O NASCIMENTO DA NOÇÃO DE EQUAÇÃO NOS PRIMÓRDIOS DA CIVILIZAÇÃO

José Edmilson Melo da Silva[1] **- edmilsonmelo15152121@gmail.com**
Aldo Trajano Lourêdo[1] **- aldoloured o@gmail.com**

[1]Universidade Estadual da Paraiba, Centro de Ciências e Tecnologia - Campina Grande, PB, Brasil

Resumo: *Este trabalho apresenta os resultados e discussões de uma pesquisa bibliográfica focada na História da Matemática e foi desenvolvida com o objetivo de investigar como surgiram e eram tratadas as equações nos primórdios da civilização humana, em especial as equações de 1º e 2º grau. Para tanto, foram analisados livros e trabalhos acadêmicos, nos quais pudemos evidenciar que essas equações já se faziam presentes nas culturas egípcia e babilônica, sendo oriundas de problemas cotidianos envolvendo o comércio, agricultura, engenharia e economia e eram resolvidas de forma intuitiva sem o uso de simbolismos algébricos, embora com notáveis técnicas para uma época tão remota, em especial por parte dos babilônios.*
Palavras-chave*: Equação; História; Matemática.*

1. Introdução

As equações constituem uma parte muito importante da matemática escolar e acadêmica e é amplamente aplicada no cotidiano e nas mais variadas ciências. Diante de sua relevância, o presente texto discute os resultados extraídos de uma pesquisa de dissertação, cujo objetivo inclui investigar o surgimento das equações e seu desenvolvimento desde os primórdios da civilização.

O texto em questão apresenta-se de forma bastante sucinta, destacando alguns aspectos interessantes sobre as culturas egípcia e babilônica para, a partir deles, contextualizar os trabalhos desenvolvidos por esses povos sobre a noção de equação que, em geral, chama mais a atenção no que diz respeito as equações de 1º e 2º grau.

Ainda, para que compreendamos melhor como as equações eram tratadas, destacamos alguns métodos de resolução um tanto curiosos e que até certo ponto possam ser desconhecidos ao leitor, como o método da "falsa posição"para equações lineares e um método similar ao de substituição numa fórmula, para as equações quadráticas. A partir daí, encontramos subsídios para discutir os contextos que levaram ao surgimento e desenvolvimento da noção de equação, bem como para compreendermos as formas de tratamento que as equações recebiam.

2. Metodologia

Em nossa pesquisa de dissertação, realizamos um amplo estudo a cerca do conceito de equação a partir da teoria dos Multisignificados de Equação, esta que pode ser evidenciada em (RIBEIRO; CURY, 2015). Nesse contexto, o presente texto contempla parte de nossa abordagem inicial, caracterizando-se como uma pesquisa de natureza qualitativa, que foi desenvolvida a partir de uma revisão da literatura. Para tanto, foram selecionados e analisados livros e trabalhos acadêmicos que tratam de História da Matemática. Como critério para a seleção dessas referências, foram consideradas a relevância das mesmas nas pesquisas analisadas que discutem a teoria referida acima e sua pertinência com o estudo das antigas civilizações babilônica e egípcia, isso porque em uma primeira análise, verificamos que os relatos históricos já contemplam registros de tratos com equações de vários tipos a partir de civilizações bastante remotas, destacando as duas que citamos.

Durante a pesquisa, buscamos investigar os vestígios do que seriam os primeiros tratos com equações que se tem registros. A fim de alcançar nosso objetivo, concentramos nossas investigações a cerca dos registros históricos do trato com equações nessas duas civilizações, além de um estudo a cerca da cultura e das atividades desenvolvidas por esses povos, para, assim, não só entender como as equações eram vistas e tratadas, mas compreender, dentro do contexto local da época, o que motivou o nascimento e o desenvolvimento dessa noção tão importante.

Por fim, organizamos os registros coletados de forma bastante resumida, com o intuito de sermos sucintos em nossa abordagem, destacando apenas os pontos mais essenciais nas nossas discussões.

3. Resultado e discussão

Nos primórdios da civilização humana, a necessidade natural de contagem certamente levou o homem a dar os primeiros passos na criação do que hoje chamamos de matemática. Assim sendo, a ideia de contagem passa a se dar no momento em que o homem torna-se capaz de comparar dois conjuntos de objetos, estabelecendo entre eles uma correspondência um a um. Para tanto, era comum o uso de pedras, riscos e até mesmo dos dedos da mão, o que pode ter levado a adoção de um sistema de numeração decimal, como temos hoje. (MOL, 2013).

Paralelamente ao desenvolvimento do homem em sociedade, crescia a necessidade pelo domínio de novos conhecimentos e técnicas que pudessem aperfeiçoar as suas atividades cotidianas. Assim, a matemática passa a ser explorada nas mais variadas situações, tais como o comércio, a agricultura, a engenharia e a economia. Tal exploração levou ao nascimento e desenvolvimento de uma noção matemática muito importante, a equação.

Para investigar as equações, vamos iniciar analisando um pouco sobre os babilônios, um conjunto de povos que viveram entre 3500 a.C. até os primeiros séculos da era cristã na região da antiga Mesopotâmia. Sua matemática era bastante desconhecida, até que um conjunto numeroso de tábuas de argila foram encontradas em expedições arqueológicas do final do século XIX e revelaram muito sobre as atividades desses povos e sua matemática.

Com um sistema de numeração posicional de base 60, os babilônios escreveram tábuas com registros comerciais, que contemplavam operações aritméticas e cálculos de juros simples e compostos (MOL, 2013). Na geometria, já dominavam, por volta de 2000 a.C., métodos para cálculos de áreas e volumes. Porém, é na álgebra que esses povos chamam a atenção. Isso porque, sua geometria era predominantemente algébrica, sendo estes classificados como "*mais fortes em Álgebra do que em Geometria*" (EVES, 2004, p. 63).

Os babilônios daquele remoto período não dispunham de uma álgebra abstrata e simbólica como hoje, os registros encontrados desse campo matemático mostram que os mesmos costumavam tratar de equações de diversos tipos, porém de uma forma intuitiva, explorando o passo a passo de suas resoluções. Nesse contexto, além de equações do 1º grau, "*não só resolviam equações quadráticas, (...) como também se discutiam algumas cúbicas (grau três) e algumas biquadradas (grau quatro)*" (EVES, 2004, p. 61-62).

No que diz respeito as equações do 2º grau, esses povos abstraiam as mesmas de situações cotidianas. Por exemplo, em algumas tábuas, as equações do 2º grau aparecem na cultura babilônica a partir de sistemas de equações provenientes de problemas práticos, como:

$$a + b = r \text{ e } a \cdot b = s.$$

Este tipo de sistema pode sugerir que os babilônios estudavam a relação entre perímetro (ou semiperímetro) e área de terrenos retangulares. Cabe destacarmos que os mesmos não representavam as equações da forma como fizemos acima, apenas os expressavam por extenso.

Na buscar por solucionar tais equações , um fato que chama a atenção para esses povos é o uso de um método similar ao de substituição numa fórmula geral. Para ilustrar o método citado acima, considere o problema: "Adicionei $\frac{4}{3}$ do lado de um quadrado ao triplo de sua área, obtendo $\frac{20}{9}$. Determinar o lado do quadrado". Para os babilônios, resolver um problema como esse, cuja equação modeladora do problema pode ser dada por $ax^2 + bx = k \Leftrightarrow 3x^2 + \frac{4}{3}x = \frac{20}{9}$, se daria através do escriba escrevendo passo a passo as seguintes operações:

Considere $\frac{4}{3}$.

Multiplique 3 por $\frac{20}{9}$, obtendo $\frac{60}{9}$.

Divida $\frac{4}{3}$ em duas partes, resultando em $\frac{2}{3}$.

Multiplique $\frac{2}{3}$ por $\frac{2}{3}$, o que equivale a $\frac{4}{9}$.

Some $\frac{4}{9}$ a $\frac{60}{9}$, totalizando $\frac{64}{9}$.

Isso é o quadrado de $\frac{8}{3}$.

Subtraia $\frac{2}{3}$ de $\frac{8}{3}$, que resulta em $\frac{6}{3} = 2$.

Faça o quociente de 2 por 3, obtendo $\frac{2}{3}$, que é lado do quadrado.

Observe que os passos acima equivalem, em uma linguagem algébrica, aos seguintes passos:

Considere b.

Multiplique a por k, obtendo ak.

Divida b em duas partes, obtendo $\frac{b}{2}$.

Multiplique $\frac{b}{2}$ por $\frac{b}{2}$, obtendo $\frac{b^2}{4}$.

Some $\frac{b^2}{4}$ com ak, resultando $\left(\frac{b}{2}\right)^2 + ak$.

Isso é o quadrado de $\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + ak}$.

Subtraia $\frac{b}{2}$ do valor anterior, temos $\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + ak} - \frac{b}{2}$.

Faça o quociente do valor encontrado por a, logo temos:$\frac{1}{a}\left(\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + ak} - \frac{b}{2}\right)$, que é lado procurado do quadrado.

Para analisarmos a solução babilônica, considere uma equação do 2º grau, dada por $ax^2 + bx = k$, com $a \neq 0$ e $k = -c$ positivos e note que uma solução positiva para a equação pode ser dada por:

$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b + \sqrt{b^2 + 4ak}}{2a} = \frac{1}{a}\left(\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + ak} - \frac{b}{2}\right) \tag{1}$$

Percebe-se, então, que o método dos babilônios é equivalente a substituição dos coeficientes da equação na fórmula (1). Esse fato nos mostra que os babilônios tinham conhecimento da fórmula de Bháskara, pelo menos para soluções positivas. Esse destaque da solução positiva não ocorre por acaso, visto que os problemas dos babilônios eram oriundos de situações cotidianas, na grande maioria advindos de uma geometria algébrica onde a solução representava alguma medida de comprimento, área ou volume, não fazendo sentido uma solução negativa.

Outro método utilizado pelos babilônios na resolução de suas equações do 2º grau era o método de completar quadrados, que por ser mais conhecido não detalharemos neste texto. Além disso, em uma de suas tábuas aparece uma equação da forma $ax^2 + bx = k$ que é multiplicada por a, obtendo-se $(ax)^2 + axb = ak$, que é resolvida para a incógnita ax. Tal feito é reconhecido como o que seria *"seguramente um dos primeiros casos registrados de uma mudança de variáveis!"* (PITOMBEIRA, 2004, p. 4).

Assim, evidenciamos que embora os babilônios tenham discutido equações de vários tipos, do 1º grau, do 2º grau, algumas cúbicas e biquadradas, estes adotavam de uma abordagem bem pragmática, sem uso de simbologia algébrica e como seus problemas partiam do cotidiano, os mesmos resolviam as equações apenas considerando encontrar uma solução positiva para a equação. Tal tratamento dado as equações aponta para uma abordagem um tanto aritmética nas suas resoluções.

A fim de compreendermos um pouco mais sobre o surgimento das equações e seu desenvolvimento , vamos nos debruçar agora a analisar algumas contribuições do povo egípcio que, assim como os babilônios, também precisaram desenvolver uma certa familiaridade com a noção de equação.

As principais atividades dos egípcios que exigiam forte uso da matemática surgiram de problemas envolvendo pão, cerveja, balanceamento de rações e armazenamento de alimentos. A presença dessas e outras atividades dos egípcios ficaram evidenciadas a partir de seus escritos, feitos geralmente em papiros. Infelizmente, a má conservação de inúmeros papiros pode ter guardado em segredo importantes registros de sua matemática e de seus trabalhos com álgebra e equações.

Os famosos papiros de Rhind (1650 a.C.) e de Moscou (1850 a.C.), que juntos abordam 110 problemas matemáticos são considerados os dois mais importantes para o entendimento do conhecimento matemático da época. Nestes e em demais papiros são abordados vários tipos de situações matemáticas, incluindo problemas razoavelmente simples e que *"não iam além de equações lineares com uma incógnita"*. Esses problemas eram comumente resolvidos pelo método da falsa-posição (RIBEIRO; CURY, 2015, p. 30)

Para ilustrarmos o método, considere que queremos solucionar a equação $ax = b$. Tomamos arbitrariamente $x_0 \neq 0$ e chamamos ax_0 de b_0. Considere $ax_0 = b_0$ e note que para tornar o segundo membro dessa última igualdade igual a b podemos multiplicar ambos os membros por $b/b_0, b_0 \neq 0$, então:

$$ax_0 \cdot \left(\frac{b}{b_0}\right) = b_0 \cdot \left(\frac{b}{b_0}\right)$$

logo,

$$a \cdot \left(x_0 \cdot \frac{b}{b_0}\right) = b.$$

Assim,

$$x = x_0 \cdot \frac{b}{b_0}.$$

Vamos, então, resolver a equação $3x - \frac{x}{2} = 15$ por esse método.
Tome, por exemplo, $x_0 = 2.$ e note que

$$3 \cdot 2 - \frac{2}{2} = 5.$$

Para obter 15 no $2^{\underline{o}}$ membro, precisamos multiplicar a igualdade acima por 3, daí:

$$(3 \cdot 2) \cdot 3 - \left(\frac{2}{2}\right) \cdot 3 = 5 \cdot 3,$$

ou seja,

$$3 \cdot (2 \cdot 3) - \frac{2 \cdot 3}{2} = 15$$

logo,

$$3 \cdot 6 - \frac{6}{2} = 15.$$

Assim,

$$x = 6.$$

No trato com as equações do 2º grau, os registros egípcios não chegam a evidenciar uma contribuição tão significativa quanto os babilônios. Em geral, surgem alguns sistemas que levam a equações quadráticas, assim como nos registros babilônicos e alguns problemas com situações que remetem a equações simples, como: *"calcular a base de um retângulo cuja altura l é igual a* $\frac{3}{4}$ *de sua base e cuja área é igual a 12"* (PITOMBEIRA, 2004, p. 2).

Nesse contexto, destacamos que, em suas resoluções, os egípcios também costumavam descrever por extenso o passo a passo de cada processo de resolução dos problemas até chegar na solução. Além disso, embora não tivessem desenvolvido um simbolismo algébrico, já se encontravam vestígios de uma simbologia em formação, pois adotavam sinais *"para mais ou menos, para igual e para a incógnita"*, como aponta (SILVA, 2020, p. 17).

4. Considerações Finais

Em suma, evidenciamos que a noção de equação surge no panorama da civilização humana a partir da necessidade de desenvolvimento de suas atividades cotidianas, como melhoria da agricultura, cálculos econômicos e comerciais e para a aplicação na engenharia. Destacando-se por sua álgebra retórica bem desenvolvida, os babilônios extraiam as equações de situações cotidianas, tal qual faziam os egípcios, famosos por seus feitos surpreendentes na geometria de suas grandes pirâmides.

Ambas civilizações abordavam as equações em problemas práticos, levando suas resoluções para um campo aritmético bem fundamentado, no qual a resolução seguia uma sequência de passos lógicos ditados ou registrados por extenso, assim como fizeram os escribas, permitindo que hoje pudéssemos desfrutar de tal conhecimento. E assim, esses povos deixaram uma incontável contribuição à matemática que mais tarde viria a tomar novos rumos com os trabalhos dos gregos, dos hindus, dos árabes e, por fim, dos europeus, em especial da época do renascimento em diante, na qual a noção de equação vai ganhando uma nova roupagem e sendo estudada sob uma ótica cada vez mais estrutural e abstrata.

Referências

EVES, H. *Introdução à História da Matemática*. Campinas: Editora da Unicamp, 2004. Citado na página 2.

MOL, R. S. *Introdução à história da matemática*. Belo Horizonte: CAED UFMG, 2013. Citado na página 2.

PITOMBEIRA, J. B. Revisitando uma velha conhecida. *Conferência da II Bienal da SBM*, Conferências, p. 1–38, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 3 e 5.

RIBEIRO, A. J.; CURY, H. N. *Álgebra para a formação do professor: explorando os conceitos de equação e de função*. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 1 e 4.

SILVA, J. E. M. *Investigando a Noção de Equação: perspectivas histórico-epistemológicas, pedagógicas e análise de livro didático*. Veranópolis: Diálogo Freiriano, 2020. Citado na página 5.