizando principalmente técnicas de álgebra linear, faz-se a construção da álgebra livre de Leibniz, denotada por $\mathcal{D}(X)$, onde moram os polinômios cujas identidades formam os T-ideais das álgebras de Leibniz bidimensionais e de dimensão 3. Em seguida, classifica-se as álgebras de Leibniz Complexas de dimensão menor ou igual à 3, separadas em álgebras do tipo Lie e não Lie. Por fim, encontra-se todas as bases das identidades de Leibniz bidimensionais e alguns T-ideais das álgebras não Lie de dimensão 3. A menos de isomorfismo, existem quatro classes de álgebras de Leibniz bidimensionais e para álgebras de Leibniz não Lie, existem três famílias paramétricas e seis representações explícitas em dimensão três.

A classificação dessas álgebras e a classificação dos T-ideais, foi realizada por Alberoni Ferreira de Melo Junior em seu trabalho de dissertação em 2017 (UFBA) junto com sua orientadora a Profa. Dra. Manuela da Silva Souza (UFBA). A continuação desse trabalho com o problema das álgebras em aberto, dos T-ideais das álgebras RR_1 e RR_2, será o ponto inicial dos trabalhos de tese (em andamento) de Janara Ramos Nascimento (UFBA) sob orientação da Profa. Dra. Manuela da Silva Souza (UFBA).

Referências

[1] MELO JUNIOR, A. F., *Identidades Polinomiais para as Álgebras de Leibniz de Dimensão Menor ou Igual a 3*. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal da Bahia - UFBA, Salvador, Outubro 2017.

[2] DRENSKY, V. *Free Algebras and PI-Algebras*. Singapore: Springer-Verlag, 2000.

[3] GIAMBRUNO, A.; ZAICEV, M. *Polinomial Identities and Asymptotic Methods*. USA - American Mathematical Society, 2005. v. 1. 352p.

[4] RIKHSIBOEV, I.; RAKHIMOV, I. *Classification of three dimensional complex Leibniz algebras*. AIP Conference Proceedings, 2012.

*e-mail: `janara.ramos@ufba.br`

Obtendo soluções inteiras de equações exponenciais através da aritmética modular

Jaqueline Mayara da Silva
Departamento da Matemática
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Recife, Brasil

Bárbara Costa da Silva
Departamento da Matemática
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Recife, Brasil

Resumo

A aritmética modular é um interessante instrumento nas resoluções de equações de duas ou mais variáveis, pois uma boa escolha do módulo permite simplificações relevantes. O objetivo deste trabalho é apresentar uma técnica para obter soluções inteiras de equações de duas variáveis, mais especificamente de equações diofantinas exponenciais através da congruência modular.

As equações diofantinas não lineares estão cada vez mais presentes em provas de olimpíadas de matemática e, diferente das lineares, não possui um método de soluções finalizado, sendo necessário um olhar específico para cada caso. Portanto, apresentaremos neste trabalho uma estratégia para soluções dessas equações exponenciais através da aritmética modular, mostrando que é possível, com as propriedades de congruência modular, verificar a existência de soluções dessas equações sem precisar de fato resolvê-las.

Referências

[1] SHINE, Carlos Yuzo, 21 aulas de matemática olímpica. SBM, 2009.
[2] Nascimento, Tanaka e Silva, Equações Diofantinas lineares e não lineares: Uma abordagem por meio de questões de olimpíadas de matemática. PMO. v.8, 2020.

⋆ e-mail: jaqueline.mayara @ufrpe.br
† e-mail: barbara.costasilva@ufrpe.br

Interdisciplinaridade entre Matemática e as Ciências Humanas e Sociais Aplicadas: Estratégias para ampliação do engajamento estudantil no Ensino Médio

Júlia da Silva Torres de Oliveira 1*
Colégio Agrícola Dom Agostinho Ikas
Universidade Federal Rural de Pernambuco
São Lourenço da Mata, Brasil

Marcella Feitosa dos Santos 2†
Colégio Agrícola Dom Agostinho Ikas
Universidade Federal Rural de Pernambuco
São Lourenço da Mata, Brasil

Resumo

A abordagem de novos métodos de ensino, através de metodologias ativas e atividades interdisciplinares, vem se tornando cada vez mais comum após a implementação do Novo Ensino Médio, a fim de criar uma rede de conhecimento mais produtiva e eficaz. Com base nessas informações, este trabalho tem entre seus objetivos popularizar a importância da abordagem interdisciplinar e da aprendizagem significativa junto à comunidade acadêmica do CODAI/UFRPE, que passou a implementar o Novo Ensino Médio em 2022, adaptando-se às mudanças propostas pela BNCC (Base Nacional Comum Curricular). Entre tais mudanças, destacam-se o aumento da carga horária ao longo dos três anos do Ensino Médio, a base do currículo dividida em áreas do conhecimento e itinerários formativos para o aprofundamento dos conhecimentos básicos através de componentes curriculares como Projeto de Vida, Projeto Integrador e Eletivas.

Dados da pesquisa "Origem Social e Desempenho Escolar dos Alunos do Ensino Médio do Colégio Agrícola Dom Agostinho Ikas", coordenada pela professora doutora Louise Claudino Maciel e pela estudante Eduarda Elvira (na ocasião bolsista do PIBIC-EM), mostram que estudantes do Ensino Médio do CODAI/UFRPE não gostam e possuem baixo rendimento em Matemática e que a área do conhecimento Ciências Humanas e Sociais Aplicadas (CHSA) é a que tem maior predileção estudantil (concentra cerca de 44,5% da preferência). A pesquisa também mostrou que há, para grande parte da comunidade estudantil, um entrave em relação ao desempenho e aprendizagem em Matemática e em disciplinas afins, como Física e Química. É possível conjecturar que estes baixos rendimentos motivam frases como "Sou de Humanas." ou "Matemática não é pra mim", que acabam por distanciar ainda mais esta parcela de estudantes do engajamento para desenvolver aprendizagens nas aulas de Matemática.

É provável que tal realidade não é exclusiva do CODAI/UFRPE, tampouco de estudantes que na ocasião participaram da pesquisa. Assim, diante do exposto, fica evidente a importância de compreender como seria possível desenvolver atividades e abordagens interdisciplinares para aproximar estudantes dos conhecimentos situados na Matemática, a partir desse diálogo com temas relacionados às Ciências Humanas e Sociais Aplicadas, para que as potencialidades e contribuições de cada área possam melhor ser apreendidas pelos estudantes. A pesquisa bibliográfica foi fundamental para orientar a metodologia adequada para a produção de atividades interdisciplinares entre estas áreas do conhecimento que comumente são colocadas como antagônicas, assim como o apoio de docentes do CODAI que são da área das CHSA.

A pesquisa contou com a leitura de artigos científicos, documentos oficiais (BNCC e PCN's) e uso de ferramentas digitais (como planilhas eletrônicas e *software* Geogebra). A Teoria da Aprendizagem Significativa, proposta pelo psicólogo David Ausubel, consiste na relação entre uma nova ideia com conhecimentos previamente estudados, isto é, trata-se de:

* e-mail: juliattorres81@gmail.com
† e-mail: marcella.fsantos@ufrpe.br

Um Breve Estudo das Séries de Potências com Números Complexos

Laryssa Kely Alves Rodrigues 1⋆
Unidade Acadêmica de Matemática
Universidade Federal de Campina Grande
Campina Grande, Brasil

Romildo Nascimento de Lima 2†
Unidade Acadêmica de Matemática
Universidade Federal de Campina Grande
Campina Grande, Brasil

Resumo

Nas disciplinas inicias de uma graduação o estudante depara-se com o estudo das séries, e em particular, das séries de potências de números reais. Em algum momento pode ser que alguns já tenham se perguntado se as mesmas propriedades que ocorrem para os números reais também valem para um outro conjunto, o dos números complexos. Dessa forma, neste trabalho, objetivamos discorrer breves comentários sobre o comportamento dessas “somas infinitas” no conjunto dos números complexos, além de tracejar considerações acerca de suas aplicações.

Sendo assim, estudaremos o desenvolvimento de funções analíticas em séries de potências, destacando alguns teoremas e definições imprescindíveis, como a convergência pontual e uniforme, derivação e outros, para que, sendo consolidadas, o leitor consiga compreender algumas aplicações, caso tenha curiosidade. É importante destacar que muitas desses resultados são similares para os números reais.

Do ponto de vista metodológico, estudamos o conteúdo mencionado nos livros dos autores Geraldo Ávila (2008), Brown e Churchill (2011) e Zill e Shanahan (2008), ao longo de seminários realizados através de uma Iniciação Científica vinculada ao Programa de Ensino Tutorial (PET) Matemática e Estatística da Universidade Federal de Campina Grande, na qual foi encerrada no ano de 2021.

Referências

[1] ÁVILA, G. Variáveis Complexas e Aplicações. 3 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008.

[1] ZILL, D. G.; SHANAHAN, P. D. Curso Introdutório à Análise Complexa com Aplicações. 2 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2011.

[1] BROWN, J. W., CHURCHILL, R. V. Complex Variables and Applications. 8 ed. Boston: Mc-Graw Hill, 2008.

⋆ e-mail: lkellyalves@hotmail.com

† e-mail: romildo@mat.ufcg.edu.br

Estabilidade de Variações dos Modelos Epidemiológicos do Tipo SIR e $SEIR$ via Lyapunov

Letícia Maria Menezes dos Santos[*]
Departamento de Matemática
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Recife, Brasil

Profª. Drª. Maria Ângela Caldas Didier[†]
Departamento de Matemática
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Recife, Brasil

Resumo

Ao longo da história da humanidade, podemos perceber os diversos casos de doenças infecciosas que devastaram inúmeros povos. Através da Modelagem Matemática conseguimos entender o comportamento dessas doenças e auxiliar no combate das mesmas. Desse modo, este trabalho é resultado do desenvolvimento dos estudos do Trabalho de Conclusão de Curso que está em andamento, e tem como foco a estabilidade de variações dos modelos epidemiológicos do tipo SIR e $SEIR$, em que a população total é considerada não constante. Esses modelos são chamados de modelos compartimentais, devido ao fato da população ser dividida em compartimentos ou classes, que indicam em qual estado se encontra o indivíduo. Neste trabalho, utilizaremos o segundo método de Lyapunov ou também chamado método direto, esse objeto matemático nos permite analisar a estabilidade e instabilidade de um ponto crítico, sem conhecer a solução do sistema, apenas utilizando uma função auxiliar que chamamos de função de Lyapunov. Aqui trabalharemos com a função de Lyapunov logarítmica e composições adequadas de alguns tipos de funções de Lyapunov. O modelo SIR descreve doenças cuja população é formada por subpopulações de indivíduos suscetíveis, indivíduos saudáveis que não foram afetados pela doença; indivíduos infecciosos, se refere àqueles que foram infectados e transmitem a doença e os removidos, corresponde aos indivíduos que foram infectados previamente e adquiriram imunidade ou morreram. Já o modelo $SEIR$ descreve as doenças com a população composta por indivíduos suscetíveis; indivíduos expostos, que são aqueles que foram infectados mas ainda não transmitem a doença; indivíduos infecciosos e indivíduos removidos. Em ambos os modelos, será considerado o número de nascimentos e imigrações, as mortes naturais e também as causadas pela doença.

Referências

[1] BOYCE, W. DIPRIMA, R. *Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valor de Contorno*, LTC Editora, Rio de Janeiro, 2010.

2011.

[2] LUIZ, M. H. R. *Modelos matemáticos em epidemiologia.* 2012.

[3] MARTCHEVA, M. *An introduction to mathematical epidemiology.* Vol. 61. New York: Springer, 2015.

[*]e-mail: `leticiamenezesantos@gmail.com`
[†]e-mail: `maria.didier@ufrpe.br`

O Projeto Meninas Potiguares na matemática (POTIMÁTICAS) e sua contribuição nas aulas de matemática

Lara Beatriz Vidal Souto ⋆
Departamento da Matemática
Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Natal, Brasil

Clésia Jordania Nunes da Costa †
Departamento da Matemática
Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Natal, Brasil

Clara Nascimento Sá ‡
Departamento da Matemática
Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Natal, Brasil

Lidya Pontes Dantas ⋎
Departamento da Matemática
Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Natal, Brasil

Resumo

O presente trabalho é um recorte das ações que o projeto de extensão intitulado Meninas Potiguares na Matemática (Potimáticas), sob a coordenação da Professora Elaine Pimentel. O projeto teve início no ano de 2019, com apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e atualmente as atividades estão sendo realizadas de forma voluntária sem órgãos de fomento. É importante conversar sobre o papel da mulher na Matemática e incentivar jovens a fazer ciência, em especial nas áreas da Matemática. O projeto está organizado em grupos de trabalho que realizam atividades nas aulas de matemática das escolas privadas, públicas e do Instituto Federal do Rio Grande do Norte campus Ceará Mirim, por meio de ações colaborativas entre as professoras e o projeto. As ações propostas em 2022 tinham por objetivo trabalhar elementos da matemática básica de forma lúdica, atrativa com engajamento dos estudantes, usando sua criatividade e autonomia na construção de jogos e na participação das atividades de gincana, criação de vídeos, criação de jogos, todas as atividades foram alinhadas a uma sequência didática que tem por objetivo facilitar a aprendizagem, observando ambiente de inserção do educando. Na Escola Centro Educacional Dix Sept Rosado, escola privada, tomamos a relação dos alunos com jogos e as tecnologias digitais desenvolvemos vídeos sobre mulheres na matemática e jogos com base no tema de potenciação, atividades de fixação do conteúdo e outras de exploração da história de mulheres na matemática como referência de representatividade. Já na Escola Estadual Maria Queiroz, as alunas e o aluno participantes foram provocados a exercitar o raciocínio lógico por meio de atividades de lógica e de interação entre pares, a fim de permitir que eles trocassem suas vivências e saberes na resolução de problemas, expondo no quadro e socializando os saberes e dúvidas. O vídeo produzido traz um pouco da percepção dos estudantes participantes do projeto no ano de 2022, nas turmas da professora Clésia Nunes (referência [3]).

Referências

⋆ e-mail: laravidalsouto@gmail.com
† e-mail: clesia_j@hotmail.com
‡ e-mail: clara.sa.114@ufrn.edu.br
⋎ e-mail: lipondan@gmail.com

[1] BATISTA, A. P. **Uma visão geral sobre a análise real no país e uma proposta em sequências didáticas para a disciplina em cursos de licenciatura em Matemática**. 2020. 162 f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal de Goiás, Catalão, 2020;

[2] COSTA, E.D. **O Processo de Construção de Sequência Didática como (Pro)motor da Educação Matemática na Formação de Professores**. 2013.196 f Dissertação (Mestrado em educação ciências e matemática (PPGECM)do Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI)) Universidade Federal do Pará (UFPA), 2013.

[3]POTIMÁTICAS. **Vídeo wmm,** 2023. Disponível em: https://drive.google.com/file/d/10TSp1269Zg50_9BjbLqkKVnKDTLV4C-4/view?usp=sharing.

⋆ e-mail: laravidalsouto@gmail.com
† e-mail: clesia_j@hotmail.com
‡ e-mail: clara.sa.114@ufrn.edu.br
⋎ e-mail: lipondan@gmail.com

Construção de fractais no GeoGebra

Lívia Tito Ribeiro*
Unidade Acadêmica de Matemática
Universidade Federal de Campina Grande
Campina Grande, Brasil

Ester Vanderlei Silva Avelino†
Unidade Acadêmica de Matemática
Universidade Federal de Campina Grande
Campina Grande, Brasil

Josefa Itailma da Rocha‡
Unidade Acadêmica de Matemática
Universidade Federal de Campina Grande
Campina Grande, Brasil

Resumo

Na Matemática do final do século XIX e do início do século XX, começaram a aparecer vários conjuntos estranhos [1]. Embora tenham sido considerados curiosidades matemáticas, esses conjuntos, chamados fractais, estão crescendo em importância. A Geometria Fractais tem aplicações em várias áreas como no mercado financeiro, no cinema e na medicina. Os fractais estão ao nosso redor nos formatos de nuvens, montanhas, litorais, árvores e samambaias, por exemplo.

Os fractais são objetos geométricos caracterizados por sua autosemelhança, complexidade infinita e dimensão. A dimensão de um fractal está ligado ao grau de irregularidade da figura e "mede"a ocupação da figura no espaço. Por exemplo, o famoso fractal Triângulo de Sierpinski, ver Figura 1, tem dimensão fractal igual a $1,892789$. Observe que sua estrutura possui tantos buracos que ocupa mais espaço no plano que uma reta, que tem dimensão 1, e menos que um quadrado, que possui dimensão 2.

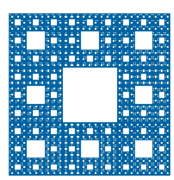


Figura 1: Tapete de Sierpinski

O trabalho, derivado de um projeto de Iniciação Científica, tem como objetivo o estudo da construção de alguns desses fractais usando Álgebra Linear, para isso foi estudado um algoritmo de construção usando aplicações no plano do tipo

$$T\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = s\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix}$$

em que s, θ, e e f são escalares, chamadas de semelhanças, que consiste na contração de fator s, uma rotação θ^o e uma translação e e f. Usamos as semelhanças para construir fractais clássicos da literatura, como a Curva de Koch, o triângulo e o Tapete de Sierpinsk, a partir de um subconjunto fechado e limitado do plano. Além do estudo teórico, também foi feito uso do *software* de geometria dinâmica GeoGebra, para a construção dos fractais.

*e-mail: livia.tito@estudante.ufcg.edu.br, parcialmente financiada pelo MEC/FNDE/PET
†e-mail: ester.vanderlei@estudante.ufcg.edu.br, parcialmente financiada pelo MEC/FNDE/PET
‡e-mail: itailma@mat.ufcg.edu.br

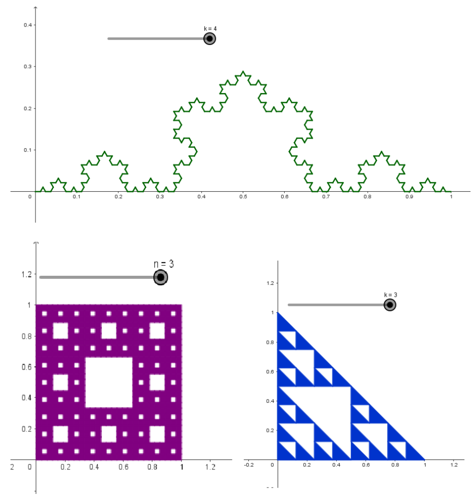


Figura 2: Fractais construídos no GeoGeobra

Referências

[1] HOWARD, A., RORES, C., Álgebra Linear com Aplicações, Bookman, décima edição, 2012.

[2] WANDERLEY, Lucas R. et al. Construção de Fractais Geométricos com o GeoGebra: Árvores Bifurcadas e o Triângulo de Sierpinski.

[3] ARAÚJO, Anderson Tadeu Gonçalves de. Noções de geometria fractal elementar. 2014.

Matemática Financeira e Educação Matemática Crítica: uma proposta de ensino com o uso da calculadora Hp 12c

Lorena Amador Vilhena 1*
Departamento da Matemática
Universidade Federal do Pará
Belém, Brasil

Lenio Fernandes Levy (Orientador) 2†
Departamento da Matemática
Universidade Federal do Pará
Belém, Brasil

Resumo

Sabe-se que com a inserção cada vez mais precoce de jovens estudantes de educação básica no meio financeiro através das novas formas de pagamento, aquisição de conta bancária e de cartões de crédito não acompanhada de uma educação financeira eficiente pode trazer graves consequências, como as refletidas nos altos índices de inadimplência registrados no Brasil no último ano. A Base Nacional Comum Curricular aponta, principalmente para a componente curricular Matemática, o desenvolvimento de habilidades relacionadas à interpretação de taxas econômicas para a formulação de argumentos e análise crítica e ao conhecimento matemático necessário para a tomada de decisões em finanças pessoais. No entanto, o ensino tradicional baseado na aplicação de fórmulas em exercícios previsíveis que se distanciam do cotidiano dos estudantes não é favorável ao desenvolvimento de tais habilidades. Diante disso, este trabalho tem como objetivo apresentar a calculadora Hp12c como recurso de ensino da Matemática Financeira de modo a contribuir para a promoção de uma educação financeira crítica e reflexiva. O uso da ferramenta como proposta não visa a substituição do processo algorítmico manual para o eletrônico, mas a rapidez no alcance dos resultados para estimular a capacidade de resolução de problemas de diversas maneiras promovendo a discussão e a investigação. Para isso, será apresentada a Educação Matemática Crítica (EMC) sob a perspectiva do educador matemático Ole Skovsmose, o ensino da Matemática Financeira baseado na EMC e a calculadora Hp 12c como ferramenta para favorecer a autonomia dos estudantes e suas capacidades de solucionar problemas compatíveis à sua realidade através de exemplos de atividades que podem ser propostas em sala de aula. Esse trabalho é fruto da produção do meu Trabalho de Conclusão de Curso, o qual está em sua etapa final de elaboração.

Palavras-chave: Educação Matemática Crítica, Matemática Financeira, Educação Financeira, Hp 12c.

Referências

[1] BRASIL, M. d. E. Base Nacional Comum Curricular. 2018. Acessado: 10 jan. 2023. DisponÍvel em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/#medio/matematica-e-suas-tecnologias-no-ensino-medio-competencias-especificas-e-habilidades>.
[2] LUIZ, Josiane et al. A calculadora HP 12C como facilitadora no processo de ensino de matemática financeira: uma revisão sistemática de literatura. Revista Insignare Scientia-RIS, v. 3, n. 1, p. 279-295, 2020.

* e-mail: lorennavilhena16@gmail.com
† e-mail: leniolevy@ufpa.br

Articulações entre os níveis de pensamento geométrico de van Hiele e os tipos de prova de Balacheff

Marcella Luanna da Silva Lima 1⋆
Professora de Matemática
Secretaria de Estado de Educação (SEE/PB)
João Pessoa, Brasil

Resumo

A não utilização das provas e demonstrações matemáticas na sala de aula pode estar relacionada à forma como o professor a apresenta aos seus alunos, de forma pronta e acabada, pedindo para eles reproduzirem tal como mostraram, sem saber que tipo de dificuldades esses alunos terão ao realizar essa tarefa (Balacheff, 2000). Para o autor, antes de apresentar a demonstração aos alunos, é preciso ter em mente a racionalidade deles e quais são os meios possíveis para eles fazerem matemática.

Para isso, Balacheff (2000) considera importante a distinção entre as palavras prova e demonstração. Grinkraut (2009) afirma que prova e demonstração não são palavras sinônimas, uma vez que a pesquisadora considera a prova em um sentido mais amplo, podendo ser entendida como um discurso para estabelecer a validade de uma afirmação, não necessariamente aceita pelos matemáticos, Ou seja, a pesquisadora considera as justificativas encontradas nas produções dos alunos dentro do seu contexto escolar, em termos do raciocínio envolvido, mesmo sabendo que, muitas vezes, eles não iriam conseguir atingir a formalização necessária. Já a demonstração é considerada um tipo de prova aceita pela comunidade dos matemáticos, baseada em um conjunto de axiomas e de outras propriedades já demonstradas, devendo ser obtida por meio de um processo hipotético-dedutivo. Ou seja, percebe-se que uma demonstração pode ser um tipo particular de prova, mas nem toda prova é uma demonstração.

Balacheff (2000) evidencia a importância do trabalho com as provas e demonstrações matemáticas na Educação Básica pois, em seu estudo, ele se interessou em saber qual a natureza das provas, se é possível elucidar uma hierarquia da gênese da demonstração e quais são os meios de provocar sua evolução. Com isso, ele buscou analisar a natureza e a hierarquia das provas, conseguindo identificar dois tipos básicos de provas: as *pragmáticas* e as *intelectuais*. As primeiras são aquelas em que os sujeitos recorrem a testes de validade, busca de regularidades, exemplos ou desenhos para justificar determinado resultado. Já as segundas, são aquelas em que o discurso a ser utilizado é unicamente teórico, não necessitando tomar observações experimentais como argumentos para validar uma conjectura.

A partir de seus primeiros trabalhos de investigação, Balacheff (2000) conseguiu distinguir quatro tipos principais de *provas pragmáticas* e *intelectuais*: o *empirismo ingênuo*, a *experiência crucial*, o *exemplo genérico* e a *experiência mental*. O autor considera uma hierarquia hipotética desses níveis de prova, evidenciada pela ordem acima apresentada. A posição de cada tipo de prova dentro desta hierarquia é determinada pelo seu nível de exigência de generalidade e por seu nível de conceituação dos conhecimentos que exige.

A ideia principal do modelo de van Hiele é que os alunos progridam de acordo com uma sequência de níveis de compreensão de conceitos, enquanto aprendem Geometria. Uma das principais características desse modelo é a distinção entre os cinco níveis de pensamento com relação ao desenvolvimento da compreensão dos alunos em Geometria. Em resumo, esses níveis são atingidos em sequência e, por meio de uma instrução adequada, o aluno vivencia cinco fases ao progredir de um nível para outro superior.

No primeiro nível (*visualização* ou *reconhecimento*), os alunos reconhecem as figuras por sua aparência global, mas não conseguem identificar explicitamente suas propriedades. No segundo nível (*análise*), o aluno conhece e analisa as propriedades das figuras geométricas, mas não relaciona explicitamente as diversas figuras ou propriedades entre si. No terceiro nível (*dedução informal* ou *ordenação*), os alunos relacionam as figuras

⋆ e-mail: marcellaluanna@hotmail.com

entre si de acordo com suas propriedades, mas não dominam o processo dedutivo. No quarto nível (*dedução formal*), o aluno compreende o processo dedutivo, a recíproca de um teorema e já estão cientes de que uma figura é apenas um caso e que para provar uma afirmação é necessário fazer uma sequência de implicações com base em propriedades já provadas, porém ainda não sente a necessidade do rigor. Por fim, no quinto e último nível (*rigor*), o aluno já compreende a importância do rigor nas demonstrações e é capaz de analisar outras geometrias, tais como a Geometria Não-Euclidiana (Van Hiele, 1957; Nasser, 1992).

Neste resumo, a autora apresenta um recorte de sua tese que teve como objetivo estabelecer uma relação entre os níveis do pensamento geométrico discutidos por van Hiele e os tipos de provas propostos por Balacheff, a partir das argumentações e justificações produzidas por 11 (onze) licenciandos em Matemática, que se encontravam entre o 6º e o 10º período do curso. Para isso, a sua pesquisa foi caracterizada como quali-quantitativa, com aspectos de um estudo de caso, utilizando os seguintes procedimentos de coleta de dados: questionário, atividades com provas matemáticas, notas de campo, observação participante, videogravações e entrevistas semiestruturadas, realizadas após a aplicação das atividades. Com o intuito de verificar as articulações possíveis entre os níveis de pensamento geométrico e os tipos de prova, foram utilizados os principais referenciais teóricos: Balacheff (2000), van Hiele (1957), Jaime e Gutiérrez (1994) e Gutiérrez e Jaime (1998).

Os estudos e discussões teóricas desses pesquisadores, bem como os resultados encontrados com o auxílio dos procedimentos citados acima, contribuíram para confirmar a existência de articulações entre os níveis de pensamento geométrico e os tipos de provas. Resumidamente, percebe-se que os alunos que se encontram no nível 1 de van Hiele não entendem o conceito de prova ou de demonstração e por isso eles não produzem nenhum tipo de construção empírica ou dedutiva. Os alunos que se encontram no nível 2 de van Hiele podem produzir dois tipos de prova de Balacheff, tais como: o *empirismo ingênuo* e a *experiência crucial*, utilizando-se de exemplos e casos particulares. Os alunos que se encontram no nível 3 de van Hiele podem produzir um tipo de prova de Balacheff, como o *exemplo genérico*, uma vez que o aluno busca uma generalização ainda baseada em exemplos. Os alunos que se encontram no nível 4 de van Hiele podem produzir um tipo de prova de Balacheff, como a *experiência mental*, que se encontra na categoria das *provas intelectuais*, pois os alunos afirmam a validade de uma proposição de forma genérica e não fazem mais referência a casos particulares. Por fim, os alunos que se encontram no nível 5 de van Hiele já conseguem *demonstrar* os resultados matemáticos, uma vez que a demonstração se fundamenta sobre um conjunto de definições, de teoremas e de regras de dedução, cuja validade é aceita matemática e socialmente, tendo como um dos fundamentos o rigor matemático.

Portanto, somente com o pensamento geométrico desenvolvido, é possível que os alunos construam e elaborem diferentes tipos de prova, podendo também chegar a elaborar demonstrações. Conforme recomendação de Nasser e Tinoco (2003), é preciso auxiliar os alunos a desenvolverem o raciocínio lógico-dedutivo e a habilidade de argumentar. E para isso é preciso utilizar as provas e demonstrações de modo a propiciá-los o *fazer matemática*, envolvendo experimentações, conjecturas, refutações, argumentações e justificações.

Referências

[1] Balacheff, N. **Procesos de prueba en los alumnos de matemáticas**. Bogotá: Universidad de los Andes, 2000.

[2] Grinkraut, M. L. **Formação de professores envolvendo a Prova Matemática:** Um olhar sobre o Desenvolvimento Profissional. 2009. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

[3] Gutiérrez, A.; Jaime, A. On the assessment of the Van Hiele levels of reasoning. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 20*(2/3), 27-46, 1998.

[4] Jaime, A.; Gutiérrez, A. A model of test design to assess the Van Hiele levels. In *Proceedings of the 18th PME Conference* (vol. 3, pp. 41-48). Lisboa, Portugal: PME, 1994.

[5] Nasser. L. Níveis de Van Hiele: uma explicação definitiva para as dificuldades em Geometria?. **Boletim GEPEM**, 29, 21-25, 1992.

[6] Nasser, L., & Tinoco, L. A. A. (2003). **Argumentação e provas no ensino de Matemática**. 2 Ed. Projeto Fundão. Rio de Janeiro: Editora do IM/UFRJ.

[7] Van Hiele, P. M. **El problema de la comprensión (en conexión con la comprensión de los escolares em el aprendizaje de la geometria)**. (Tese de Doutorado em Matemática e Ciências Naturais). Tradução Rosa Corberán et al. Universidade de Utrecht: Utrecht, Holanda, 1957.

⋆ e-mail: marcellaluanna@hotmail.com

Problema de força central e as leis de Kepler: o inicio da Mecânica Celeste.

Márcia Reis*
Departamento de Matemática
Universidade Federal de Pernambuco
Reife, Brasil

Resumo

A Mecânica Celeste se inicia com o problema de força central: a descrição do movimento de uma partícula p de massa m atraída por um centro fixado O sobre uma força $mf(r)$ que é proporcional a massa e depende apenas da distância entre a partícula p e o centro fixado O. A força f é nada mais nada menos que a lei de atração, assumimos a continuidade para $0 < r < \infty$. O objetivo desse trabalho visa mostrar o entendimento da primeira e segunda leis de Kepler a partir do problema de força central. Na primeira lei partimos da equação do movimento da partícula descrito pela lei da gravitação universal de Newton. Na segunda lei primeiramente assumimos que a equação do problema de força central é satisfeita pelas funções $r(t)$ e $v(t)$, raio e velocidade respectivamente, em determinado intervalo de tempo t em que analisamos e concluímos que o momento angular se conserva e finalmente deduzimos o resultado da segunda lei de Kepler.

Este trabalho é fruto de trabalho de conclusão de curso em andamento orientado pelo professor Gleidson Gomes (DMat-UFPE).

Referências

[1] POLLARD, Harry, *Mathematical introduction to celestial mechanics*, Englewood Cliffs, N.J., Prentice-Hall **5**, 1966.

*e-mail: marcia.augusta@ufpe.br

Conjuntos Mensuráveis e a Medida de Lebesgue

Maria Eduarda Costa Almeida⋆
Departamento da Matemática
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Recife, Brasil

Eudes Mendes Barboza†
Departamento da Matemática
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Recife, Brasil

Resumo

Comumente estudada nos cursos de Cálculo Diferencial e Integral e Análise Matemática, a teoria da integração de Riemann e suas propriedades ficaram conhecidas pelo seu refinamento e menores exigências se comparadas a teorias desenvolvidas anteriormente. No entanto, a integral de Riemann apresenta limitações quanto ao número de funções que podem ser integráveis e deficiências em relação a operações envolvendo sequências e séries de funções. Assim, como um processo de extensão da mesma, a fim de sanar tais restrições e ter um novo olhar sob o tema, surge a teoria da medida e integração de Lebesgue, que apesar de ser fortemente criticada por matemáticos de sua época, é vista atualmente como extremamente necessária para o avanço de novas pesquisas e teorias em diversos campos de estudo.

No que diz respeito a Teoria da Medida, as σ-álgebras são as coleções mais convenientes para o seu estudo, pois todas as operações usuais de conjuntos feitas com uma quantidade finita ou enumerável de elementos de um conjunto resultam em elementos do mesmo. Os elementos de uma σ-álgebra são chamados de conjuntos mensuráveis e a partir de tais conjuntos iniciamos o processo de extensão de Lebesgue, pois é baseando-se neles que definimos o que é um espaço de medida e suas propriedades, para assim chegarmos na medida de Lebesgue.

Assim, o objetivo principal deste trabalho, que é fruto de uma iniciação científica em andamento, é mostrar a existência e importância da teoria da medida de integração de Lebesgue, focando especificamente na sua teoria da medida. Para isso, partiremos da definição de σ-álgebra e σ-álgebra de Lebesgue, passando por conjuntos mensuráveis para definir espaços de medida e, finalmente a medida de Lebesgue. Além disso, mostraremos que os conjuntos mensuráveis contêm todos os abertos e fechados de $\mathbb{R}^n$, ou ainda, que todos os abertos e fechados de $\mathbb{R}$ são mensuráveis à Lebesgue. Por fim, citaremos um exemplo de Borel sobre o início de um processo de extensão de medida para uma σ-álgebra que foi finalizado por Lebesgue.

Referências

[1] CABRAL, Marco A. P. Introdução à Teoria da Medida e Integral de Lebesgue. 1º Ed. Rio de Janeiro: 2009.
[2] COELHO, Emanuela R. de Sousa. Introdução à Integral de Lebesgue. Campina Grande: 2012.
[3] ISNARD, Carlos. Introdução à medida e integração. 3º Ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2018.
[4] SANTOS, Leandro Nunes dos. As integrais de Riemann, Riemann-Stieltjes e Lebesgue. Rio Claro: 2013.

⋆ meca.mat.07@gmail.com
† eudes.barboza@ufrpe.br

Teoria de Controle Ótimo em Epidemiologia: como obter a melhor estratégia de vacinação para uma epidemia com base no modelo SEIR

Maria Fernanda da Rocha Morais*
Universidade Federal Rural de Pernambuco (UACSA)
Cabo de Santo Agostinho, Brasil

Resumo

Neste trabalho, consideramos o modelo de epidemia SEIR, expresso por

$$\begin{aligned} S' &= \Lambda - \beta SI - \mu S \\ E' &= \beta SI - \sigma E - \mu E \\ I' &= \sigma E - \gamma I - \mu I \\ R' &= \gamma I - \mu R \end{aligned} \tag{1}$$

Ao considerarmos um sistema cuja dinâmica pode ser expressa por um modelo, como o sistema de EDOs do modelo SEIR visto acima, e supondo também que esse sistema tem uma ou mais variáveis que podem ser controladas de fora, o que, nesse contexto, seria o caso da implementação de um plano de vacinação da população contra essa epidemia, surge naturalmente uma questão que é "como exatamente pode-se controlar esse elemento para que seja produzido o 'melhor' resultado, baseado em algum ou alguns objetivos predeterminados?" Essa é a ideia principal da Teoria de Controle Ótimo (otimização). Neste sentido, baseando-se no modelo SEIR, este trabalho, que é fruto de uma iniciação científica concluída e orientada pelo professor João Antônio Miranda Gondim, utiliza essa teoria com o objetivo principal de minimizar o número de pessoas infecciosas e o custo geral da vacina durante um período de tempo fixo.

Referências

[1] LENHART, S.; WORKMAN, J. T. *Optimal control applied to biological models.* CRC press, 2007.

*e-mail: `fernandarocha8821@gmail.com`

Matemática, obras de arte milionárias e cárcere

Maria Júlia Araújo Barreto*
Unidade acadêmica de Matemática
Universidade Federal de Campina Grande
Campina Grande, Brasil

Pammella Queiroz de Souza†
Unidade acadêmica de Matemática
Universidade Federal de Campina Grande
Campina Grande, Brasil

Resumo

No início do século XVII, a arte apresentava uma força demasiada na sociedade. O caráter simbólico e subjetivo que pinturas e desenhos possuíam permitiam transcender o conteúdo descritivo, tornando-se sensível e contundente como obra de arte. A exemplo disso, o artista barroco holandês Johannes Vermeer, conhecido por suas poucas obras, foi considerado um dos pintores mais famosos e importantes da epóca. O estilo de Vermeer é caracterizado por suas cores transparentes, composições inteligentes e brilhantes com o uso da luz. Seus quadros são admirados por sua beleza atemporal e domínio da técnica. Vermmer foi um dos pintores mais prolíficos de seu tempo, seus trabalhos incluem "Moça com Brinco de Pérola", "A Leiteira"e "A Pequena Rua". Ele morreu em 1675, deixando suas poucas obras produzidas em vida.

Diante dessa situação, fundações e colecionadores de arte que investem quantias significativas de dinheiro – muitas vezes na compra de uma única obra que pode alcançar um preço alto, devido ao seu valor estético ou mesmo ao seu autor – ficaram muito interessados nas obras de Vermeer. Devido ao promissor futuro financeiro deste setor, muitos falsificadores acabam por replicar e produzir novos produtos. Retornando à perspectiva do século XVII, após perceber a importancia que o Veermer possuía na comunidade da arte somado à decaída em sua carreira, o pintor Han Van Meegeren se especializou nas obras deste autor e tornou-se um dos maiores falsificadores da história.

As Equações Diferenciais entram nesse contexto por serem um componente-chave da análise e um instrumento crucial para o estudo das ciências físicas. Sendo assim, a aplicabilidade das equações diferenciais tanto à matemática pura quanto à matemática aplicada é, portanto, bem reconhecida e vem sendo instrumento de estudo recente por pesquisadores das mais variadas subáreas da matemática. De maneira específica, esse trabalho visa investigar e apresentar um esclarecimento de um intrigante caso de falsificação de artes datado do pós-guerra, ao final da década de 40. Em caráter matemático, este trabalho trata do estudo do decaimento de elementos radioativos que não são estáveis, como os núcleos de átomos que, com o passar do tempo, se desintegram formando novos elementos. Na falsificação de obras de arte, podemos observar as equações diferenciais a partir da perspectiva de que os átomos de certos elementos radioativos não são estáveis e, ao decorrer de um período, esses elementos se desintegram formando novos elementos. Para o nosso propósito, denotaremos o número de átomos de um determinado elemento em uma amostra no instante t por $N(t)$. Sabe-se que a desintegração do número de átomos por unidade de tempo da amostra é diretamente proporcional à quantidade $N(t)$ e, portanto, temos a seguinte relação:

$$N'(t) = -\lambda \cdot N(t), \tag{1}$$

em que λ representa a constante de proporcionalidade. Com base neste modelo, não é difícil ver que, quanto maior for o valor dessa constante, mais rápido a substância analisada decairá.

A equação representada em (1) trata-se de uma Equação Diferencial Ordinária de primeira ordem, linear. Neste caso, considerando a condição inicial $N(t_0) = N_0$ no decaimento radioativo (1), vemos um exemplo

*e-mail: `maria.barreto@estudante.ufcg.edu.br`, Parcialmente financiada pelo MEC/FNDE/PET

†e-mail: `pammellaqueiroz@gmail.com`, Apoiada pela Fundação de Apoio à Pesquisa do Estado da Paraíba (FAPESQ), CNPq, Termo de Outorga nº 3183/2021

Workshop de Mulheres na Matemática

de variáveis separáveis, cuja solução pode ser encontrada via integração. E, portanto, obtemos o tempo de meia-vida de uma substância genérica em função de sua constante de desintegração

$$t - t_0 = \frac{ln(2)}{\lambda}.$$

Agora que temos ciência do tempo de meia-vida das substâncias, é normal nos questionarmos sobre como descobriremos a procedência dessas obras.

Para o caso das pinturas de Meegeren, e de todos os outros pintores observou-se que todas as pinturas feitas de 2000 anos atrás até os dias atuais usam em sua composição pequenas quantidades de uma substância química chamada Chumbo Branco (Chumbo-210/Pb210), e ainda menores de Rádio (Rádio-226/Ra226).

O Chumbo Branco, presente nos quadros, contém quantidades de substâncias radioativas e é usado para produção de colorações. Além disso, possui uma pequena quantidade de um elemento radioativo Chumbo-210 cuja meia-vida radioativa é de 22 anos, há também uma quantidade de Rádio-226, cuja meia vida é 1600 anos. O processo de decaimento do Chumbo-210 continua até que este entre em equilíbrio radioativo com a pequena quantidade de Rádio da amostra.

Faremos agora uma análise a partir das informações descritas na desintegração e no tempo de meia-vida dos elementos radioativos presentes nas pintutas. Consideremos que $y(t)$ é a quantidade de Chumbo-210 por grama de Chumbo Branco no tempo t, y_0 é a quantidade de Chumbo-210 por grama de Chumbo Branco no tempo t_0 de fabricação do pigmento, $r(t)$ é o número de desintegração do Rádio-226 por minuto por grama de Chumbo Branco no tempo t e λ é a constante de decaimento do Chumbo-210. Então, visualizamos um Problema de Valor Inicial (P.V.I.):

$$\begin{cases} \dfrac{dy(t)}{dt} = -\lambda y(t) + r(t) \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

Ao solucionarmos o problema de valor inicial encontramos a equação a seguir:

$$y(t) = \frac{r}{\lambda} \cdot (1 - e^{-\lambda(t-t_0)}) + y_0 \cdot e^{-\lambda(t-t_0)}. \tag{2}$$

Sabendo que a imagem é bastante antiga precisamos estabelecer qual seria o y_0 para determinar a data da pintura, considerando que a quantidade de radiação emitida do Chumbo- 210 deve ser aproximadamente a mesma quantidade de radiação do Rádio-226, em um período de 300 anos. Enquanto a quantidade de Rádio na pintura permanece quase que constante, o Chumbo-210 já passou por mais de 13 intervalos de meia-vida. Em contrapartida, se a pintura é atual, a quantidade de radiação emitida pelo Chumbo-210 deveria ser bem maior do que a quantidade de radiação emitida pelo Rádio-226.

Nesse caminho faz-se o sentido inverso para resolução do problema; ao invés de inserir as hipóteses iniciais de concentrações, devido às discrepâncias nas amostragens, abordamos o problema com o dado que procurávamos determinar, este é $\Delta t = t - t_0 = 300$ na equação (2) e verificamos, a partir dessa hipótese da idade, que

$$\lambda y_0 = \lambda y e^{300\lambda} - r(e^{300y} - 1).$$

Com o uso de técnicas para resolução de equações diferenciais podemos concluir que, aplicando os dados das pinturas analisadas à equação lograda precedentemente, podemos observar que estas são falsificações modernas das obras de Veermer, fazendo com que Meegeren fosse preso por vender uma de suas falsificações como sendo uma obra original e marcando o fim de uma era para um dos maiores falsificadores do século XVII.

Palavras-chave: Falsificação de obras de arte; Equações Diferencias Ordinárias; Criminalística.

Referências

[1] Gomes, L. D., Determinação do Instante de Morte, Falsificação de Obras de Arte e Outros Problemas Curiosos, Dissertação, Goiania: Universidade Federal de Goiás, 2017.

[2] Evangelista, A. C., Aplicações de Equações Diferenciais: As Falsificações de Arte de Van Meegeren, Artigo Científico, Uberlândia: Universidade de Uberlândia, 2011.

Uma raiz convida as outras: uma fórmula para equações cúbicas

Maria Liberacy P. da Silva *
Curso de Licenciatura em Matemática
Universidade Estadual da Paraíba
Patos, Brasil

Arlandson Matheus Silva Oliveira†
Curso de Licenciatura em Matemática
Universidade Estadual da Paraíba
Patos, Brasil

Resumo

Matos [3] constata que "normalmente a Educação Básica contempla o estudo das equações do primeiro e segundo grau. Os livros didáticos, em sua maioria, não abordam equações de ordem superior." (p. 13). Alves [1], após analisar as coleções de livros didáticos de Matemática para o Ensino Médio aprovadas pelo PNLD 2015, corrobora esta constatação: "verificamos que todas abordam a resolução das equações cúbicas apenas superficialmente, não como fim, mas como tema introdutor ao estudo dos números complexos ou a título de curiosidade histórica." (p. 86). Enquanto as equações de 1° e 2° graus e os problemas lineares e quadráticos por elas modelados recebem demasiada atenção, as equações de ordem superior pouco ou nada aparecem na formação inicial, nas pesquisas em Educação Matemática e nos livros didáticos (os quais são fundamentais no processo de ensino, aprendizagem e avaliação de Matemática, tanto para estudantes quanto para docentes).

Seja $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ um polinômio do terceiro grau com coeficientes reais. Supondo conhecida uma raiz $r \in \mathbb{R}$ deste polinômio, mostramos, neste trabalho, que as outras duas raízes são dadas pela seguinte fórmula:

$$w_{\pm} = -\frac{ar + b \pm \sqrt{\Omega - ap'(r)}}{2a}, \tag{1}$$

em que $\Omega = b^2 - 3ac$. Esta fórmula é devida a Silva Filho e Pereira [4] que demostram-na usando manipulações algébricas simples e a famosa fórmula de Bhaskara. Outra fórmula já bem conhecida é a de Cardano-Tartaglia, que pode ser usada para resolver uma equação cúbica na forma reduzida, isto é, uma equação na forma $x^3 + px + q = 0$, e que se aplica à forma geral $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ mediante a mudança de variável $y = x + \frac{b}{3a}$ (veja [2]).

Embora a fórmula de Cardano-Tartaglia sirva de motivação para a introdução dos números complexos, ela não é muito prática, pelas razões apresentadas em [4]. Por isso, voltamos nossa atenção para a fórmula (1), para a qual damos a demostração original e com relação à qual destacamos os seguintes corolários, também presentes em [4]:

1. Dado um polinômio do terceiro grau $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ com coeficientes reais satisfazendo $\Omega < 0$ ou $\Lambda = c^2 - 3bd < 0$, então p possui duas raízes complexas.

2. Sejam $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ um polinômio do terceiro grau com coeficientes reais e $r \in \mathbb{R}$ uma raiz de p. Suponha que $\Omega \geq 0$, então vale a desigualdade $\left|r + \frac{b}{3a}\right| \leq \frac{2\sqrt{\Omega}}{3|a|}$ se, e somente se, todas as raízes de p são reais.

3. Um polinômio do terceiro grau com coeficientes reais $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ possui apenas raízes reais desde que ele tenha uma raiz $r \in \mathbb{R}$ tal que $ap'(r) \leq 0$.

Esperamos que o presente trabalho, ainda em andamento, culmine no TCC da primeira autora sob orientação do segundo.

*e-mail: maria.liberacy@aluno.uepb.edu.br
†e-mail: arlandsonm@servidor.uepb.edu.br

Referências

[1] ALVES, Fabrício Garcia da Silva. **Soluções gerais de equações do terceiro e quarto graus e a relação entre números complexos e equações cúbicas.** Orientador: Carlos Gustavo Tamn de Araujo Moreira. 2015. 89f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, IMPA, Rio de Janeiro, RJ, 2015.

[2] Lima, Elon Lages. Equação do Terceiro Grau. **Matemática Universitária**, v. 5, pp. 10-23, 1987.

[3] MATOS, Erivelto Bauer. **Estudo das equações do terceiro grau no ensino médio a partir da equação de Van der Waals.** Orientadora: Luciane Gobbi Tonet. 2014. 71f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, UFSM, Santa Maria, RS, 2014.

[4] SILVA FILHO, João Francisco; PEREIRA, Odete Elana Sousa. Revisitando as equações do terceiro grau. **Professor de Matemática Online**, v.7, n.2, p. 205-214, 2019.

Gênero, Mulheres e Matemática: a presença feminina em cargos administrativos nas Universidades Públicas da Paraíba

Raylla Araújo da Rocha⋆
Licenciada em Matemática
Universidade Estadual da Paraíba
Campina Grande - PB, Brasil

Emanuela Régia de Sousa Coelho†
Departamento da Matemática
Universidade Estadual da Paraíba
Campina Grande - PB, Brasil

Resumo

Mesmo que seja possível observar um crescimento de debates a respeito de diversas questões que antes eram negligenciadas no meio social, alguns assuntos, em determinados ambientes, ainda sofrem com a pouca profundidade de discussões, nacionalmente. Na Matemática, por exemplo, mesmo que seja perceptível o aumento do número de trabalhos que relatam sobre mulheres nesse ambiente, as conversas em torno da representatividade feminina no ambiente Universitário, principalmente em cargos administrativos, necessitam de mais visibilidade e desenvolvimento. Diante disso, o presente trabalho, tem como objetivo fundamentar e validar a pesquisa realizada, fazendo uma explicação de conceitos relacionados a gênero e apresentação de dados que são significativos para a compreensão crítica de fenômenos e padrões que podem ser percebidos quando feita a reflexão em torno deste tema.

Referências

[1] BEAUVOIR, Simone de. O segundo sexo: I fatos e mitos. São Paulo, Difusão Européia do Livro, 1970.
[2] CORDEIRO, Jane Cleide de Almeida. Entre Mitos e Interditos: uma reflexão sobre a segregação feminina na matemática. 2019. 76p. Dissertação - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2019.
[3] ROCHA, Raylla Araujo da. As mulheres além da docência e pesquisa [manuscrito] : reflexões em volta da estrutura das coordenações de matemática nas instituições públicas de ensino superior na Paraíba / Raylla Araujo da Rocha. TCC (Graduação em Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, 2022.

⋆ e-mail: rayllaar26@gmail.com
† e-mail: emanuelacoelho@servidor.uepb.edu.br
Trabalho apoiado pela Fundação de Apoio à Pesquisa do Estado da Paraíba (FAPESQ), Termo de Outorga n° 3024/2021.

Conquistas de Mulheres Matemáticas

Roberta Elaine Domingos de Araújo 1⋆
Departamento da Matemática
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Recife, Brasil

Thamires Santos Cruz 2†
Departamento da Matemática
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Recife, Brasil

Resumo

As aplicações dos conhecimentos em Matemática são consideradas pela maioria das pessoas como sendo difíceis, complexas e às vezes abstratas. Junte isso a ideia de que a Matemática é uma área com prevalência no gênero masculino, onde esta crença ganha força porque no desenvolvimento histórico desta ciência, percebemos a predominância de grandes homens matemáticos, enquanto as mulheres matemáticas famosas são raríssimas. Conforme Schopenhauer cita em As Dores do Mundo (Esboço acerca das mulheres) "... O simples aspecto da mulher revela que ela não é destinada nem aos grandes trabalhos intelectuais, nem aos grandes trabalhos materiais". Talvez um dos obstáculos para que as mulheres interessem-se pela matemática seja o condicionamento cultural de que mulher e ciências exatas não combinam e que elas não possuem interesse ou habilidade para tais funções, o que é uma inverdade, quando o que acontece é que a história demorou um pouco mais para dar o devido reconhecimento às personagens femininas. Contudo, mesmo diante de todas as dificuldades temos projetos como o da UFF (Universidade Federal Fluminense) que incentiva a participação feminina na área de matemática, cujo objetivo é atrair jovens alunas para a carreira de matemática e promover a divulgação de trabalhos científicos de alto nível, realizados por profissionais brasileiras da área. Há quem diga que um dos motivos para as mulheres se desmotivarem com a matemática é a falta de identificação e representatividade, o que não é de todo verdade pois, existem grandes modelos de mulheres na área da matemática, algumas inclusive de grande importância para o desenvolvimento desse campo de conhecimento. Recentemente, a ucraniana Maryna Viazovska foi vencedora da medalha Fields, por ter resolvido um problema de longa data sobre empacotamento de esferas, o que agora a colocou entre os vencedores da medalha. Desde pequena, Maryna se destacava em matemática e mostrando apreço pelos números, trilhou uma brilhante carreira nas ciências exatas, ganhou bastante visibilidade, sendo convidada para palestrar em vários lugares do mundo inclusive no Brasil. Temos em nosso meio acadêmico a professora Jaqueline Mesquita, graduada em matemática pela UnB (Universidade de Brasília), onde atualmente leciona, atuando na área de ánalise matemática, com ênfase em equações diferenciais funcionais, impulsivas e ordinárias generalizadas, equações dinâmicas em escalas temporais, equações de evolução e análise funcional. Vencedora de prêmios como o Bernd-Aulbach concedido para estudantes de mestrado e doutorado ou recém-titulados, na área de equações diferenciais, onde a seleção é feita mundialmente, baseado no número de publicações e de participação em eventos no exterior durante o curso. Destacamos também a trajetória das matemáticas Katherine Johnson, Dorothy Vaughan e Mary Jackson cujos esforços foram essenciais para que os Estados Unidos dessem início à corrida espacial. Essas mulheres além de enfrentarem resistência por serem

⋆ e-mail: betinha2elaine@gmail.com
† e-mail: thamires.cruz@ufrpe.br

mulheres, tiveram o desafio adicional de serem negras, e de terem que lidar também com a segregação racial que era realidade no país. Todas eram graduadas em matemática e exerciam a função de professora numa escola de ensino médio, até serem admitidas pela NACA (atualmente chamada de NASA), para trabalharem no Centro de Pesquisas Langley, no ápice da 2° Guerra Mundial. Dorothy foi promovida à chefe da unidade, tornando-se a primeira pessoa negra a ter um cargo de supervisão da NACA, tornando-se uma especialista na linguagem de computação, essencial para uso dos equipamentos na época. Já Mary recebeu uma posição na equipe que trabalhava num Túnel de Vento Supersônico, onde teve que fazer uma transição da Matemática para a Engenharia, foi a primeira engenheira negra da NASA e anos depois se tornaria gerente em um programa federal voltado para mulheres. Quando ficou sabendo da existência de vagas abertas no Centro Langley, que já estava sob a supervisão de Dorothy Vaughan, Katherine começou a trabalhar na Unidade, e apenas dois meses depois, foi indicada por Dorothy para a divisão de pesquisas de voo. Diante do exposto, percebemos que a Matemática é uma ciência que independe do gênero, pois além de grandes matemáticos temos mulheres matemáticas sempre ávidas, incentivadoras do avanço da matemática com forte influência no desenvolvimento desta ciência e que motivam a inserção das mulheres na carreira de matemática, porém precisamos de mais divulgação de seus nomes e façanhas. Vale ressaltar que este trabalho é fruto de uma atividade informal, sob orientação da professora Thamires Cruz, que está em andamento e que tem por objetivo divulgar para a sociedade a trajetória e as conquistas de algumas mulheres matemáticas.

Referências

[1] SHETTERLY, Margot Lee. Dorothy Vaughan Biography. **National Aeronautics and Space Administration**, 2017. Disponível em: <https://www.nasa.gov/content/dorothy-vaughan-biography>.Acesso em: 25 de jan. de 2023.

[2] SHETTERLY, Margot Lee. Mary W. Jackson Biography. **National Aeronautics and Space Administration**, 2017. Disponível em: <https://www.nasa.gov/content/mary-jackson-biography>. Acesso em: 12 de jan. de 2023.

[3] SHETTERLY, Margot Lee. Katherine Johnson Biography. **National Aeronautics and Space Administration**, 2017. Disponível em: <https://www.nasa.gov/content/katherine-johnson-biography>. Acesso em: 06 de fev. de 2023.

[4] UCRANIANA ganha a Medalha Fields, **Pesquisa Fapesp**, 2022. Disponível em: <https://www.revistapesquisa.fapesp.br/ucraniana-ganha-a-medalha-fields>. Acesso em: 10 de fev. de 2023.

[5] MESQUITA, J. G., **Universidade de Brasília**, Disponível em: <https://www.mat.unb.br/jgmesquita>. Acesso em: 26 de jan. de 2023

⋆ e-mail: betinha2elaine@gmail.com

† e-mail: thamires.cruz@ufrpe.br

‡

Acolhimento e discussão como ferramentas de emancipação feminina no Ensino Médio no Instituto Federal do Rio Grande do Norte (IFRN)

Rosângela de Lima⋆
Departamento da Matemática
Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Natal, Brasil

Kaline Nascimento †
Departamento da Matemática
Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Natal, Brasil

Illa Silva ‡
Departamento da Matemática
Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Natal, Brasil

Resumo

O presente trabalho apresenta atividades realizadas pela equipe do projeto Potimáticas – Meninas Potiguares na Matemática, ligado à Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), que possui por objetivo incentivar a entrada e a permanência de meninas e mulheres no curso de matemática (licenciatura e bacharelado) e na pós-graduação. É um projeto de iniciação científica criado em 2019 com fomento do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e que hoje é desenvolvido de forma voluntária e conta com integrantes alunas da licenciatura e bacharelado em matemática da UFRN, professoras da rede pública e privada de ensino de Natal e uma professora do campus Ceará-Mirim do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte (IFRN). O projeto desenvolve suas atividades em parceria com escolas de ensino básico do estado, no Ensino Fundamental Anos Finais e Ensino Médio. O trabalho desenvolvido no campus do IFRN consiste na criação de uma rede de apoio entre professoras e alunas do campus de modo que, através das trocas de experiências e momentos de confraternização, as alunas possam vislumbrar carreiras nas ciências exatas, ou ainda ingressar em cursos superiores e pós-graduação. Paralelo a isto, são realizadas atividades que possuem um viés dinâmico, fora de sala de aula, que buscam colocar as mulheres como protagonistas em suas atividades e na produção do conhecimento. No primeiro encontro realizado presencialmente a participação foi restringida em alunas, para que fosse possível discutir questões como machismo, misoginia e racismo em um ambiente seguro, composto apenas por meninas e mulheres. Questões sobre suas dificuldades acadêmicas e experiências traumáticas anteriores foram relatadas pelas alunas, o que tornou o momento da atividade acolhedor. Esse momento contou também com a participação da, até então, única professora de matemática do campus, licenciada em matemática e mestre em Ciência e Engenharia do Petróleo, que relatou suas experiências durante sua trajetória acadêmica, suas dificuldades enquanto mulher negra em um ambiente majoritariamente masculino e suas realizações durante esse período. Em um segundo momento, foram realizadas duas sessões de cinema com o filme “Estrelas Além do Tempo” (2016), com direção de Theodore Melfi. O filme retratada a vida de três mulheres negras que trabalham na Administração Nacional da Aeronáutica e Espaço em (inglês: *National Aeronautics and Space Administration* — NASA) e que são pioneiras em suas áreas (matemática, engenharia mecânica e programação), sendo seu trabalho fundamental para a vitória dos Estados Unidos na Corrida Espacial na década de 1960. Através da exibição do filme (que teve como público professoras(es) e alunas(os)) e das situações retratadas na obra, foi possível refletir e discutir sobre o papel e os preconceitos vividos por mulheres

⋆ e-mail: rosangelarafaela61@gmail.com
† e-mail: kaline.nascimento@ifrn.edu.br
‡ e-mail: illagabriela100@gmail.com

negras através da História, fazendo paralelos com situações vividas pelas participantes. Ambos os momentos na Instituição caracterizaram-se como extremamente produtivos, com grande participação das alunas do campus nas discussões propostas, colocando mulheres matemáticas e alunas como protagonistas e em posições de liderança. Planeja-se realizar mais atividades envolvendo Cinema como motivador de reflexões, além de atividades de capacitação das alunas para participação em olimpíadas de matemática nacionais (Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP, por exemplo) e locais (como a Olimpíada de Matemática do Rio Grande do Norte).

Referências

[1] BERTI, Andreza; CARVALHO, Rosa Marcela. **O Cine Debate promovendo encontros do cinema com a escola**. Pro-Posições, [s. l.], 2013. Disponível em: https://www.scielo.br/j/pp/a/jPWfxLBxZbYxWWcPRynVf5c/abstract/?lang=pt. Acesso em: 15 fev. 2023.

[2] POTIMÁTICAS. **Instagram.** 2023. Disponível em: https://www.instagram.com/potimaticasrn/

[3] POTIMÁTICAS. **Site oficial.** 2023. Disponível em: https://sites.google.com/view/potimaticas/.

⋆ e-mail: rosangelarafaela61@gmail.com
† e-mail: kaline.nascimento@ifrn.edu.br
‡ e-mail: illagabriela100@gmail.com

Aproximações Diofantinas e Frações Contínuas

Sophia Evelin da Silva ⋆
Departamento de Matemática
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Recife, Brasil

Werika Monique Lemos da Silva †
Departamento de Matemática
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Recife, Brasil

Bárbara Costa da Silva ‡
Departamento de Matemática
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Recife, Brasil

Resumo

Utilizar aproximações racionais para um número irracional é algo que todos nós já fizemos um dia. O ramo da matemática que estuda aproximações deste tipo é chamado de Aproximações Diofantinas. Frequentemente usamos frações cujos denominadores são potências de 10 para fazer aproximações Diofantinas, mas será que essas são as mais adequadas? O número real “raiz de 2” é aproximadamente 1,4=14/10 ou, aumentando o denominador para reduzir o erro, 1,41=141/100, mas também podemos aproximá-lo, com erro e denominador menores que 141/100, pela fração 17/12.

Dizemos que uma aproximação racional (p/q) para um número irracional (x) é boa se o erro (|x-p/q|) e o denominador do número racional (q) são os menores possíveis. Esses dois objetivos se contradizem, pois intuitivamente fazemos o denominador da fração aumentar para as ‘casas decimais’ da fração p/q coincidirem com as ‘casas decimais’ de x. Como escolher um denominador pequeno e ainda obter uma boa aproximação? O teorema de Dirichlet nos fornece a resposta.

Neste trabalho iremos apresentar o teorema de Dirichlet, evidenciaremos uma outra maneira de representar os números reais a partir das frações contínuas. Introduziremos a definição de frações reduzidas de uma fração contínua do número real e mostraremos que essas frações são “boas aproximações”, no sentido do teorema de Dirichlet.

Referências

[1] SOUZA, Leonardo. Aproximações Diofantinas e a Teoria das Frações Continuas. Rio de Janeiro: IMPA, 2018.

[2] MOREIRA, Carlos Gustavo. Frações Contínuas, Representações de Números e Aproximações Diofantinas. 1° Colóquio da Região Sudeste, 2011. Rio de Janeiro: 2011.

⋆ e-mail: sophia150evelin@gmail.com
† e-mail: Werika.m.lemos@gmail.com
‡ e-mail: barbara.costasilva@ufrpe.br

NÚMEROS PRIMOS E SUAS CONTRIBUIÇÕES

Ester Silva Rangel*
Unidade Acadêmica de Matemática
Universidade de Campina Grande
Campina Grande, Brasil

Taiane Barboza Silva†
Unidade Acadêmica de Matemática
Universidade de Campina Grande
Campina Grande, Brasil

Leomaques Francisco Silva Bernardo‡
Unidade Acadêmica de Matemática
Universidade de Campina Grande
Campina Grande, Brasil

Resumo

A Teoria dos Números é uma área de grande importância na Matemática e se destina a estudar os números inteiros e suas propriedades. Pode-se destacar ainda nessa Teoria o estudo dos números primos que tem diversas aplicações não somente na Matemática, mas também em diversas outras áreas, a exemplo da Criptografia que estuda métodos de codificar uma mensagem de maneira que apenas o destinatário consiga ler.

Um número primo é um número inteiro não-nulo $p \neq \pm 1$ cujo os únicos divisores são ± 1 e $\pm p$. Já um número inteiro não-nulo $n \neq \pm 1$ que não é primo chama-se composto. Tais números foram estudados em civilizações bem antigas.

Segundo Coutinho (2004, p. 19) [1] até onde se sabe, o conceito de número primo foi introduzido na Grécia Antiga. Vamos encontrá-lo, por exemplo, nos Elementos de Euclides, escrito por volta de 300 a.C. Segundo a definição 11 do Livro VII dos Elementos: "Um número primo é aquele que é medido apenas pela unidade".

Várias fórmulas já foram propostas para gerar grandes números primos, Pierre de Fermat, conjecturou que todo número da forma $2^{2^n} + 1$ seria primo, o que foi desmentido por Leonhard Euler, uma vez que $2^{2^5} + 1$ é composto. Até os dias atuais não se conhece uma fórmula simples para gerar grandes números primos. Porém existem fórmulas que geram famílias interessantes de números primos (MOREIRA; SALDANHA, 2008 p.41) [6]. Uma dessas famílias, é a dos números primos de Mersenne, ele descobriu que se um número da forma $2^n - 1$ for primo, então n é primo. Devido a essa descoberta, todo número $2^n - 1$ com n primo é chamado número primo de Mersenne, denotado por M_n.

Marin Mersenne foi um monge franciscano que viveu em um mosteiro em Paris, nasceu em 8 de setembro de 1588 na pequena cidade de Oizé, na França, e morreu em 1 de setembro de 1648, em Paris. Ficou conhecido por trocar correspondências com muitos filósofos e cientistas de sua época com o objetivo de divulgar os trabalhos que estavam sendo desenvolvidos naquele momento a fim de contribuir com o avanço da Ciência. Ao longo da sua vida ajudou muitos cientistas em potencial, orientando-os na direção certa e aconselhando alguns sobre o próximo passo a ser dado. Mersenne adoeceu após sua visita para ver René Descartes (1596-1650) em julho de 1648 e, infelizmente, sua saúde nunca melhorou (O' CONNOR; ROBERTSON, 2005) [5].

No ano de 1644, Mersenne publicou um trabalho chamado Cogitata physico-mathematica, onde ele afirma que os números M_i são primos de Mersenne para $i = 2, 3, 5, 7, 13, 17, 19, 31, 67, 127$ e 257 (O' CONNOR; ROBERTSON, 2005) [5]. Um tempo depois comprovou-se que ele se enganou com relação aos números M_{67}

*e-mail: ester1rangel@gmail.com parcialmente financiado pelo FNDE/PET
†e-mail: taianebs99@gmail.com parcialmente financiado pelo FNDE/PET
‡e-mail: leomaques@mat.ufcg.edu.br parcialmente financiado pelo FNDE/PET

e M_{257}. Apesar dos enganos cometidos, trata-se de um grande feito, tendo em vista a grandeza dos números envolvidos e poucos recursos computacionais da época.

O teste de primalidade (teste para verificar se um dado número inteiro é ou não primo) de "Lucas-Lehmer" foi criado por Fançois Edouard Lucas (1842-1891) e aperfeiçoado por Derrick Henry Lehmer (1905-1991), e apesar de ser determinístico e não depender de conjecturas sua utilização acaba sendo limitada a casos específicos, pois para se testar um número n devemos conhecer os fatores do número $n-1$ (MORIMOTO, 2014, p. 54) [7]. O teste diz: Considere a sequência (V_k) para $k = 0, 1, \ldots$ definida recursivamente por $V_0 = 4$ e $V_{k+1} = V_k^2 - 2$. Seja p um número primo ímpar. Então $M_p = 2^p - 1$ é primo se, e somente se, $V_{p-2} \equiv 0$ $(mod\ M_p)$ (CRANDALL; POMERANCE, 2005, p.183) [3].

O projeto Great Internet Mersenne Prime Search (GIMPS) foi criado em 1996 por George Woltman, formado em Ciência da Computação pelo Instituto de Tecnologia de Massachusetts (MIT), é um projeto voluntário de computação distribuída, que como o próprio nome já indica, seu objetivo é encontrar números primos conhecidos como primos de Mersenne (WOLTMAN, 1996) [4]. Para a testagem desses números que são da forma $2^p - 1$, na verdade, são os expoentes p que são testados.

O GIMPS descobriu o maior número primo conhecido até o momento, $2^{82.589.933} - 1$, com 24.862.048 dígitos. Um computador oferecido por Patrick Laroche de Ocala, Flórida, fez a descoberta em 7 de dezembro de 2018 (WOLTMAN, 1996) [4]. Tal descoberta encontra-se no site oficial do GIMPS.

Os números primos são muito relevantes na área da Criptografia RSA, método bastante usado em aplicações comerciais. Este é o método utilizado, por exemplo, no Netscape, o mais popular dos softwares de navegação da Internet (COUTINHO, 2001) [2].

Este trabalho é fruto de estudos desenvolvidos na atividade Seminários de estudo em grupo no Programa de Educação Tutorial PET-Matemática-UFCG e teve a supervisão do Prof. Tutor Leomaques Francisco Silva Bernardo.

Referências

[1] COUTINHO, S. C. *Primalidade em Tempo Polinomial: Uma introdução ao Algoritmo AKS (Coleção Iniciação Científica)*. Rio de Janeiro: IMPA, 2004.

[2] COUTINHO, S. C. *Números Inteiros e Criptografia RSA (Série Computação e Matemática)*. Rio de Janeiro: IMPA, 2001.

[3] CRANDALL, Richard; POMERANCE, Carl. *Prime Numbers: A Computational Perspective*. 2ª ed. New York: Springer, 2005.

[4] WOLTMAN, George. *GIMPS: Great Internet Mersenne Primes Search*. [S. l.], 1996. Disponível em: <https://www.mersenne.org/>. Acesso em: 6 fev. 2023.

[5] O'CONNOR, J.J.; ROBERTSON, E.F. *Marin Mersenne*. MacTutor: 2005. Disponível em: <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Mersenne/>. Acesso em: 3 fev. 2023.

[6] MOREIRA, Carlos Gustavo; SALDANHA, Nicolau. *Primos de Mersenne (e outros primos muito grandes)*. 3ª ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2008.

[7] MORIMOTO, Ricardo Minoru. *Números Primos: Propriedades, Aplicações e Avanços*. Orientador: Dra. Carina Alves. 2014. 63 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2014.

Limites de massas quasi-locais de esferas em variedades Riemannianas

Thays Ingrid dos Santos Nunes*
Departamento de Matemática
Universidade Federal de Pernambuco
Recife, Brasil

Prof. Dr. Allan George de Carvalho Freitas†
Departamento de Matemática
Universidade Federal da Paraíba
João Pessoa, Brasil

Resumo

Ao longo dos anos a Geometria Riemanniana se relaciona com a Relatividade Geral, teoria esta desenvolvida brilhantemente por Albert Einstein em 1915, donde existe uma grande dificuldade em obter uma formulação geral de massa e, por isso, estudamos várias caracterizações, cada uma aplicada numa determinada situação. Por exemplo, para certos espaços-tempo que são assintoticamente planos, temos uma noção de massa denominada massa de Arnowitt-Deser-Misner (ADM) e as massas quasi-locais que surgiram há cerca de quarenta anos, com a finalidade de medir a energia de determinadas superfícies compactas. Naturalmente, existem algumas condições que esperamos que essas massas cumpram como, por exemplo, a não negatividade. Além disso, o comportamento das massas quasi-locais, no infinito, devem convergir para a massa ADM. Sendo assim, neste trabalho, o qual é fruto de uma dissertação concluída, um dos objetivos principais será analisar resultados que envolvem este último comportamento das massas quasi-locais. Mais especificamente, apresentaremos noções de algumas massas na relatividade geral à vista de estudos geométricos.

Para tanto, apresentaremos propriedades de decaimento de alguns objetos geométricos em uma variedade assintoticamente plana tridimensional de forma a estudarmos o limite da massa quasi-local de Brown-York em esferas coordenadas com raios suficientemente grandes, concluindo que este limite converge, no infinito, para a massa de ADM da variedade assintoticamente plana em questão. Posteriormente, estudaremos expansões em coordenadas normais de estruturas geométricas de modo a compreendermos a massa de Brown-York para esferas geodésicas com raios suficientemente pequenos, utilizando tais resultados para apresentarmos expansões de massas quasi-locais, bem como, comportamento de determinados volumes esféricos. Por fim, também abordaremos resultados do mesmo caráter para as massas quasi-locais de Hawking e isoperimétrica, além de apresentarmos aplicações destas expansões em face do Teorema da massa positiva.

Referências

[1] R. Arnowitt, S. Deser and C.W. Misner, *Coordinate invariance and energy expressions in general relativity*, Phys. Rev. (2) **122** (1961), 997– 1006.

[2] R. Bartnik, *The mass of an asymptotically flat manifold*, Comm. Pure Appl. Math. **39** (5) (1986), 661–693.

[3] J.D. Brown, S.R. Lau, J.W. York, *Canonical quasilocal energy and small spheres*, Phys. Rev. D (3) **59** (6) (1999), 064028.

[4] X.-Q. Fan, Y. Shi, L.-F. Tam , *Large-sphere and small-sphere limits of the Brown-York mass*, Comm. Anal. Geom. **17** (2009), no. 1, 37-72.

[5] Nunes, Thays Ingrid dos Santos , *Limites de massas quasi-locais de esferas em variedades Riemannianas*, Dissertação (mestrado), Departamento de Matemática, UFPB, João Pessoa, 2022, 116 f.

*e-mail: thays.nunes@ufpe.br
†e-mail: allan.freitas@academico.ufpb.br

Grafos na Resolução de Problemas do Ensino Básico

Clara Ribeiro de Santana 1[*]
Departamento da Matemática
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Recife, Brasil

Dayene Vitória Vicente da Cruz2[†]
Departamento da Matemática
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Recife, Brasil

Vivian Maria dos Santos 3[‡]
Departamento da Matemática
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Recife, Brasil

Resumo

O estudo da Teoria dos Grafos começou a ser explorado no século XVIII e foi motivado pelo problema das pontes de Königsberg. A população da cidade se indagava se seria verossímil um percurso que passasse duas vezes na mesma ponte e voltasse para o local de partida. Quem respondeu essa questão foi o matemático Leonhard Euler e com isso iniciou, no século XX, uma área da matemática chamada Teoria dos Grafos.

Esse pôster visa apresentar brevemente um estudo sobre a Teoria dos Grafos com ênfase na educação básica. Para isso, inicialmente, vamos abordar a ideia para solução do problema citado anteriormente, a qual consiste em extrair todas as informações essenciais necessárias presente no problema, a fim de trazer uma contextualização. A sua definição é dada da seguinte forma: "um grafo G é um objeto matemático formado por um conjunto de vértices V e um conjunto de arestas E, onde cada aresta corresponde a um par não ordenado de vértices", em outras palavras, um grafo é um conjunto finito não-vazio de vértices (ou nós) e de arestas (ou arcos) tais que cada aresta conecta dois vértices. Traremos também os principais resultados dessa teoria, como o Teorema de Euler que diz "a soma dos graus dos vértices de um grafo é igual a duas vezes o número de arestas neste grafo", o teorema "Em todo grafo, a quantidade de vértices que possuem grau ímpar é um número par", e por fim, utilizaremos esses conceitos em aplicações de problemas do ensino básico. Este trabalho é fruto do interesse e da pesquisa das alunas Clara Ribeiro, Dayene Cruz e Vivian Santos.

Referências

[1] BENEVIDES, Fabrício; NETO, Antonio. Introdução à Teoria dos Grafos: Tópicos Adicionais. [S. l.]: OBMEP, 2009.
Disponível em: https://cdnportaldaobmep.impa.br/portaldaobmep/uploads/material_teorico/w0px2npk0ysw4.pdf. Acesso em: 12 fev. 2023.
[2] FEOFILOFF, Paulo. Uma Introdução Sucinta à Teoria dos Grafos. [S. l.]: II Bienal da SBM, 2011. Disponível em: https://www.ime.usp.br/~yw/publications/books/TeoriaDosGrafos.pdf. Acesso em: 12 fev. 2023.
[3] JURKIEWICZ, Samuel. Grafos – Uma Introdução. [S. l.]: OBMEP, 2009. Disponível em: http://www.obmep.org.br/docs/apostila5.pdf. Acesso em: 12 fev. 2023.

[*] e-mail: clara.rsantana@ufrpe.br
[†] e-mail: dayene.vitoria@ufrpe.br
[‡] e-mail: vivian.maria@ufrpe.br

De onde surge o problema para calcular área e a coroa circular do círculo?

Yasmim Eduarda Santiago da Silva 1⋆
Departamento da Matemática
Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Rio grande do Norte, Brasil

Resumo

A motivação para esse estudo, ocorreu a princípio na disciplina de “Teoria e Prática do Ensino da Matemática” e com as vivências em sala de aula. Durante a exposição do conteúdo “áreas de figuras planas”, particularmente em área do círculo e a coroa circular, investiguei que os alunos possuem dificuldade em compreender o que será cobrado na questão. Quando a questão de imediato explicita o que está sendo proposto, como, calcular a área/coroa circular, os alunos conseguem resolver. Mas caso esteja contextualizado, os alunos ficam anestesiados com o enunciado e acabam não conseguindo resolver a questão. Eles conseguem calcular a área das duas figuras, mas não sabem o que fazer com o resultado. Esse estudo, tem como objetivo incentivar o pensamento algébrico e relacionar os conteúdos matemáticos através de atividades do cotidiano, eliminando as perguntas "onde eu uso isso?", "pra que aprender área do círculo ou coroa circular?", “eu não vou usar mesmo", etc. E diante dessa situação, os alunos manifestaram suas dificuldades com o surgimento do enunciado nos seus estudos em sala de aula. A partir desse momento, comecei a averiguar essas dificuldades abordadas e por esse motivo notei que a dificuldade se instaura em compreender qual o significado dos cálculos, no qual obtemos através do entendimento do conteúdo matemático e a interpretação do que se é exigido.

[1] Aprendemos desde que nascemos a partir de situações concretas, que pouco a pouco conseguimos ampliar e generalizar (processo indutivo), e aprendemos também a partir de ideias ou teorias para testá-las depois no concreto (processo dedutivo), “[...] não apenas para nos adaptarmos à realidade, mas, sobretudo, para transformar, para nela intervir, recriando-a” (FREIRE, 1996, p. 28).

Desse modo, os alunos realizaram um questionário sobre área de um círculo e de coroa circular, após a exposição do conteúdo e não obtivemos bons resultados. Daí, os mesmos conduziram-se a uma pesquisa de campo com o objetivo de buscar situações onde utilizamos área de círculo e de coroa circular indiretamente e diretamente, como por exemplo: ao comprar um anel, ao comprar uma pizza e pedir uma borda recheada, em relógios de parede, roda gigante e guirlanda de natal. Essas situações cotidianas envolvendo a álgebra matemática introduziu o pensamento crítico sobre o que estava sendo pesquisado e por esse motivo os alunos refizeram o questionário e durante a coleta obtivemos ótimos resultados e os alunos conseguiram compreender o que estava sendo cobrado mesmo com o enunciado.

[2] Maria Blanton e James Kaput expressa que o processo pelo qual os alunos generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto particular de exemplos, estabelecem essas generalizações por meio de discurso argumentativo, e as expressam de formas progressivamente mais formais e adequadas à sua idade. Essa ferramenta auxiliou no ensino-aprendizagem de situações-problemas, acarretando um desenvolvimento no âmbito da interpretação e compreensão. Dessa forma, os alunos conseguem obter melhores resultados e consequentemente avançar nos conteúdos consequentes.

Ressaltamos que nesse trabalho, apresentamos uma investigação relacionando situações cotidianas envolvendo a álgebra matemática, com o intuito construir o pensamento crítico sobre o que estava sendo pesquisado/estudado. Após a reaplicação do questionário obtivemos ótimos resultados, fizemos a

⋆ e-mail: yasmimempresa@gmail.com

comparação dos cálculos algébricos em que realizamos antes da pesquisa de campo e a que realizamos após a pesquisa de campo. Em síntese, os alunos conseguem obter melhores resultados e consequentemente avançar nos conteúdos através da comparação com a sua realidade.

Referências

[1] BRASIL. Base Nacional Comum Curricular, 3ª versão revista. Ministério da Educação, Brasília, 2017.

[2] ALMEIDA, J. R.; SANTOS, M. C. *Pensamento algébrico: em busca de uma definição.* Revista Paranaense de Educação Matemática (Online), Campo Mourão, v. 6, n. 10, 2017.

[3] BACICH, Lilian; MORAN, José (org.). *Metodologias ativas para uma educação inovadora:* uma abordagem teórico-prática. 1. ed. Porto Alegre: Penso, 2018.

⋆ e-mail: yasmimempresa@gmail.com

6 Iniciativas e Projetos

Meninas, Vamos Fazer Ciências!

- **Coordenadora:** Anna Regina Corbo
- **Equipe executora:** Anna Paula Siqueira da Silva Iasmim dos Santos Valoura
- **Instituição/local:** Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca - CEFET/RJ
- **Objetivos:**

  Estimular alunas do ensino fundamental II a estudarem matemática e ciências através de palestras e realização de experimentos nas escolas;

  Mostrar, através do viés implícito, para as alunas que as disciplinas das áreas de STEM são igualmente para meninos e meninas;

  Despertar o interesse pela descoberta científica.
- **Público alvo:** Meninas do Ensino Fundamental II de escolas municipais do estado do Rio de Janeiro
- **Período de execução:** O projeto foi iniciado em Abril de 2019 e está em execução até o momento atual
- **Descrição do projeto:** Um fato que vem sendo observado nos últimos anos é o desequilíbrio no número de mulheres e homens fazendo ciência, como se o mundo científico fosse um lugar majoritariamente masculino. Observando o número de bolsas de produtividade em matemática, por exemplo, vemos que as mulheres apenas possuem em torno de 10%, enquanto todas as outras são masculinas. Quanto ao número de bolsas de iniciação científica, as mulheres ficam com cerca de 1/3 das bolsas IC em matemática disponibilizadas pelo CNPq.
  Outra situação intrigante é que quando olhamos os números de medalhistas das olimpíadas de matemática: observa-se que as meninas conquistam mais medalhas no nível 1 (5^o e 6^o ano do ensino fundamental II). Esse número cai no nível 2 (7^o e 8^o ano do ensino fundamental II) e cai mais ainda

no nível 3 (ensino médio). Esse fato nos leva a intuir que as meninas começam a se desinteressar pela matemática a partir do ensino fundamental, aumentando o nível de desinteresse ao longo do percurso do ensino básico. Assim, o projeto se propõe a atuar exatamente nessa fase mostrando que as ciências e a matemática são interessantes e que fazem parte do universo feminino, apresentando exemplos de mulheres que fizeram ou fazem ciência. Deste modo, pretende-se desconstruir a imagem de que esse universo é masculino. Diante disso,o projeto propõe levar às escolas do Ensino Fundamental II palestras e atividades para atrair e estimular meninas a se interessarem pelo universo científico principalmente nas áreas de ciências, tecnologias, engenharias e matemática (Cetem). Durante as palestras nas escolas, a equipe do projeto mostra histórias de mulheres cientistas, apresenta instituições em que elas podem encontrar mais oportunidades para prosseguir os estudos, com enfoque em ciências, e realiza experimentos lúdicos em conjunto com os alunos e alunas. Dessa forma, as meninas têm o interesse pela ciência despertado e os meninos acostumam-se a vê-las nesses espaços. Com a pandemia, o "Meninas, Vamos Fazer Ciências!" precisou se adaptar a modalidade online. Pensando nisso, a ideia foi começar a movimentar as redes do projeto divulgando o trabalho de mulheres cientistas, vídeos de experimentos com todo o passo a passo e publicações com temas relacionados à ciência. Atualmente, somente o Instagram do projeto apresenta 2159 seguidores, o que tem gerado impacto em diversas pessoas. Devemos sempre lembrar que a diversidade está no centro da descoberta científica e da inovação. Sem diversidade não somos capazes de imaginar o diferente, o novo. A diversidade em um grupo de pesquisa enriquece e traz novos olhares, dessa forma, a área de Cetem está perdendo quando possui um desequilíbrio quanto a diversidade de gênero.

- **Redes sociais:**

  Instagram - @meninas.vamosfazerciencia

  Facebook - Meninas, Vamos fazer ciências

  Linkedin - Meninas, Vamos Fazer Ciências!

  Youtube - Meninas! Vamos fazer ciência!

O Portal Quebra-cabeças de Matemática: uma parceria OBMEP-UFMG

- **Coordenadora:** Aniura Milanés Barrientos
- **Equipe executora:** Bianca Silva Andrade (Autora); Carmen Rosa Giraldo Vergara (Autora); Nora Olinda Cabrera Zúñiga (Autora); Leandro Augusto Rodrigues Araújo; Lorenzo Albalat Lipp; Taciany da Silva Pereira Melo (Autora).
- **Instituição/local:** UFMG/Belo Horizonte
- **Objetivos:**

  Contribuir com a melhoria do ensino de Matemática na Educação Básica.

  Produzir materiais gratuitos e de qualidade que apoiem o trabalho dos professores de Matemática.

  Contribuir com a formação continuada dos professores de Matemática que lecionam no Ensino Fundamental.

  Divulgar os desafios do projeto entre professores atuantes no EF I e alunos da pedagogia e da licenciatura em Matemática.

  Criar vínculos com projetos semelhantes dentro e fora do país que nos permitam aperfeiçoar os materiais produzidos e divulgar o projeto.
- **Público alvo:** Professoras e professores da Educação Básica, principalmente atuantes no Ensino Fundamental I, estudantes desse nível de ensino e estudantes da pedagogia e da licenciatura em Matemática.
- **Período de execução:** 2018 –
- **Descrição do projeto:** Quebra-cabeças de Matemática traz desafios matemáticos para um público geral, focando em alunos do quarto ao sexto anos do Ensino Fundamental. Estes desafios são apresentados de forma lúdica, buscando atrair o público para a Matemática. Eles podem ser propostos por profissionais da educação ou responsáveis dos alunos para incentivar o raciocínio lógico, aplicando conteúdos elementares de Matemática. Nas escolas, tais desafios podem ser apresentados tanto em sala de aula como em atividades em Festivais de Matemática
- **Redes sociais:**

  Portal: http://qcm.portaldosaber.obmep.org.br

  Geogebra: www.geogebra.org/u/quebracabecas

  e-mail:quebracabecas@obmep.org.br

  Instagram: @quebracabecasobmep

Jogos, diversão e muita matemática no Projeto Visitas, da UFMG

- **Coordenadora:** Aniura Milanés Barrientos
- **Autoras:** Aniura Milanés Barrientos, Juanice dos Santos Rosario, Rafaela Araújo Guerra, Nathália Mesquita Pereira
- **Equipe executora:** Gabriel Vilhena Menetryer, Juanice dos Santos Rosario, Clever Lucas Silva Vales, Rafaela Araújo Guerra, Nathália Mesquita Pereira, Vinícius Alcântara Damas
- **Instituição/local:** Departamento de Matemática/ ICEx/ UFMG
- **Objetivos:**

  Favorecer a percepção da Matemática entre os alunos do Ensino Básico como um conteúdo dinâmico e acessível, que pode proporcionar muitos momentos de prazer e diversão.

  Contribuir para a formação continuada de professores de Matemática do Ensino Básico por meio da produção de materiais e da organização de oficinas de jogos e outros eventos.

  Ampliar a formação acadêmica de estudantes do curso de Matemática através da participação e organização de atividades lúdicas envolvendo a matemática.

  Divulgar as experiências desenvolvidas.
- **Público alvo:** Alunos de sexto a nono ano do Ensino Fundamental, do Ensino Médio e da EJA e professores de matemática da Educação Básica.
- **Período de execução:** 2022
- **Descrição do projeto:** A Matemática, às vezes, é apresentada como algo difícil e inacessível à maioria da população. Essa concepção tem grande influência nos alunos que muitas vezes se julgam incapazes de aprendê-la. Nesse sentido, a utilização de jogos e materiais concretos no ensino é uma tentativa de romper com essa visão da Matemática, na medida em que é uma forma dinâmica de abordagem de tópicos da Matemática que agrada e entusiasma os participantes.

  No final de 1997, ainda de forma experimental, foram organizadas atividades para turmas de alunos do ensino médio, no Departamento de Matemática, com o intuito de divulgar o Curso de Matemática da UFMG. Em virtude da grande aceitação do projeto, a partir de 1998, ele passa ser ofertado regularmente sob o título "Visitas Programadas de Alunos e Professores de Matemática do Ensino Médio ao Departamento de Matemática" e, também, passa a ser financiado pela Pró-Reitoria de Extensão da UFMG. A oferta regular do projeto gera uma demanda sempre crescente e diversificada, o que estimula a ampliação do público alvo.

  Diversas atividades têm sido incorporadas às "Visitas", dentre as quais a principal é a utilização de jogos e atividades lúdicas que envolvem conceitos matemáticos. Essas atividades visam despertar o interesse dos alunos pela Matemática, que é apresentada de forma alternativa àquela geralmente utilizada em sala de aula. Além disso, os professores acompanhantes das turmas de alunos são estimulados a reproduzir os jogos e os materiais utilizados nas "Visitas" e a incorporá-los à sua prática pedagógica. Hoje, além de atender a um número significativo de escolas, estamos atendendo também a professores e licenciandos por meio da oferta de oficinas de jogos e da produção de material didático de apoio a atividades lúdicas.

  No que diz respeito à Licenciatura em Matemática da UFMG, é fundamental a interação de seus alunos com diferentes redes de ensino. Dentro desse contexto, o projeto Visitas vem aproximar a Universidade da escola básica apresentando à comunidade externa a matemática como um conhecimento acessível e envolvente e aos discentes da Licenciatura a oportunidade de conhecer e vivenciar questões relativas ao ensino de matemática na escola, deparando-se com situações nas quais devem colocar em uso a capacidade de lidar com o processo de ensinar e antecipando situações típicas de sua futura prática profissional.

- **Redes sociais:**

  www.mat.ufmg.br/visitas

  https://www.facebook.com/projetovisitas/

  www.youtube.com/c/projetovisitas

  www.instagram.com/projetovisitas

Museu da Matemática UFMG: Uma experiência de diversão e conhecimento

- **Coordenadora:** Carmen Rosa Giraldo Vergara
- **Equipe executora:** Ana Vitoria de Freitas Domingos Luana Eduarda Pereira Nunes, Carmen Rosa Giraldo Vergara.
- **Instituição/local:** Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte
- **Objetivos:** A missão do Museu da Matemática UFMG perante a sociedade é fomentar a produção e divulgação do conhecimento matemático e promover uma articulação estreita entre alunos e professores de Matemática da Escola Básica com professores e alunos do curso de Matemática da UFMG, colocando desta forma a universidade pública a serviço dos membros da nossa sociedade e em concordância com os objetivos da Rede de Museus e Espaços de Ciência e Cultura da UFMG. A atuação do Museu da Matemática segue três objetivos principais:

  a) atividades que visem democratizar, divulgar e popularizar o conhecimento matemático;

  b) atividades de criação, confecção e exposição de materiais concretos que despertem o interesse dos visitantes e incentivem o gosto pela Matemática;

  c) atividades de formação inicial e continuada de professores da Escola Básica, direcionadas para os conteúdos das séries finais dos Ensinos Fundamental e Médio, busca-se, assim, possibilitar várias estratégias que possibilitem uma reflexão constante da Matemática e oferecer condições favoráveis para uma mudança de comportamento positiva com relação ao ensino e aprendizagem da Matemática.
- **Público alvo:** Estudantes e docentes do 6^o ano do Ensino Fundamental ao 3^o ano Ensino Médio e discentes do Ensino Superior, em sua grande maioria da rede pública de ensino.
- **Período de execução:** 2018 - Atual
- **Descrição do projeto:** O Museu da Matemática UFMG é um espaço de disseminação do conhecimento matemático a partir de uma perspectiva recreativa. O seu objetivo é envolver e despertar a curiosidade de seu público-alvo, com atividades lúdicas, tais como: quebra-cabeças, jogos de tabuleiro, mágicas, dobraduras de papel e desafios focados no processo de interação. Sabemos que jogos, enigmas e desafios sempre despertaram curiosidade e entusiasmo em crianças, jovens e adultos. Assim, o Museu proporciona, nas visitas mediadas e itinerâncias realizadas em diversos municípios de Minas Gerais, atividades lúdicas para promover, de forma divertida, uma visão positiva da Matemática. Entre as atividades podemos destacar a construção da cúpula de Leonardo da Vinci, os labirintos lógicos e a interação com um amplo acervo de quebra-cabeças e desafios matemáticos. O Museu está localizado no Instituto de Ciências Exatas da Universidade Federal de Minas Gerais e, desde sua criação, recebe visitas de grupos, em sua grande maioria da rede pública de ensino. Além disso, o Museu oferece oficinas e minicursos para docentes, buscando assim ser um centro de apoio para os mesmos e difundir a Matemática Recreativa enquanto prática pedagógica.
- **Redes sociais:**

  Site - www.mat.ufmg.br/museu

  Facebook - fb.com/museudamatematicaufmg

Gmail - museudamatematicaufmg@gmail.com

Youtube - www.youtube.com/c/MuseudaMatematicaUFMG

Instagram - @mumatufmg

Elas Vão para Ciências e Matemática (CiMa)

- **Coordenadora:** Diane Rizzotto Rossetto
- **Equipe executora:** Diane Rizzotto Rossetto (coordenadora); Denise de Siqueira (colaboradora); Adriano Verdério (colaborador)
- **Instituição/local:** Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) Curitiba
- **Objetivos:** Introduzir o uso de ferramentas computacionais para o aprendizado de conteúdos matemáticos do ensino médio e desta forma, despertar o interesse das meninas para a Matemática e estimulá-las para as carreiras de Ciências Exatas, Engenharias e Computação.
- **Público alvo:** Alunas do ensino médio de escolas públicas Período de execução: Agosto de 2019 - atual
- **Descrição do projeto:** O projeto Elas vão pra CiMa, visa contribuir para que mais meninas se sintam estimuladas e confiantes a desenvolver suas habilidades nas áreas de ciências exatas, em particular, na área de Matemática. Em particular, o projeto tem por finalidade relacionar o conteúdo matemático que é ensinado no ensino médio, com ferramentas computacionais existentes. Desde as ações es pensadas para a realização deste projeto até a escolha do título Elas vão pra CiMa, pretende-se fazer com que as meninas sintam-se estimuladas, impulsionadas, engajadas e determinadas a seguirem suas escolhas. Ao longo do projeto são desenvolvidos temas associados a conteúdo do ensino médio utilizando o software Geogebra e também uma introdução a linguagem de programação por meio do software Octave.
- **Redes sociais:**

  https://sites.google.com/view/elasvaopracima

  https://www.instagram.com/elasvaopracima/

Programa Futuras Cientistas

- **Coordenadora:** Giovanna Machado
- **Equipe executora:** Giovanna Machado, Taciana Mattos Pascoal, Emanuely José de Souza, Luísa Souza Almeida
- **Instituição/local:** Cetene
- **Objetivos:** O Futuras Cientistas busca despertar em alunas e professoras do Ensino Médio de escolas estaduais o interesse por profissões nas áreas de Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática (STEM) através do desenvolvimento de projetos de pesquisa científica e tecnológica e aproximá-las destas áreas por meio da imersão em institutos de pesquisa e universidades. Além disso, o programa visa promover condições adequadas para a inserção de alunas e professoras nos espaços científicos de alta tecnologia para o transbordamento do conhecimento e popularização da ciência, em concordância com o objetivo da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) de proporcionar a estudantes a compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática.
  Objetivos específicos:

  1. Incentivar e estimular o desenvolvimento do pensamento científico e tecnológico das participantes junto aos centros de pesquisa e universidades, favorecendo uma aprendizagem por meio da investigação proporcionando o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico, tendo em vista as metas da BNCC para a construção de uma sociedade mais justa, ética, democrática, inclusiva, sustentável e solidária.
  2. Desenvolver projetos de alto impacto científico buscando o viés da sustentabilidade nacional.
  3. Estimular o desenvolvimento do senso crítico das participantes diante das diferentes produções do conhecimento.
  4. Possibilitar o acesso e a integração de meninas e mulheres de baixa renda à cultura científica e tecnológica.
  5. Estimular os pesquisadores dos institutos científicos e universidades federais a promover e popularizar o conhecimento científico e tecnológico.
  6. Aumentar a inclusão de mulheres de baixa renda no desenvolvimento científico e tecnológico nacional.
- **Público alvo:** estudantes do 2º e 3º anos do ensino médio da rede pública estadual de todos os estados do Brasil; professoras de ensino médio da rede pública estadual de todo o Brasil.
- **Imersão Científica:** janeiro
- **Banca de Estudos:** outubro a novembro
- **Mentoria:** ao longo do ano
- **Descrição do projeto:** Considerando a sub-representação feminina que ocorre historicamente nas ciências exatas e tecnologia, o Programa Futuras Cientistas traz como objetivo principal a inclusão de meninas e mulheres, alunas e professoras de escolas públicas estaduais, em espaços de desenvolvimento científico, para o aumento da participação feminina nas ciências exatas. Para levar as meninas do ensino médio ao final da graduação, quando se tornam profissionais, o programa atua em quatro módulos: Módulo I temos a "Imersão Científica", cujo objetivo é despertar o interesse das meninas pelas áreas de ciência, tecnologia, engenharia e matemática (na sigla em inglês, STEM), em que alunas e professoras vão

a laboratórios científicos e participam de planos de trabalho com abordagem de aprendizagem baseada em projetos; o Módulo II conhecido como “Banca de Estudos para o Enem”, tem como meta promover a integração de conhecimentos teóricos e práticos para ajudar meninas a ingressarem na universidade pública e gratuita; Módulo III denominado “Mentoria” visa contribuir com a manutenção das jovens durante a universidade em áreas de predominância masculina; e por fim o Módulo IV chamado de “Estágios”, neste módulo o objetivo é auxiliar as jovens a ingressarem no mercado de trabalho através de Iniciação Científica e Estágios em empresas e laboratórios de pesquisa.

- **Redes sociais:**

  Instagram: @futurascientistas - https://www.instagram.com/futurascientistas/

  Youtube: Futuras Cientistas - https://www.youtube.com/channel/UCqFXaVOFFA4fl9AxDCMWRUg

  Twitter: @futurascientis - https://twitter.com/futurascientis

Projeto Dynamic Women e Evento Celebrando a Mulher na Matemática CWinM

- **Coordenadora:** Luciana Silva Salgado
- **Equipe executora:** Andressa Cristina da Silva Gondim (Graduanda-UFRJ); Carolina Niklaus Rodrigues (Graduanda - UFRJ); Elaine Silva (UFAL); Gabriel Reis Machado de Mesquita (Graduando-UFRJ); Hale Aytaç (UFBA); Jaqueline Godoy Mesquita (UnB-SBM); Jaqueline Siqueira Rocha (UFRJ); Julia Soares da Costa Pixinine Moraes (Graduanda-UFRJ); Juliana Fernandes da Silva (UFRJ); Katrin Grit Gelfert (UFRJ); Kelly Cristina Gonçalves (UFRJ); Luana Neris Santos (Graduanda-UFRJ); Luciana Luna Anna Lomonaco (IMPA); Manuela da Silva Souza (UFBA); Maria Eulália Vares (UFRJ); Maria Fernanda Elbert Guimarães (UFRJ); Maria João Resende (UFF); Maria José Pacífico (UFRJ); Nedir do Espírito Santo (UFRJ); Walcy Santos (UFRJ); Sonia Pinto de Carvalho (UFMG); Stefanella Boatto (UFRJ); Victor Giraldo (UFRJ).
- **Instituição/local:** Universidade Federal do Rio de Janeiro e parceiras
- **Objetivos:** O empoderamento feminino foi pensado, no âmbito do Projeto, como um contraponto em que as representações do feminino desnaturalizam os estereótipos normalizados acerca das aptidões e capacidades intelectuais das mulheres e dos homens. Partindo deste pressuposto, os objetivos deste projeto são: (1) Criar iniciativas que divulguem, valorizem e orientem meninas e mulheres na carreira de pesquisa na área da Matemática; (2) Criar meios de divulgação científica, redes sociais, páginas da web e uma lista de nomes e contatos de pesquisadoras em matemática, para incentivar e facilitar a colaboração entre os pares, o convite destas pesquisadoras para diversas atividades e dar maior visibilidade aos seus trabalhos; (3) Divulgar matérias informativas e eventos relacionados às áreas de pesquisa e ao ensino vinculados ao tema de mulheres nas áreas de Ciências Exatas; (4) Contribuir na organização do evento anual CWinM-Celebrating Women in Mathematics; (5) Realizar oficinas temáticas ancoradas em conceitos matemáticos e filosóficos, de interesse das meninas e mulheres de cursos técnicos, graduação e pós-graduação, trabalhando componentes como o desenvolvimento do pensamento hipotético-dedutivo e da matemática intuitiva e formal; (6) Realizar visitas técnicas buscando a aproximação de perfis profissionais femininos; (7) Buscar um diálogo sociocultural, que envolva todos os gêneros, em busca da desconstrução de estereótipos e comportamentos preconceituosos e de assédio nas áreas de exatas.
- **Público alvo:** Estudantes de todos os gêneros, pesquisadoras(es) da área de exatas e sociedade em geral.
- **Período de execução:** Desde 2019
- **Descrição do projeto:** O projeto Dynamic Women é dedicado às pessoas que sonham com e atuam para uma maior notoriedade da participação feminina nas áreas de exatas. O site http://www.dinamicas.im.ufrj.br/ foi criado por Luciana Salgado, com Karina Marin. O objetivo do site é ser uma ponte entre pessoas interessadas em Matemática e diversidade dentro do ambiente profissional. Em particular, ser uma referência para pesquisadoras e estudantes na área de Sistemas Dinâmicos. Mas, além de uma referência para as Dinamicistas, veio forte a ideia de uma maior interação entre matemáticas de todos os ramos. O sonho é de interligar iniciativas e, assim, fortalecer o movimento por igualdade de gênero nas áreas de exatas. O projeto Dynamic Women surgiu desta ideia. Seu fundamento é reunir pessoas que sonham com e agem para uma maior notoriedade das mulheres e de minorias nas áreas da matemática

e correlatas. Já o evento Celebrating Women in Math (CWinM) tem por objetivo comemorar o dia da mulher na matemática. É um evento com maioria de palestrantes mulheres. Inspirado na iniciativa May12, que corresponde ao aniversário Mariam Mirzakhani, e foi escolhido o Dia Internacional das Mulheres na Matemática, no I Encontro Mundial para Mulheres na Matemática.

- **Público geral:** Todos os interessados no tema, sociedade em geral, estudantes e pesquisadoras(es) de outras instituições, Sociedades Matemáticas (como SBM, SBMAC), Comitês e coletivos de questões de Gênero.
- **Descrição do público preferencial:** Meninas, Mulheres e todas as pessoas interessadas em questões de gênero nas áreas de ciências exatas.

Um Mapeamento Sobre Gênero e Sexualidade Nos Currículos dos Cursos de Licenciatura em Matemática de Instituições Públicas do Estado do Rio de Janeiro

- **Coordenadora:** Renata Arruda Barros
- **Equipe executora:** Ingrid Reis Silva, Kellen Lins Correa
- **Instituição/local:** Instituto Federal do Rio de Janeiro- - Campus Volta Redonda
- **Público alvo:** Licenciandes em matemática
- **Período de execução:** Outubro de 2022 até o presente momento
- **Objetivos e Descrição do projeto:** O objetivo deste trabalho foi mapear como os cursos de Licenciatura em Matemática de instituições públicas do estado do Rio de Janeiro abordam as temáticas de Gêneros e Sexualidades nos seus currículos obrigatórios. Nos baseamos nos referenciais teóricos de Educação Matemática Crítica, onde questionava-se os discursos hegemônicos que colocam as ciências ditas "exatas" num local de neutralidade, no qual as questões históricas, sociais, culturais e políticas não devem se fazer presentes. Sendo assim, entende-se que a formação cidadã de les alunes e a responsabilidade de contribuir para que a escola seja um ambiente de acolhimento e respeito às diferenças é responsabilidade de todes les professories. Dessa forma, destacou-se a importância de que cursos de Licenciatura em Matemática estejam comprometidos com a responsabilidade de formar docentes preparades para tratar as questões de Gêneros e Sexualidades em suas salas de aula. Nossa hipótese de pesquisa inicial era que existem lacunas no que diz respeito ao tratamento da temática de Gêneros e Sexualidades nas aulas de matemática. Sendo assim, o projeto se propôs a fazer um levantamento dos cursos de instituições públicas de licenciatura em matemática do estado do Rio de Janeiro e seus currículos obrigatórios em relação a temática de diversidade sexual e gêneros, com o objetivo de, posteriormente, ampliar esse levantamento levando em conta os cursos de Licenciatura em Matemática de instituições públicas de todo o Brasil. Pretende-se também, futuramente, utilizar os resultados obtidos nesse mapeamento para elaborar a ementa de uma disciplina de Gêneros e Sexualidades na Educação Matemática para ser ofertada no curso de Licenciatura em Matemática do campus Volta Redonda e também como curso de extensão para formação continuada de professories. No levantamento feito ao longo do trabalho sobre os cursos de instituições pública de licenciatura em matemática do estado do Rio de Janeiro, constam 17 cursos ao todo, sendo que, 11 deles não abordam de nenhuma forma o assunto, 3 deles contém na ementa a palavra diversidade de forma ampla, contudo, deixa em aberto o tipo de diversidade que será tratado em aula, 2 faculdades abordam especificamente gêneros e sexualidades como um item dentre outros nas ementas de algumas disciplinas obrigatórias e apenas uma faculdade possui uma disciplina oobrigatória especifica para abordar gêneros e diversidade sexual no seu currículo.

  Concluímos com esse Trabalho que a maioria dos cursos de Licenciatura em Matemática das faculdades públicas do estado do Rio de Janeiro não contemplam o mínimo necessário para a formação do professor em relação ao tema de gêneros e diversidade sexual nas disciplinas obrigatórias. Uma grande parte nem aborda a temática e, nas que abordam, é de forma superficial pois contemplam outras diversas temáticas na mesma disciplina, não possibilitando um maior enfoque na temática de gêneros e diversidade ssexual. Apenas um curso entende necessário ter uma disciplina focada exclusivamente nessa discussão.
- **Redes sociais:** @ppsg.ifrj

Mulheres do Coletivo Ondjango Asili - África e Matemática

- **Coordenadora:** Simone Maria de Moraes
- **Equipe executora:** Simone Moraes, Amanda Guimarães, Iasmin Campos, Jaqueline de Santana e Kelly Brandão
- **Instituição/local:** Universidade Federal da Bahia/Salvador
- **Objetivos:** Promover atividades para o ensino de matemática no contexto da Lei 10.639/03, utilizando jogos e elementos culturais africanos em escolas públicas da Educação Básica do município de Salvador, em atividades extensionistas em aulas de matemática, feiras de ciências, jornadas pedagógicas e oficinas, workshops, etc. Levando conhecimento sobre cultura e ciência de África, apresentando aspectos que estimulem a altivez aos afrodescendentes ou não.
- **Público alvo:** Professores e estudantes da educação básica
- **Período de execução:** Desde 2018
- **Descrição do projeto:** Atividades das mulheres no Coletivo Ondjango Asili, um aquilombamento oriundo do projeto de extensão Jogos Africanos e Matemática da UFBA, que desenvolve atividades para o ensino de matemática utilizando elementos de culturas africanas. Também é um espaço de (re)união, de conversa, de discussão, de troca, de criação de atividades de ensino de matemática, voltando à nossa ancestralidade africana, ao que consideramos ser um princípio iniciador de desenvolvimento.
- **Redes sociais:** @ondjango.asili ; https://ondjangoasili.com/

7 Relatos de Experiência

- **E aí, o que o Projeto Caboclas significou para você?**

  Beatriz Albuquerque Rodrigues

- **Mulheres na História da Matemática**

  Daniela Paulo dos Santos

- **Relato sobre o projeto MaEs das Gurias: criação de uma rede de apoio**

  Josiane Konradt e Lisandra Sauer

- **Quem é o vilão?**

  Manuela Longoni de Castro

- **Projeto A Matemática Transformando Vidas/ Polo Olímpico de Treinamento Intensivo Voluntário – POTI**

  Maria Aparecida de Souza Mendes

- **Mulheres na Ciência**

  Maria de Fátima Lima de Araújo