



AS CONCEPÇÕES DE EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU NO EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO

José Edmilson Melo da Silva¹ - edmilsonmelo15152121@gmail.com

Aldo Trajano Lourêdo² - aldolouredo@gmail.com

¹Secretaria Estadual de Educação de Pernambuco - São Joaquim do Monte, PE, Brasil

²Universidade Estadual da Paraíba - Campina Grande, PB, Brasil

Resumo: Este trabalho é fruto de uma dissertação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Estadual da Paraíba. Motivado pelos problemas e dificuldades que permeiam as práticas pedagógicas no ensino de equação, nossa pesquisa teve o objetivo de investigar como a noção de equação do segundo grau é concebida na educação básica a partir de suas diferentes concepções. Após uma revisão da literatura envolvendo história da matemática, livros didáticos e diversas pesquisas no campo do ensino de matemática, nos debruçamos a analisar como as concepções de equação se fazem presentes nas últimas 10 edições do Exame Nacional do Ensino Médio. Os resultados obtidos mostraram como os trabalhos com equação do segundo grau vêm articulando tais concepções no ENEM, além disso, pudemos fazer algumas considerações importantes a medida que estabelecemos um diálogo dos nossos resultados com outras pesquisas na área.

Palavras-chave: Concepções; Ensino; Equação.

1. Introdução

A matemática está enraizada na natureza do homem e vem sendo utilizada e aperfeiçoada desde os primórdios da civilização. A contagem, por exemplo, se evidencia a partir do momento em que o homem torna-se capaz de comparar dois conjuntos de objetos ou seres estabelecendo entre eles uma correspondência um a um. Não dispondo, por exemplo, de recursos linguísticos ou de escrita para estabelecer a contagem, esta era feita na antiguidade com o uso de pedras, riscos ou mesmo dos dedos da mão, o que, de acordo com Mol (2013), provavelmente levou a adoção do sistema de numeração decimal, o qual adotamos até hoje.

Ao passar a viver em sociedade e deixar de lado suas características nômades, o homem passa cada vez mais a desenvolver a matemática em prol de sua evolução. Aplicada as atividades de agricultura, comércio e engenharia, a matemática torna-se cada vez mais generalista e abstrata, dando origem, então, à noção de equação, que passa a permear por vários campos e se tornar indispensável na matemática. A respeito disso, o livro *O Romance das Equações Algébricas* destaca que “as equações (...) constituem, pelo menos do ponto de vista prático, a parte mais importante da Matemática”. (GARBI, 2010, p. 1).

A priori, as equações surgem em um cenário bastante primitivo, sendo dotada de uma álgebra retórica. Nesse momento, babilônios e egípcios antigos utilizam tal noção matemática na resolução de seus problemas, aplicando-as nas suas práticas cotidianas. De acordo com Eves (2004), essas equações eram apresentadas sem o uso de uma simbologia algébrica e a sua resolução era enunciada por extenso em frases do tipo “faça isso” ou “faça aquilo”, destacando o passo a passo de operações aritméticas necessárias para a sua resolução.

A partir dos gregos antigos, as equações passam a ser vistas sob uma ótica mais abstrata, suas resoluções passam a ser incorporadas de demonstrações e justificativas lógicas. Árabes e hindus também passaram a fazer o uso de uma álgebra mais generalista, explorando as equações não apenas em casos particulares, mas como entes gerais, adotando, inclusive, uma álgebra mais abstrata. Assim, o estudo dessa noção matemática passa a ser explorado de forma cada vez mais abstrata, como fazem os europeus da época do Renascimento em diante, na qual as equações passam a ser manipuladas não apenas buscando investigar suas soluções, mas no estudo de suas estruturas internas, de suas propriedades e sendo aplicadas no desenvolvimento de diversas teorias no campo das ciências exatas e da Terra.

Hoje, devido a sua iminente importância e aplicabilidade nas mais variadas áreas da ciência e tecnologia, bem como no cotidiano, as equações constituem boa parte do currículo de matemática da educação básica, encontrando-se, ainda, permeando por diversos outros conceitos, sejam eles matemáticos ou de outras áreas,



como no estudo das funções, em inúmeras noções da física e da química, por exemplo.

Na perspectiva do ensino de matemática, muito se tem pesquisado sobre as práticas pedagógicas, o currículo e a epistemologia dos saberes algébricos. Quando adentramos mais particularmente no estudo do conceito de equação, muitas pesquisas destacam uma série de problemas e dificuldades que permeiam pelas práticas de ensino e de aprendizagem desse ente matemático. A respeito disso, Ribeiro e Cury (2015) destacam que mesmo após a escolarização básica é comum que os estudantes não reconheçam as estruturas matemáticas da noção de equação, evocando apenas seus procedimentos mecânicos de resolução.

Essa dificuldade vêm comprometer o desenvolvimento do pensamento algébrico do educando, que envolve “percepção de regularidades, percepção de aspectos variantes em contraste com outros que não variam, tentativas de expressar ou explicitar a estrutura de uma situação-problema e a presença do processo de generalização”. (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, p. 87).

Desse modo, ancorada no ensino de matemática, a presente pesquisa foi desenvolvida com o intuito de minimizar as constantes inquietações advindas de uma problemática muito inerente ao cotidiano do professor de matemática do ensino básico, que envolve o desafio de compreender e poder intervir sobre os problemas e dificuldades de ensino e de aprendizagem do conceito de equação, mais especificadamente, a equação do segundo grau.

Assim, justificando-se na iminente importância que tal conceito apresenta no currículo de matemática da educação básica e na forte necessidade de se investigar e intervir nas práticas pedagógicas, nossa pesquisa tem o objetivo de investigar como a noção de equação do segundo grau é concebida na educação básica a partir de suas diferentes concepções. Para tanto, precisamos fragmentar nosso objetivo principal em objetivos menores, porém mais específicos, são eles:

- Compreender os aspectos epistemológicos das equações a partir da História da Matemática;
- Analisar a noção de equação do segundo grau sob a ótica da matemática através das principais técnicas de resolução adotadas no ensino básico;
- Investigar as tendências no ensino das equações na perspectiva da Educação Matemática, promovendo um diálogo entre pesquisas já desenvolvidas;
- Caracterizar e discutir as diferentes concepções da noção de equação e sua pertinência para tal pesquisa;
- Sondar, identificar, categorizar e discutir as diferentes concepções da noção de equação na Educação Básica a partir de uma análise do Exame Nacional do Ensino Médio.

Com o intuito de atingir tais objetivos, traçamos algumas etapas metodológicas, as quais detalharemos melhor na seção seguinte.

2. Metodologia

A investigação em questão trata-se de uma pesquisa quali-quantitativa na área de ensino de matemática. Para atingir nossos objetivos, iniciamos com uma revisão da literatura a fim de compreender como a noção de equação surgiu e como se desenvolveu ao longo do tempo e como diversas culturas influenciaram no seu aperfeiçoamento. Após um estudo em algumas referências relevantes na área de história da matemática, identificamos os trabalhos desenvolvidos com equações nas culturas dos babilônios, egípcios, gregos antigos, hindús, árabes e europeus da época do renascimento em diante e sua influência nos caminhos que os estudos com equação tomaram.

Dando sequência, realizamos uma seleção de duas coleções de livros didáticos de matemática, uma do Ensino Médio e outra do Ensino Fundamental II. Para tanto, foram estipulados alguns critérios de seleção, incluindo a necessidade das coleções terem sido aprovadas no PNL D 2017 (Ensino Fundamental II) e no PNL D 2018 (Ensino Médio); e o fato de terem sido adotadas nos últimos três anos no município de São Joaquim do Monte - PE, a fim de ter um resultado coerente com a realidade local do pesquisador.

Além disso, fizemos uma sondagem, na perspectiva da Educação Matemática, sobre o ensino de álgebra e o desenvolvimento do pensamento algébrico. Em seguida, tratamos de investigar mais a fundo o conceito de equação e nos debruçamos a estudar a Teoria dos Multissignificados de Equação e a influência de algumas pesquisas que investigaram os significados de equação no ensino básico, tanto na perspectiva do aluno, como



também na perspectiva do professor e do livro didático. Para tanto, adotamos um Perfil Conceitual de Equação, elaborado por Ribeiro (2013), que contempla as diferentes concepções conceituais da noção de equação. São elas:

- **Pragmática:** a equação é obtida e interpretada a partir de problemas práticos, podendo a mesma ser admitida como uma noção primitiva, objetivando uma solução aritmética;
- **Geométrica:** a equação é deduzida e interpretada através de problemas de ordem geométrica. Há uma busca por soluções que, mesmo expressas aritmeticamente ou algebricamente, representem ou quantifiquem conceitos geométricos;
- **Estrutural:** a equação é concebida a partir de suas características estruturais. As soluções objetivadas em atividades com essa concepção são predominantemente algébricas, normalmente expressas por meio de expressões algébricas, generalizações ou estudo de suas propriedades;
- **Processual:** a equação é interpretada através de seus processos e técnicas de resolução, normalmente exigindo apenas encontrar sua solução. As soluções obtidas nessa concepção são predominantemente aritméticas ou algébricas;
- **Aplicacional:** nesta concepção, a equação é obtida e interpretada a partir de suas aplicações. Embora seja comum adentrar em conceitos geométricos, sua solução normalmente é expressa aritmeticamente. É muito evidenciada quando a equação é obtida a partir da aplicação de uma fórmula pronta, como a relação de Euler, fórmulas de volume, teorema de Pitágoras, etc, e não apenas com deduções ou modelagem do problema proposto.

Com o intuito de contribuir para esse campo de estudo, selecionamos as 10 últimas edições do Exame Nacional do Ensino Médio (2012-2021), tendo em vista, inclusive, sua grande influência nas práticas pedagógicas em sala de aula, visto que o mesmo é a principal porta de entrada para a universidade pública e privada no país. Nesse momento, fizemos uma análise preliminar das 450 questões trabalhadas e selecionamos aquelas que faziam jus a ideia de equação do segundo grau. Diante das questões selecionadas, trabalhamos na resolução e interpretação das mesmas, categorizando-as quanto ao trabalho com as diferentes concepções de equação tratadas no perfil conceitual que adotamos.

Feito isso, estabelecemos um mapeamento das últimas edições do ENEM quanto a abordagem das equações e suas concepções, o qual apresentamos os resultados sob um tratamento estatístico, com os valores absolutos e relativos, inclusive comparados por meio de gráfico de barras.

3. Resultado e discussão

A partir do estudo histórico, pudemos compreender o desenvolvimento da noção de equação ao longo do tempo e conhecer alguns dos principais métodos de resolução adotados por diferentes culturas e épocas. Aliado a essas descobertas, o estudo investigativo realizado com livro didático nos permitiu selecionar as coleções: Praticando Matemática de Ensino Fundamental II e Quadrante Matemática de Ensino Médio. A análise de tais materiais nos permitiu conhecer os principais métodos de resolução da equação do segundo grau por eles adotados, são eles: a aplicação da tradicional fórmula de Bháskara, o método de completar quadrados, o método da soma e do produto, o método da fatoração e métodos específicos para a equação polinomial do segundo grau incompleta.

Munidos de tais resultados, iniciamos nossa investigação no ENEM a partir da sondagem das 450 questões presentes nas provas de Matemática e suas Tecnologias das últimas 10 edições do exame (2012-2021). Nossa sondagem identificou inicialmente 25 questões envolvendo equação do segundo grau, distribuídas nas edições analisadas. Logo após uma análise mais minuciosa, excluímos 6 delas, pois percebemos que apenas faziam uma referência muito superficial a esse conceito, tratando a equação como uma possível distração para a resolução do problema. Assim, consideramos apenas as demais 19 questões que realmente articulavam um trabalho com equações do segundo grau, o que equivale a 4,22% das atividades sondadas.

Para analisar cada uma dessas questões, fizemos uma releitura cautelosa de seu enunciado, a resolução de tais questões, bem como pesquisas na internet por possíveis resoluções diferentes. Dessa forma, pretendíamos



compreender qual o trabalho objetivado por essas questões e quais as possíveis técnicas de resolução para, assim, poder categorizá-las quanto as diferentes concepções de equação que apresentamos anteriormente.

Diante dos resultados obtidos, verificamos que a concepção pragmática estava presente em 6 das 19 questões analisadas, representando cerca de 31,58% das mesmas. Essas atividades surgiam em problemas de ordem prática, que exigiam soluções aritméticas. Nelas, a equação em si não se apresentava explicitamente no problema, mas precisava ser abstraída como uma forma de modelar tal situação, assim como foi evidenciado na pesquisa de Silva (2018b).

Já concepção geométrica foi a mais presente dentre as cinco, sendo contemplada em 13 das 19 atividades analisadas, ou seja, 68,42% das mesmas. Em geral, a equação do segundo grau era deduzida a partir de figuras, nas quais as soluções procuradas deviam ser expressas aritmeticamente e quantificavam medidas de segmentos. Tais resultados parecem coerentes com a pesquisa de Silva (2017), que apresentou as concepções de equação em uma coleção de 4 volumes de livros didáticos de matemática e também obteve essa concepção como sendo a mais trabalhada.

Durante nossa análise, percebemos apenas 1 atividade se referindo a concepção estrutural, o que representa um percentual de, aproximadamente, 5,26% do total. O fato dessa concepção ter sido a menos frequente em nossa análise não nos surpreende, isso porque Silva (2017) também verificou, em sua pesquisa, que essa concepção é pouco trabalhada, o que nos dá grandes indícios de que os aspectos estruturais das equações não são o foco dos trabalhos com equação durante a escolarização básica.

Com relação a concepção processual, encontramos apenas 6 atividades, o que representa 31,58% das situações selecionadas. Os resultados que encontramos quanto ao aspecto processual mostram um equilíbrio entre as concepções pragmática e processual. Fazendo um paralelo com a pesquisa de Silva (2017), evidenciamos que o mesmo verificou que essas duas concepções apareceram como sendo a segunda e terceira mais trabalhadas nos livros, respectivamente, com pouca diferença de uma para a outra, sendo bastante trabalhadas no Ensino Fundamental II. Nessa perspectiva, embora hajam críticas ao trabalho mecânico na resolução das equações no ensino básico, compreendemos, assim como Silva (2020), que o problema não reside nessa concepção, uma vez que é muito importante a aprendizagem dos algoritmos e técnicas de resolução. Na verdade, o problema ocorre quando as aulas e atividades apenas se concentram em trabalhar essa concepção exclusivamente, esquecendo as demais, o que vem a causar uma grande descontextualização da matemática e limitar as condições de desenvolvimento de uma aprendizagem significativa e da formação de capacidades características do pensamento algébrico.

A concepção aplicacional, por sua vez, foi verificada em 7 atividades, o que representa 36,84% das questões analisadas. Na grande maioria, as questões categorizadas por trabalharem essa concepção foram frutos de questões associadas a contextos geométricos, o que também foi percebido no trabalho de Silva (2018a), que verificou como a noção de equação é concebida no 7º ano do Ensino Fundamental a partir de uma análise de livro didático. Assim, muito comumente as atividades que trabalhavam essa concepção também articulavam uma abordagem relevante quanto a concepção geométrica.

4. Conclusões

A partir dos estudos realizados na perspectiva da história da matemática, obtivemos subsídios para compreender como a noção de equação surgiu e se desenvolveu e sua importância na significação e aplicabilidade do conceito de equação, além de conhecer alguns métodos de resolução adotados desde a antiguidade, nos permitindo compreender seus aspectos epistemológicos.

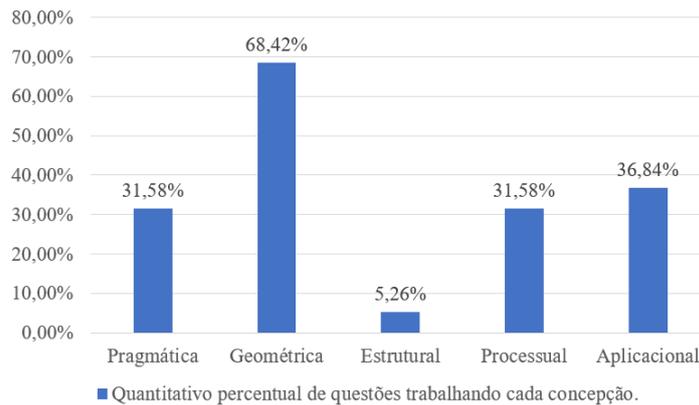
Além disso, na investigação que se seguiu, identificamos os principais métodos de resolução das equações do segundo grau adotados nos livros didáticos analisados, o que nos deu subsídios para a investigação realizada no ENEM, ao passo que nos forneceu informações relevantes para os tipos de resolução de equação que poderíamos esperar do educando na resolução dos problemas analisados e, assim, compreender melhor quais concepções poderiam estar presentes nesses trabalhos. Além disso, estabelecemos a importância do trabalho pedagógico no ensino de equação em prol do desenvolvimento do pensamento algébrico, no qual discutimos brevemente sobre o ensino de equação e caracterizamos as concepções de equação de um Perfil Conceitual, além de explorar alguns trabalhos que vieram a dialogar com os nossos resultados.

Durante a pesquisa desenvolvida com o ENEM foi possível estabelecer como a noção de equação do segundo grau se faz presente no ensino básico a partir de suas diferentes concepções. Observe, logo abaixo, o gráfico



comparativo dos resultados obtidos. Nele, notamos que a soma dos percentuais evidenciados nas cinco concepções investigadas ultrapassa os 100%, isso ocorre porque há várias questões trabalhando paralelamente mais de uma concepção de equação:

Figura 1: Distribuição das concepções de equação nas questões analisadas



Além disso, analisamos a coerência dos nossos resultados com algumas pesquisas na área, mostrando um certo alinhamento. Concluímos, portanto, que os trabalhos com equação do segundo grau, em nossa pesquisa, englobam a presença de todas as concepções destacadas, com uma ênfase para a concepção geométrica, um trabalho moderado com as concepções aplicacional, processual e pragmática e uma abordagem menos significativa com a concepção estrutural, que parece não ser o foco dos trabalhos no ensino básico, conforme verificamos no gráfico acima e nas discussões realizadas.

Referências

- EVES, H. *Introdução à História da Matemática*. Campinas: Editora da Unicamp, 2004. Citado na página 1.
- FIORENTINI, D.; MIORIM, M.; MIGUEL, A. Contribuição para um repensar...a educação algébrica elementar. *Pro-Posições*, v. 4, p. 78-90, 1993. Citado na página 2.
- GARBI, G. G. *O romance das equações algébricas*. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2010. Citado na página 1.
- MOL, R. S. *Introdução à história da matemática*. Belo Horizonte: CAED UFMG, 2013. Citado na página 1.
- RIBEIRO, A. J. Elaborando um perfil conceitual de equações: desdobramentos para o ensino e a aprendizagem de matemática. *Ciência & Educação*, v. 19, p. 55-71, 2013. Citado na página 3.
- RIBEIRO, A. J.; CURY, H. N. *Álgebra para a formação do professor: explorando os conceitos de equação e de função*. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2015. Citado na página 2.
- SILVA, J. E. M. *Investigando a noção de equação no livro didático de matemática*. Caruaru: Trabalho de Conclusão de Curso (Matemática-Licenciatura) - UFPE, 2017. Citado na página 4.
- SILVA, J. E. M. Equações na educação básica: uma análise de livro didático do 7º ano do ensino fundamental. *V Encontro de Matemática do Agreste Pernambucano*, v. 01, 2018. Citado na página 4.
- SILVA, J. E. M. A noção de equação em um livro didático do 6º ano. *Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento*, v. 4, p. 57-69, 2018. Citado na página 4.
- SILVA, J. E. M. *Investigando a Noção de Equação: perspectivas histórico-epistemológicas, pedagógicas e análise de livro didático*. Veranópolis: Diálogo Freiriano, 2020. Citado na página 4.