



## CÁLCULO DE ÁREA: DA HISTÓRIA À PRÁTICA DIDÁTICA

Me. Edvenilson Venâncio Dantas Farias<sup>1</sup> - edvenilsonfarias@gmail.com  
Dr. Romildo Nascimento de Lima<sup>2</sup> - romildo@mat.ufcg.edu.br

<sup>1</sup>Universidade Federal de Campina Grande, Unidade Acadêmica de Matemática - Campina Grande, PB, Brasil

<sup>2</sup>Universidade Federal de Campina Grande, Unidade Acadêmica de Matemática - Campina Grande, PB, Brasil

**Resumo:** Neste trabalho, apresentaremos como o conceito de Área e o Cálculo de Área surgiu e se desenvolveu ao longo da história, destacando os principais personagens que contribuíram para o seu desenvolvimento e compreensão. Por fim, apresentaremos propostas de atividades que melhorem o processo de Ensino e Aprendizagem desse conceito dos alunos do Ensino Básico, usando como ferramenta motivadora a História da Matemática e como ferramenta pedagógica auxiliar os materiais concretos.

**Palavras-chave:** Área; Cálculo de Área; Ensino e Aprendizagem.

### 1. Introdução

O estudo sobre o Cálculo de Áreas faz parte da área da Matemática conhecida como Geometria, que é extremamente importante para o desenvolvimento da Matemática de uma forma mais geral.

Como forma de abordar e compreender de maneira adequada o conceito de Área e seu cálculo, e assim apresentar uma forma de adquirir habilidades necessárias para o prosseguimento da vida acadêmica dos nossos discentes, faz-se necessário um resgate histórico sobre o Cálculo de Áreas, sempre levando em conta os documentos que sobreviveram ao longo da história e assim chegando até nós.

Por fim, com o intuito de contribuir no processo de Ensino e Aprendizagem dos nossos discentes do Ensino Básico, faremos algumas propostas de atividades para uma melhor difusão do ensino do Cálculo de Áreas.

Nessas propostas apresentaremos as atividades levando em consideração algumas metodologias, não só a aula expositiva, mas trazer algo que atraia ainda mais a atenção dos discentes e assim fazer a aula mais produtiva para docentes e discentes.

#### 1.1 Objetivos

##### 1.1.1 Objetivo Geral

Nosso trabalho tem como objetivo geral contribuir com processo de ensino-aprendizagem, fazendo uma análise histórica sobre o Cálculo de Áreas e fazendo sugestões de atividades para melhorar o processo já existente.

##### 1.1.2 Objetivos Específicos

- Realizar o levantamento histórico do Cálculo de Áreas;
- Apresentar a História da Matemática como ferramenta didática que pode contribuir com a prática docente do professor no que faz relação com o Cálculo de Área.
- Colaborar com o processo ensino-aprendizagem da Matemática relativo ao Cálculo de Área de figuras planas.

### 2. Contextualização Histórica

Desde os primórdios da humanidade, a natureza nos apresentava uma quantidade variada de formas geométricas; e com o passar dos anos, algumas mentes brilhantes vem desenvolvendo ou aperfeiçoando técnicas ou métodos para uma melhor compreensão de tais formas. Mas de acordo com os fatos, quando a matemática começou a existir? E a geometria? Boyer (1974) nos dá uma boa resposta para essas perguntas: “Afirmarções sobre as origens da matemática, seja da aritmética seja da geometria, são necessariamente arriscadas, pois os primórdios



do assunto são mais antigos que a arte de escrever. (BOYER, 1974, p. 4)” Como Carl Boyer nos apresenta, não temos certeza de quando começou a matemática como um todo, nem tão pouco a geometria, por falta de registros, mas conseguimos fazer uma construção histórica, seguindo os documentos que sobreviveram até os dias atuais.

## 2.1 Egito Antigo

Os escritores de livros da história da matemática, Boyer (1974) e Carvalho e Roque (2019), nos relatam um possível começo para a geometria, usando como base os historiadores Heródoto e Aristóteles, claro que não vamos afirmar que essa é a verdadeira origem, mas é a que temos registro para declararmos, pois eles “não quiseram se arriscar a propor origens mais antigas que a civilização egípcia, mas é claro que a geometria que tinham em mente tinha raízes mais antigas.” (BOYER, 1974, p. 4)

Por um lado, Heródoto defendia que a Geometria se originou no Egito, pois acreditava que tinha surgido da necessidade de remarcar as terras no vale do rio, a cada inundação dele. Como deixa claro em uma das suas obras: “o rei Sésotris enviava pessoas para inspecionar o terreno e medir a diminuição dos mesmos para atribuir ao homem uma redução proporcional de impostos. Aí está, creio eu, a origem da geometria.” (HERÓDOTO, *Oeuvres complètes* II 109, p. 183, apud CARVALHO, ROQUE, 2019, p. 60). Por outro lado, Aristóteles defendia que a origem da Geometria era remetida ao Egito, pois ele falava que no Egito existia uma classe sacerdotal com lares e ela conduzia o estudo da Geometria, como deixa claro em uma das suas obras: “[...] em lugares nos quais as pessoas dispunham de lazer. Esta é a razão de a Matemática ter sido surgida primeiro no Egito; pois aí a casta dos sacerdotes tinha permissão para desfrutar de lazer.” (ARISTÓTELES, *Metafísica*, 981<sup>b</sup> 20-25, apud CARVALHO, ROQUE)

Muito provável que o episódio relatado por Heródoto é o que melhor explica a origem da palavra Geometria, que é derivada do grego geo = terra + metria = medida, que pode ser traduzida em medição de terra.

Analisando os documentos que sobreviveram até os dias atuais, que são provenientes do Antigo Egito, encontramos os Papiros Rhind (ou Ahmes) e o Papiro Moscou (ou Golonishev), que juntos formam uma lista com 110 problemas, que nos trazem uma noção de como era a Geometria e a Aritmética naquela civilização. Dessa lista de 110 problemas dos dois papiros, temos que 26 são geométricos. Na sua maioria, esses problemas provêm de fórmulas de medição conveniente para calcular áreas e volumes de celeiros. De acordo com os autores Santos e Veiga (2002) o papiro Rhind não tem 85 problemas e sim 87, assim como tabelas em que se expressam todas as frações de numerador 2 e denominador  $n$  tal que  $n$  é ímpar e está entre 5 e 101, e a tabela de decomposição de  $\frac{n}{10}$ , com  $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ , como soma de frações unitárias. Ainda segundo os autores, podemos apresentar a lista com os problemas do Papiro de Rhind voltados ao Cálculo de Área:

- Problemas de 48 a 53 - Áreas de triângulos, retângulos, trapézios e círculos.
  - **Problema 48:** Compara a área do círculo com a de um quadrado circunscrito.
  - **Problema 49:** Área de um retângulo de 10 jet de comprimento e 1 jet de largura.
  - **Problema 50:** Um campo circular tem 9 jet de diâmetro. Qual é a sua área?
  - **Problema 51:** Qual é a área de um triângulo de lado 10 jet e base 4 jet?
  - **Problema 52:** Qual é a área de um triângulo truncado de 20 jet de lado, 6 jet de base e 4 jet de linha de secção?
- Problemas 54 e 55 - Divisão relacionada com área.

Com isso, podemos concluir, que os matemáticos do Egito Antigo, conheciam e praticavam o Cálculo de Área, mas, sem preocupação de generalizações de fórmulas, e sim preocupações de resolver problemas práticos do cotidiano.

## 2.2 Babilônia

Saindo do Antigo Egito e indo para a Babilônia, temos que a geometria babilônica está bastante relacionada com a mensuração prática. Segundo Eves (2011) já foram encontradas cerca de quinhentos mil tábulas (ou também chamada de tablete) na região da Mesopotâmia, das quais cerca de 400 são estritamente matemáticas,



onde nos apresentam listas de problemas matemáticos; com essas tábulas, temos um bom número de exemplos concretos que nos fazem interpretar que os babilônicos do período 2000 a.C. a 1600 a.C. estavam “familiarizados com as regras gerais para calcular área de retângulo, da área do triângulo retângulo e do triângulo isósceles (e talvez da área de um triângulo genérico), da área de um trapézio retângulo” (EVES, 2011, p. 60).

Os registros babilônicos que chegaram até os dias atuais foram feitos nesses tabletas, na qual eram produzidos de argila. De acordo com Carvalho e Roque (2019) temos um exemplo prático do uso de Cálculo de Áreas, utilizada para o cálculo de raiz quadrada, pois eles trazem que “o exemplo mais conhecido de cálculo de raízes quadradas pelos babilônicos encontra-se no tablete YBC 7289, produzido entre 2000 e 1600 a.E.C.” (CARVALHO; ROQUE, 2019, p. 19). O tablete YBC 7289 mostra uma aproximação para o que conhecemos atualmente como  $\sqrt{2}$ . Eles ainda nos trazem que para calcular a raiz quadrada de um número qualquer  $k$ , os babilônicos encontram o lado de um quadrado de área  $k$ , mostrando assim o domínio sobre o Cálculo de Área do quadrado.

### 2.3 Grécia Antiga

Saindo da Babilônia e indo um pouco mais à frente na história, chegamos a Grécia antiga, na qual podemos dividir essa parte da história em alguns momentos, como: Momento antes de Euclides, que vai falar de Tales de Mileto e também dos pitagóricos e suas contribuições, entre outros, o Momento de Euclides, onde temos grandes e ricas contribuições dos mesmos, como a elaboração dos livros chamados de “Os Elementos”; temos também o Momento de Arquimedes na história grega, que é considerado por alguns como o maior matemático da Antiguidade.

### 2.4 Matemáticos da Era Moderna

As obra de Apolônio, em especial, inspirou alguns matemáticos anos depois, como foi o caso de Pierre de Fermat (1601-1665). Fermat e outros, como René Descartes (1596-1650), G. W. Leibniz (1646-1716), Isaac Newton (1643-1727), Bonaventura Cavalieri (1598-1647), Blaise Pascal (1623 – 1662) entre outros, tiveram grande contribuições no avanço da Matemática, principalmente na Geometria, e no que conhecemos hoje por Cálculo Diferencial e Integral. O início do século XVII foi configurado por esforços de diversos desses matemáticos para recuperar as obras gregas que tinham se perdido ao longo dos anos. Durante esse período vimos que Descartes redefiniu a exatidão dos procedimentos empregados em Geometria, pois ele ao contrário de construções geométricas, ele usava técnicas algébricas na definição de curvas, estabelecidas como objeto central da Geometria. A segunda metade do século XVII explorará os efeitos desta mudança e o trabalho com curvas, servirá de incentivo para o desenvolvimento dos métodos infinitesimais.

## 3. Propostas de Atividades

Nesta seção, apresentaremos uma proposta de atividade com o intuito de ser aplicada em sala de aula para ajudar a desenvolver as habilidades e competências, sobre os conceitos alvo do nosso trabalho, as referidas habilidades e competências estão apresentadas na BNCC.

### 3.1 Atividade: Habilidades EF07MA31 e EF07MA32 (BRASIL, 2018, p. 309)

#### 3.1.1 Objetivos

- Retomar o Conceito de Área;
- Compreender o conceito de equivalência de Áreas;
- Decompor regiões planas em regiões mais simples para facilitar o cálculo da medida de Área da região original;

#### 3.1.2 Metodologia

Os exercícios aqui propostos, devem ser utilizados também como uma forma de verificação se os discentes conseguiram alcançar as habilidade e competências dessa etapa do ensino. Sugerimos o vídeo “A História da



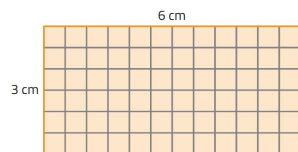
Matemática - O Início”<sup>1</sup>, para começar a introdução do conteúdo, não só de Áreas, mas de todos os conteúdos, pois ele mostra de uma forma bem criativa, como podemos conseguir a atenção dos discentes que estão dispersos e/ou não gostam da disciplina, pois trabalha com uma viagem no tempo, mostrando vários momentos históricos importantes para o desenvolvimento da matemática e do mundo de uma forma geral. Assim podemos dar asas a imaginação fértil que nossas crianças e adolescentes tem, gerando curiosidades e interesse neles, em descobrir qual o próximo conteúdo a ser visto, e tentar imaginar como ele começou a ser usado ou criado. Em seguida a apresentação do vídeo, o professor segue com a introdução do conteúdo, e após fazer os exemplos e exercícios propostos no livro didático, o docente utilizará os exercícios propostos na Seção 3.2 como forma de complemento e/ou verificação das habilidades e competência.

Outra forma de ajudar nossos discentes na obtenção dessas habilidades é usando o material manipulável, no caso da Habilidade EF07MA32 (BRASIL, 2018, p. 309), que trata de comparações entre figuras, podemos usar o Tangram<sup>2</sup>, pois a partir dele podemos construir regiões planas diferentes com mesma medida de Área, e assim ajudando aos nossos discentes a entender melhor as comparações entre Área, a transformar várias figuras em triângulos e quadrados, etc.

### 3.2 Exercícios

Questão 2.1 – (Adaptada de Dante (2019)) Observe esta região retangular que tem medida de Área de  $18\text{cm}^2$ .

Figura 1: Questão 2.1



Fonte: (DANTE, 2019)

- Usando apenas números naturais para as medidas de comprimento dos lados, em centímetros, escreva quantas e quais regiões retangulares podem ser construídas usando decomposições da figura acima?
- Desenhe uma delas em papel quadriculado.
- Calcule a nova Área dessa figura desenhada no item b.
- O que podemos concluir com relação as demais regiões retangulares pensadas no item a, no que se refere ao Cálculo de Áreas.
- Exiba uma possível fórmula para obtenção das demais Áreas expressas no item a, justificando o seu processo.

Questão 2.2 – (OBMEP, 2019) O quadrado apresentado na Figura 2 está dividido em nove quadradinhos iguais. A área pintada de vermelho mede  $6\text{cm}^2$ . Quanto mede a área pintada de azul?

Questão 2.3 – (OBMEP, 2017) A área pintada de azul da Figura 3 é igual à soma das áreas de quantos quadradinhos do quadriculado?

Questão 2.4 - (Adaptado de Dante (2019)) Usando o Tangram, encontre e/ou verifique o que se pede:

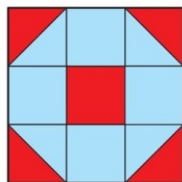
- Identifique a região plana triangular menor. Ela é a peça do tangram com a menor medida de Área. Indique a medida de Área de cada peça utilizando a região plana triangular menor como unidade de medida de Área.
  - Região plana quadrada
  - Região triangular média
  - Região plana delimitada por um paralelogramo
- Realize a comparação entre as medidas de Área das 3 regiões encontradas no item anterior. Elas tem formas diferentes, mas existe alguma característica comum as três? Justifique sua resposta.
- Usando as peças do tangram, montem 2 regiões planas diferentes, ambas com medida de Área de 3 unidades.

<sup>1</sup>Disponível de forma gratuita no Youtube, através do link: [https://youtu.be/xxM\\_acVc5-0](https://youtu.be/xxM_acVc5-0)

<sup>2</sup>Na internet, encontramos vários vídeos mostrando de forma prática como construir um Tangram, sugerimos o vídeo “Como fazer um Tangram em casa?” da página do Youtube Museu da Vida/Fiocruz, que está disponível de forma gratuita, através do link: <https://youtu.be/7mtf0NVWPFU>

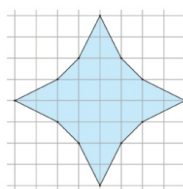
Para a realização da Questão 2.1, podemos mostrar aos alunos um caminho para obtenção de uma fórmula ou expressão geral para o Cálculo de Área do retângulo, cumprindo assim o que apresenta a Habilidade EF07MA31, pois montamos o caminho para o próprio discente fazer as comparações de Áreas usando a mesma quantidade de quadrados ou unidades padrões, concluindo que eles percebam que essas Áreas podem ser encontradas multiplicando a quantidade de quadradinhos da largura pela a quantidade da altura. Já para a Questão 2.2, apresentamos um caminho para decompor uma figura qualquer em quadriláteros e/ou triângulos, mostrando que a Área é mesma ao decompor a figura, que segue o mesmo processo na Questão 2.3, mas dessa vez não realizamos a decomposição antes, eles próprios que irão realizar para com isso chegar a conclusão se eles alcançaram a Habilidade EF07MA32; A Questão 2.4 vem para finalizar a atividade, mostrando, de forma lúdica, algumas formas de encontrar ou decompor Áreas de figuras diferentes.

Figura 2: Questão 2.2



Fonte: (OBMEP, 2019)

Figura 3: Questão 2.3



Fonte: (OBMEP, 2017)

#### 4. Conclusões

Diante do exposto, apresentamos uma análise da versão histórica do surgimento do Cálculo de Área proveniente da necessidade humana. Também apresentamos uma proposta didática baseada nas orientações didáticas da BNCC. Ressaltamos ainda, que na dissertação (FARIAS, 2021) apresentamos em detalhes esses materiais, como também diversos exemplos de outros exercícios que podem ser utilizados em sala de aula.

#### Referências

- BOYER, C. B. *História da Matemática*. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1974. Citado 2 vezes nas páginas 1 e 2.
- BRASIL. *Base Nacional Curricular Comum*. [S.l.]: MEC/SEB, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 3 e 4.
- CARVALHO, J. B. P. de; ROQUE, T. *Tópicos de História da Matemática*. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2019. Citado 2 vezes nas páginas 2 e 3.
- DANTE, L. R. *Teláris Matemática, 7º: Ensino Fundamental, Anos finais*. São Paulo: Editora Ática, 2019. Citado na página 4.
- EVES, H. *Introdução à História da Matemática*. Tradução: Hygino H. Domingues. 5ª Ed. Campinas: Editora Unicamp, 2011. Citado 2 vezes nas páginas 2 e 3.
- FARIAS, E. V. D. *Cálculo de Área: Da História à Prática Didática*. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT): Universidade Federal de Campina Grande. Campina Grande, p. 114, 2021. Citado na página 5.
- OBMEP. *Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e Privadas*. IMPA, 2017. Disponível em: <http://www.enem.inep.gov.br/>. Acesso em: 20 jun 2021. Citado 2 vezes nas páginas 4 e 5.
- OBMEP. *Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e Privadas*. IMPA, 2019. Disponível em: <http://www.enem.inep.gov.br/>. Acesso em: 20 jun 2021. Citado 2 vezes nas páginas 4 e 5.
- SANTOS, R.; VEIGA, A. *Papiro de Rhind (2002)*. Site: Olga Pombo, 2002. Citado na página 2.