Universidade Federal de Campina Grande - UFCG
Centro de Ciências e Tecnologia - CCT
Unidade Acadêmica de Matemática - UAMat
Laboratório de Ensino de Matemática
Professor: Daniel Cordeiro
Aluno: Loanderson Hugo dos S. Souza
Período: 2023.2

[1]

PROPOSTA PARA CONFECÇÃO DE MATERIAL CONCRETO (MC) NO LAPEM

Nome do material concreto (MC): Origami

Apresentação[2]: Utilizar a arte do Origami (dobraduras) para construir poliedros, e, através de tais construções, ocorrer uma tentativa de "dedução" da definição de poliedro e verificar as condições necessárias para um sólido ser considerado um poliedro.

Conteúdos a serem abordado (BNCC)[3] ao usar o MC:
Unidade temática: Geometria
Objeto de conhecimento: Poliedros
Competência específica: <u>(Competência 5 do Ensino Médio)</u> Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

Ano escolar sugerido para usar o MC: 2° ano do Ensino Médio.

---

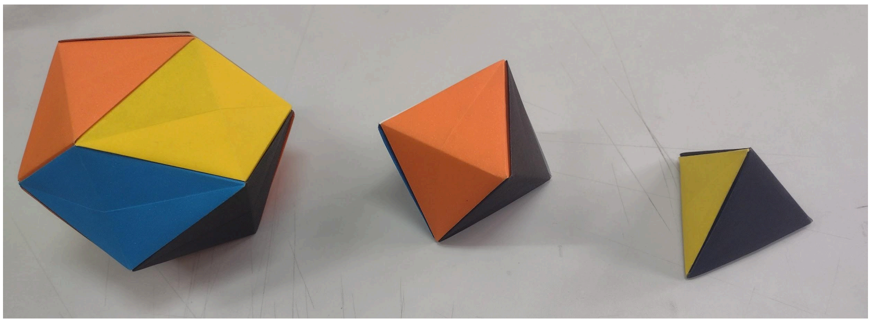
[1] DCMF – Março de 2024.
[2] Descrever a atividade, o material a ser construído, e como usá-lo para facilitar a aprendizagem do assunto a ser abordado na aula.
[3] Seguir a nomenclatura da BNCC.

Espaço físico onde a atividade será realizada[4]: É preferível que seja realizada no laboratório, caso haja. No entanto, pode ser feita em sala de aula.

Descrição física do MC[5]: São poliedros construídos com papel através de dobraduras de fácil construção. O tamanho final vai depender das medidas do papel utilizado. (As medidas serão descritas detalhadamente no tópico "Como construir o MC").

Mídias existentes sobre o MC[6]:
Este primeiro link contém o artigo que mostra o passo-a-passo da construção do material da proposta, e que irá ser construído em sala de aula.
https://www.dm.ufscar.br/~yolanda/origami/origami.pdf Acesso em 13/03/2024

Este segundo artigo possui um método mais avançado para construir poliedros com Origami, o qual recomendo se a turma for menor e houver um tempo maior para se trabalhar com este tipo de material.
https://im.ufal.br/evento/bsbm/download/oficina/mategami.pdf Acesso em 13/03/2024



Fonte: Autoria própria

Objetivos a serem alcançados com o uso do MC na aula: O Origami permite que os alunos criem modelos tridimensionais de poliedros de uma forma tangível e manipulável, ajudando na compreensão da estrutura

[4] No próprio laboratório, na sala de aula etc.
[5] Limitar-se à descrição física, como é o material, de que é feito, medidas, etc.
[6] Colocar, caso haja, fotos, vídeos ou slides (endereço eletrônico onde encontrá-los) etc., nos quais se possa visualizar o material a ser construído. Pesquise em sítios sérios da **Internet. Caso tenha construído um exemplar, pode adicionar a foto.**

tridimensional dos poliedros, o que pode ser difícil de visualizar apenas com representações bidimensionais.

Material necessário para a confecção[7]: Papel (No tópico a seguir há 3 boas opções de papel a ser utilizado).

Custo[8]:

Nome do item	Quantidade (especificando se folha, peso etc.)	Preço unitário	Preço total do item
Papel A4 Filipinho, 8 cores	Pacote (24 folhas coloridas)	15,00 R$	30,00 R$
Papel Sulfite A4, Chamequinho, 4 Cores	Pacote (100 folhas coloridas)	14,00 R$	14,00 R$
Papel Sulfite A4, Chamequinho	Pacote (100 folhas brancas)	10,00 R$	10,00 R$
Custo total			Dependerá de uma das opções de papel.

Ferramentas e itens secundários necessários para a confecção do MC

(X) tesoura ( ) estilete ( ) cola branca ( ) cola de isopor ( ) SuperCola

(X) régua ( ) esquadros ( ) outros (descrever):

---

[7] Descreva cada item a ser usado para confeccionar o MC.

Priorize material reciclável, que não tenha custo e seja fácil de ser encontrado, focando em um laboratório de matemática sustentável: garrafas pet, caixas de papelão, isopor de embalagens, canudos de papelão etc. Especificar, se for o caso: quantidade, metragem, peso, tipo de papel, espessura e tamanho de folha de isopor, tamanho e espessura de folha de borracha, tipo etc.

[8] Caso for comprar os produtos a serem usados no MC, descrever na tabela abaixo os custos. Se não houver custo, basta escrever: “Não há custo”. Nesse caso, dizer como os itens usados na confecção do MC foram adquiridos.

Cuidados a serem tomados ao confeccionar ou usar o MD[9]: Como o material será construído apenas com papel, o maior cuidado a ser tomado será o de recortar. Então, se possível, é recomendado levar os papéis já recortados e apenas mostrar como o papel é cortado dando suas dimensões.

Como construir o MC[10]:

Etapas:

1. Será necessário retângulos de papel com as medidas 17.5 cm x 10.5 cm (há uma maneira de conseguir estas proporções apenas dobrando o papel, sem utilizar a régua);
2. Estes retângulos serão dobrados com os passos orientados nas páginas 7 - 12 deste trabalho. Estas peças resultarão em o que chamaremos de unidades A e B;
3. O que diferencia os processos de A e B é que eles são feitos de forma espelhada;
4. Com o método utilizado podemos construir três poliedros diferentes:

➢ **Tetraedro**

Para construí-lo são necessárias duas peças, uma(1) da unidade A e uma(1) unidade B. Passo a passo da construção nas páginas 13 - 14.

➢ **Octaedro**

---

[9] Aqui você deve relatar os cuidados que um professor deve ter ao confeccionar o material e, os cuidados que, principalmente, os alunos devem ter ao construir ou usar o MC.

Avalie que instrumentos vão ser usados e dê atenção a segurança que professores e alunos devem ter ao usar esses instrumentos. **Não negligencie essas instruções!** Caso haja algum cuidado, descreva-o, e, fique sempre alerta sobre essa preocupação!

Alunos menores não podem usar estiletes, outros objetos cortantes ou pontiagudos, e devem ter cuidado máximo ao usar tesouras, mesmo **sem pontas**. Para alunos pequenos, o uso de colas, tintas, objetos que possam ser engolidos ou ferir colegas em uma brincadeira etc. devem ser observados com o devido cuidado!

Repetimos: não recomendamos alunos usarem estiletes ou quaisquer outros objetos pontiagudos que possam causar ferimentos!

Atenção redobrada ao usar compasso

[10] Dividir a descrição em etapas de confecção; descrever cada uma dessas etapas, ensinando como confeccionar o MC.

Para construir o octaedro são necessárias quatro peças, duas(2) da unidades A e duas(2) unidades B. Passo a passo da construção nas páginas 14 - 15.

- ➢ **Icosaedro**

Para construir o octaedro são necessárias dez peças, cinco(5) unidades A e cinco(5) unidades B. Passo a passo da construção nas páginas 16 - 18.

Desenvolvimento da atividade em sala de aula para os alunos

Quantas aulas: 2 aulas

Etapas (descrição e duração):

1ª Aula (50 min)
Etapa 1: Separar os alunos em duplas e iniciar as instruções para a confecção do Origami;
Etapa 2: Construir com os alunos o material proposto;
Etapa 3: Induzir os alunos, através da construção feita, a deduzirem a definição de poliedro.
2ª Aula (50 min)
Etapa 1: Usando os poliedros de Origami construídos na primeira aula, iremos verificar as condições necessárias para um sólido constituído por polígonos ser considerado um poliedro;
Etapa 2: Apresentar os elementos de um poliedro e sua classificação quanto a quantidade de faces.
Etapa 3: Instruir os alunos a descobrirem a relação de Euler através de observações;
Etapa 4: Apresentar diferentes tipos de poliedros, incluindo os não convexos, e apresentar os poliedros de Platão.

Potencialidades[11] : Combina elementos de arte e geometria, permitindo que os alunos explorem conceitos matemáticos de uma maneira criativa e visualmente estimulante. Além disso, é uma atividade relativamente acessível e de baixo custo, já que requer apenas papel e habilidades básicas de dobragem. Isso significa que pode ser implementado em uma variedade de configurações educacionais.

[11] Convença do que o MC que produziu pode fazer pedagogicamente em sua sala.

Limitações[12] **:** Embora o Origami possa ajudar os alunos a visualizar e manipular poliedros tridimensionais, nem todos os poliedros podem ser representados de forma precisa e completa através do Origami. Embora os alunos possam aprender a dobrar modelos específicos de poliedros através do Origami, pode haver uma falta de generalização para outras formas e conceitos geométricos. Eles podem ter dificuldade em aplicar o que aprenderam a diferentes situações ou em reconhecer padrões geométricos em contextos diferentes (Como sugestão, levar poliedros diferentes já construídos, sejam eles objetos do dia a dia ou algum MC já produzido com antecedência).

Durabilidade[13] **:** Como são feitos de papel, a durabilidade dependerá do manuseio e do armazenamento, então recomenda-se evitar o contato com água e ,de preferência, não armazenar em espaços úmidos ou apertados, para evitar que as peças amassem.

Referências:

As imagens utilizadas neste trabalho foram retiradas do trabalho acadêmico: CAVACAMI, Eduardo. **Explorando geometria com origami**. Yolanda Kioko Saito Furuya. 72. Dissertação - Matemática, Universidade Federal de São Carlos, São Paulo, 2009.

Disponível em <https://www.dm.ufscar.br/~yolanda/origami/origami.pdf> Acesso em: 13/03/2024

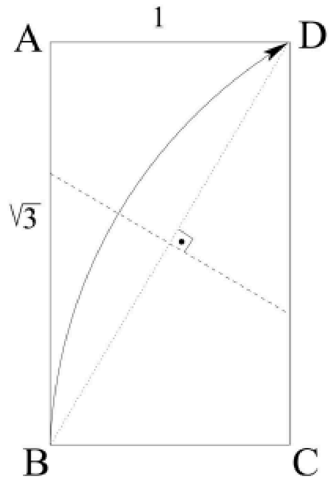
[12] Descreva dificuldades, caso existam, que apareceram ao produzir ou utilizar o MC em sala de aula.
[13] Nessa parte, pode incluir dicas sobre armazenamento e cuidados ao manusear o MC.

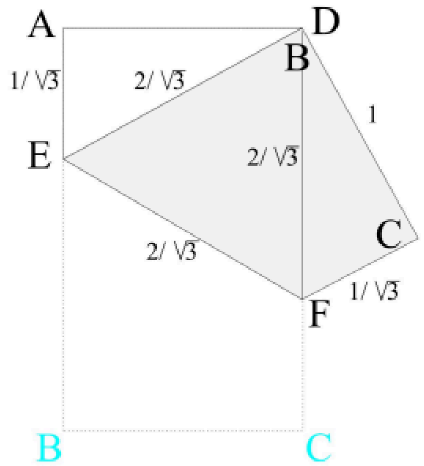
8.2 Construção das unidades

Construiremos agora os módulos, que chamaremos de “unidades” A e B dos poliedros de faces triangulares. Para isto, será necessário a utilização de retângulos de proporção $\frac{1}{\sqrt{3}}$, como as 12 peças obtidas do papel A4, visto anteriormente. Estas unidades formam triângulos equiláteros, que ao se encaixarem, produzirão os poliedros.

8.2.1 Unidade A

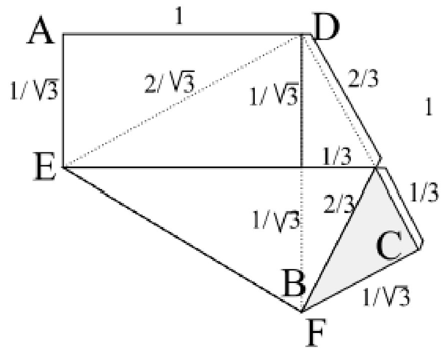
Com uma peça retangular $ABCD$, respeitando as proporções, leve o vértice B ao D.

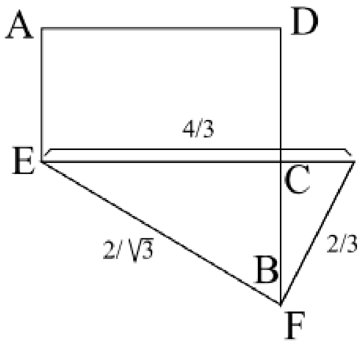




Ao levar B a D, surge um eixo de rotação EF.
EF é a mediatriz de BD.
Os $\triangle EFD$ e $\triangle EFB$ são equiláteros de lado $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

Leve o vértice B ao ponto F.
A nova dobra é paralela a AD.

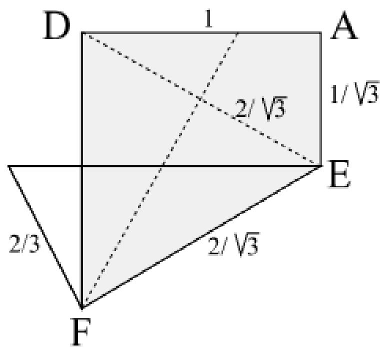


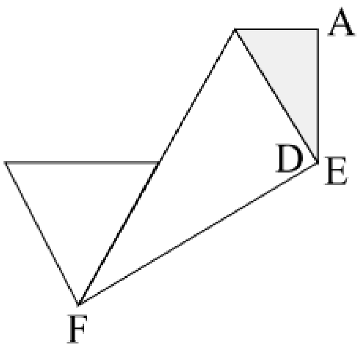


C

Leve o vértice C sobre DF.

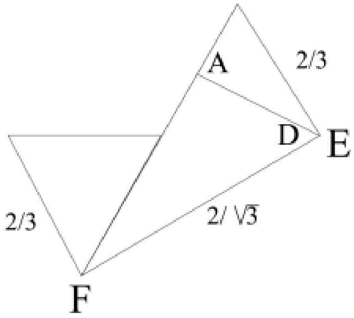
Vire a peça, de modo que a parte de trás fique para frente.

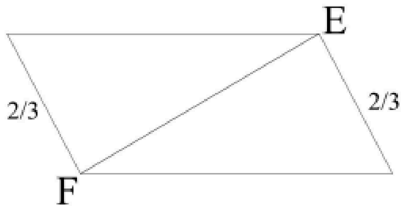




Leve o vértice D ao ponto E.

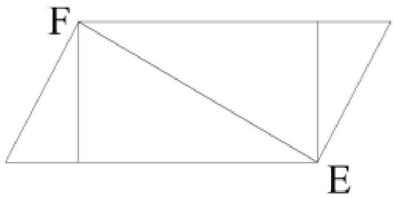
Mova o vértice A dobrando segundo o eixo do ponto E.

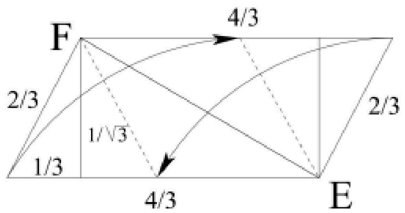




Desfaça a dobra pelo eixo EF, de modo que apareça um paralelogramo.

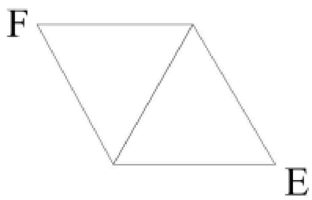
Vire a peça, de modo que a parte oculta volte-se para frente.





Leve as duas extremidades cujos ângulos são agudos sobre o lado oposto, fixando os vértices com ângulos obtusos.

Obtém-se um losango cujos lados e a diagonal menor medem $\frac{2}{3}$.

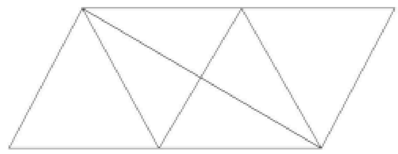


Nas figuras acima, temos que a base do paralelogramo é $\frac{4}{3}$, ou seja, cabem duas vezes o lado $\frac{2}{3}$.

O segmento pertencente à base do paralelogramo e que forma um triângulo retângulo é $\frac{1}{3}$ e a altura é $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Esses valores satisfazem as medidas do triângulo equilátero citado no início deste capítulo.

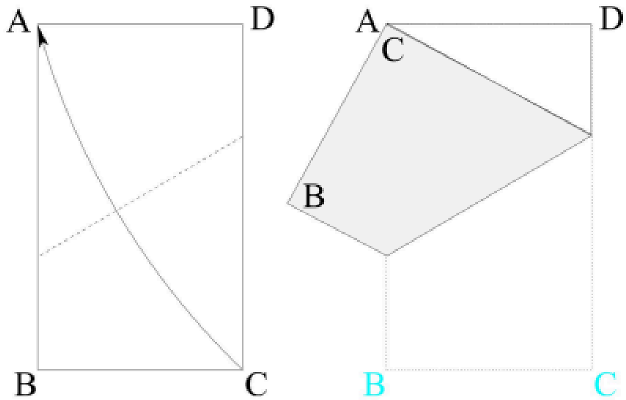
Abra o losango para obter a unidade A, que é composta por quatro triângulos equiláteros de lado $\frac{2}{3}$.



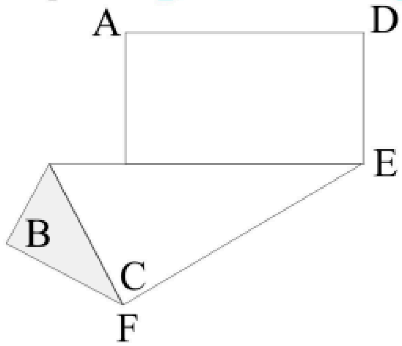
8.2.2 Unidade B

A construção segue os mesmos procedimentos da unidade A, com a diferença do lado pelo qual inicia-se a dobra.

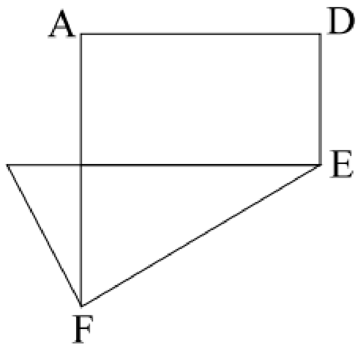
Com uma peça retangular $ABCD$, respeitando as proporções, leve o vértice C ao A.
O eixo de rotação será chamado de EF.

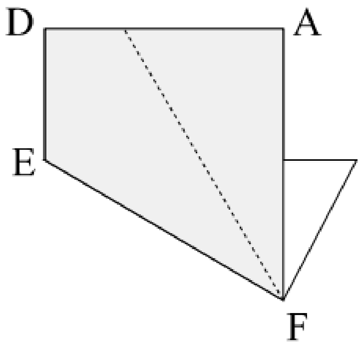


Leve o vértice C ao ponto F.



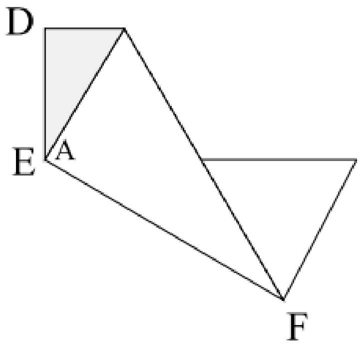
Leve o vértice B sobre AF.

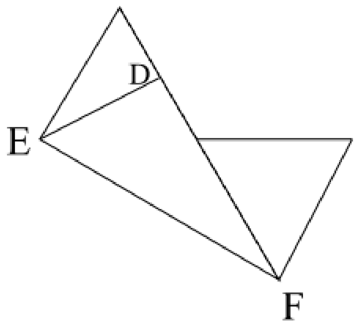




Vire a peça, de modo que a parte de trás fique para frente.

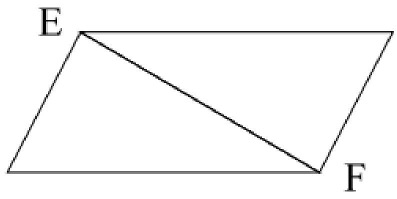
Leve o vértice A ao ponto E.

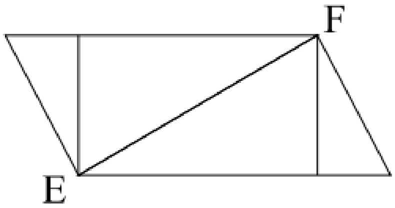




Pegue o vértice D e dobre pelo eixo do ponto E.

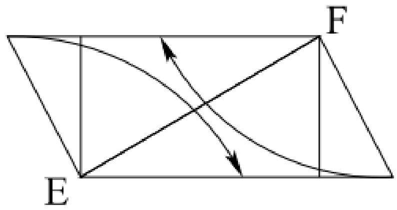
Desfaça a dobra pelo eixo EF, de modo que apareça um paralelogramo.

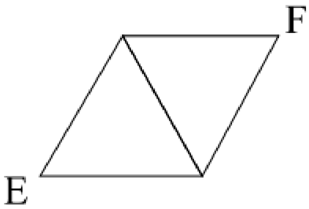




Vire a peça, de modo que a parte oculta volte-se para frente.

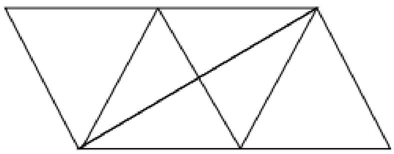
Leve as duas extremidades cujos ângulos são agudos sobre o lado oposto, fixando os vértices com ângulos obtusos.





Obtém-se um losango.

Abrindo, tem-se a unidade B.

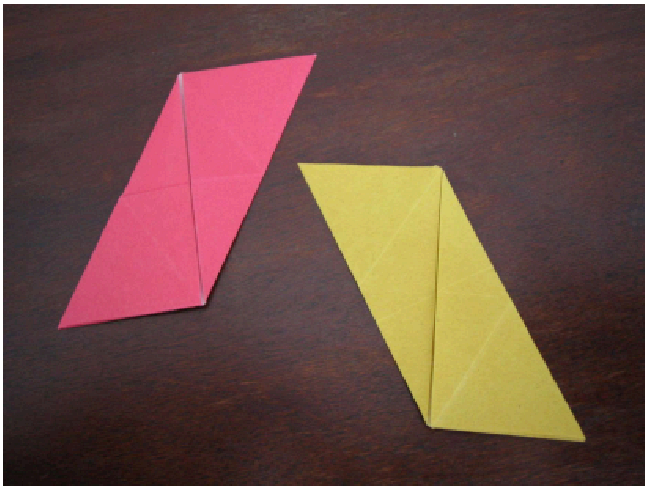


8.3 Montagem dos poliedros

Foram produzidas, nas unidades A e B, faces na forma de triângulos equiláteros. Com os triângulos equiláteros podemos construir apenas três poliedros regulares: o tetraedro, o octaedro e o icosaedro, que são os Poliedros de Platão de faces triangulares.

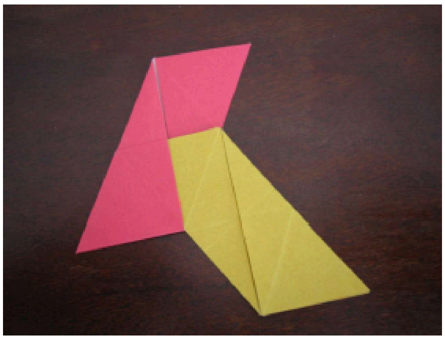
8.3.1 Tetraedro

Para a construção do tetraedro são necessários dois módulos, uma unidade A e uma unidade B.



Note que em cada unidade temos quatro triângulos equiláteros e os triângulos das pontas não possuem corte. Os cortes formam aberturas para encaixar os triângulos das pontas e ficarão no lado externo do poliedro.

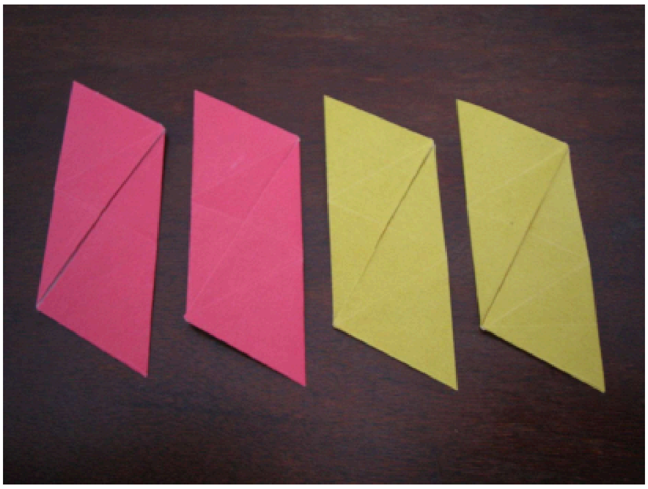
Encaixe a unidade A em um dos cortes da unidade B (ou B em A).

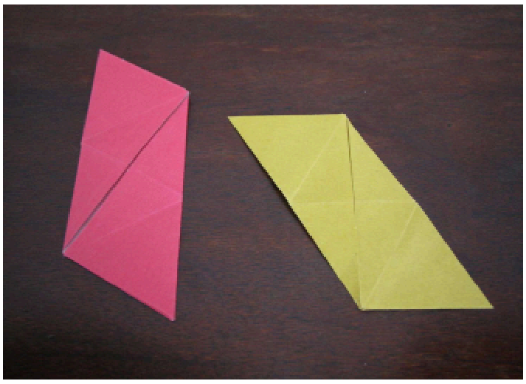


Dobre dando forma de um tetraedro e encaixando todas as pontas.
Concluímos o tetraedro.

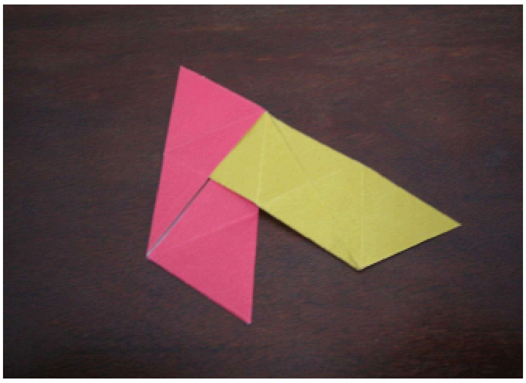
8.3.2 Octaedro

Para a construção do octaedro serão necessários quatro módulos, AAAA ou BBBB ou AABB e, para que fique com faces bicolores, são necessárias duas peças de cada cor.

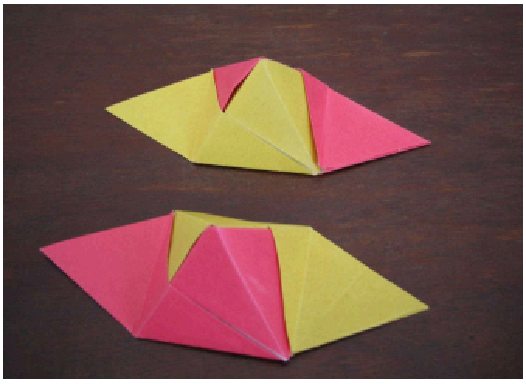




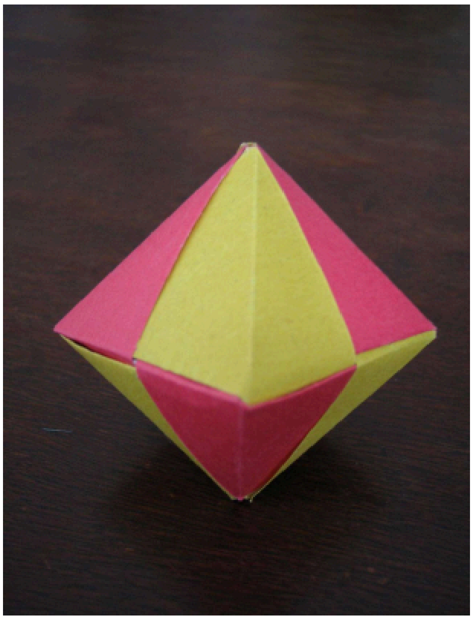
Tome duas unidades A (ou B), de cores distintas.



Encaixe em uma peça A na outra peça conforme a foto.
Repita com outras duas peças restantes.



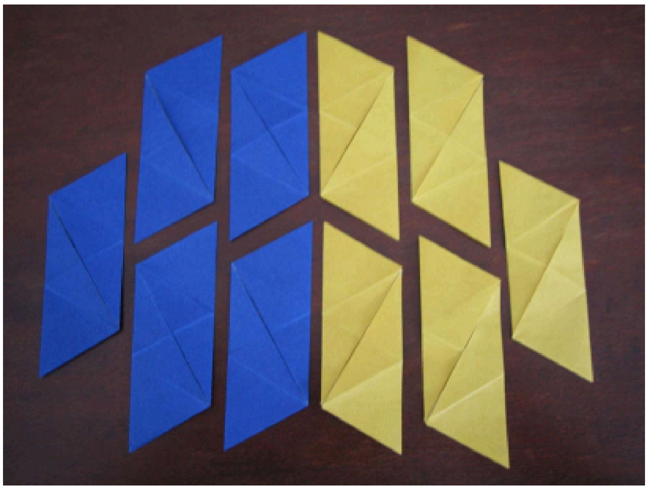
Forma-se então, duas pirâmides de base quadrada com abas triangulares em lados opostos da base.



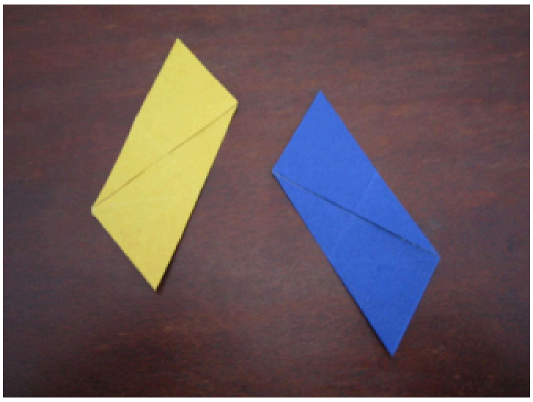
Encaixe as duas pirâmides para finalizar o octaedro.

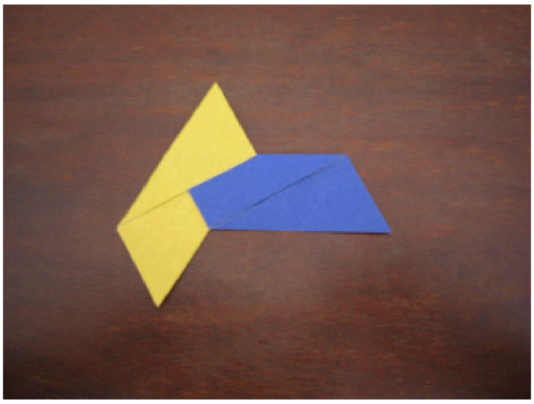
8.3.3 Icosaedro

Para a construção do nosso icosaedro bicolor são necessários cinco módulos de cada tipo e cor, ou seja, cinco unidades A com cor 1 e cinco unidades B com cor 2. Teremos uma faixa cilíndrica com dez faces bicolores e fechados com cinco faces de cor 1 de um lado e cinco faces de cor 2 do outro lado. Não é possível obter todas as faces bicolores.



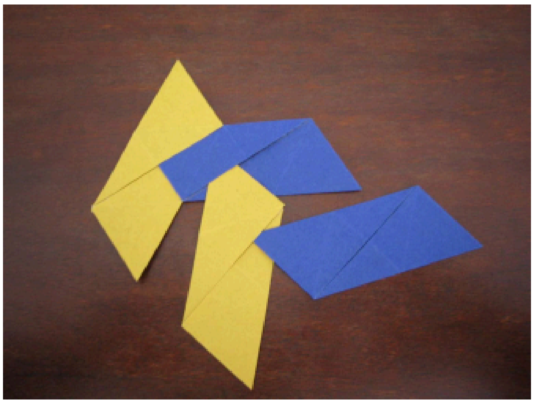
Inicia-se com duas unidades distintas, A e B.

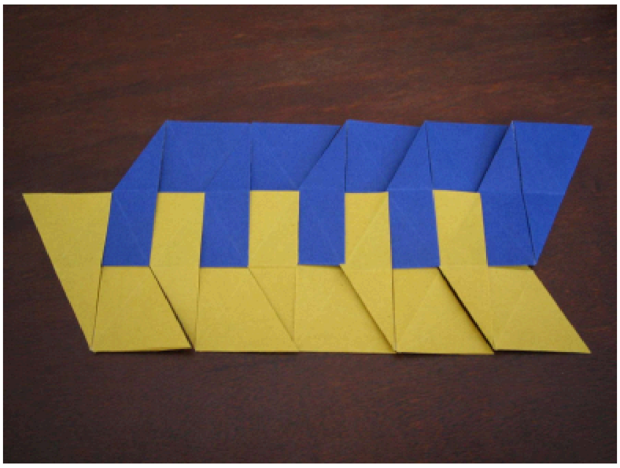




Encaixe a unidade B na unidade A.

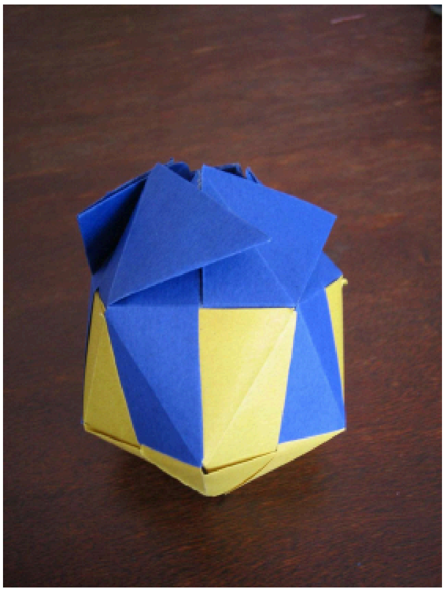
Repita o procedimento anterior, encaixando a peça A na B, depois a B na A, sucessivamente.
Para facilitar a montagem, recomenda-se que cole com alguma fita adesiva todos os encaixes na parte interna.





Encaixadas todas as peças, encaixe a última peça, no caso a peça B, na primeira peça A, dando um formato cilíndrico.

Com a faixa cilíndrica pronta, concentre-se nas pontas triangulares de um dos lados. Encaixe um triângulo em outro adjacente sucessivamente, até fechar o lado com as cinco faces.



Repita o passo anterior no outro lado do cilindro, finalizando o icosaedro.