

# Apresentação do Curso

Luiz Antônio da Silva Medeiros<sup>(1)</sup>

medeiros@ufcg.edu.br

<sup>(1)</sup>UAMAT / UFCG

UFCG, 2019.2

# Outline

- 1 Formas da Equação da reta
- 2 Posições Relativas de uma reta
- 3 Coeficiente Angular
- 4 Exemplos

# Outline

- 1 Formas da Equação da reta
- 2 Posições Relativas de uma reta
- 3 Coeficiente Angular
- 4 Exemplos

# Outline

- 1 Formas da Equação da reta
- 2 Posições Relativas de uma reta
- 3 Coeficiente Angular
- 4 Exemplos

# Outline

- 1 Formas da Equação da reta
- 2 Posições Relativas de uma reta
- 3 Coeficiente Angular
- 4 Exemplos

# FORMA GERAL DA EQUAÇÃO DA RETA

## Equação Geral da Reta

$$r : a \cdot x + b \cdot y + c = 0.$$

Lembrando que

$$P(x, y) \in r \Leftrightarrow (x, y) \text{ satisfaz a equação da reta } r.$$

## FORMA GERAL DA EQUAÇÃO DA RETA

Suponha que na Equação Geral da reta

$$r : a \cdot x + b \cdot y + c = 0.$$

temos  $b \neq 0$ .

Logo, podemos reescrever a equação geral da reta como

$$\begin{aligned} ax + by + c = 0 &\Rightarrow by = -ax - c \\ &\Rightarrow y = \frac{-a}{b}x + \frac{-c}{b} \\ &\Rightarrow y = mx + n \end{aligned}$$

# FORMA GERAL DA EQUAÇÃO DA RETA

## Equação Reduzida da Retra

$$r: y = mx + n$$

## Example

Obtenha a equação reduzida da retra  $r$  que passa pelos pontos  $A(0, 3)$  e  $B(-1, 0)$

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \underbrace{3x - y + 3 = 0}_{\text{Equação Geral}} \Rightarrow \underbrace{y = 3x + 3}_{\text{Equação Reduzida}} .$$

# EQUAÇÃO SEGMENTÁRIA DA RETA

## Equação Geral da Reta

$$r : \frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1.$$

## Observação

- *Obtém-se a equação segmentária da reta dividindo-se a equação geral da reta por  $-c$  e escrevendo apropriadamente o coeficiente das incógnitas.*
- *Fazendo  $y = 0$  ( $x = 0$ ) na equação segmentária da reta obtém-se o ponto  $P(p, 0)$  ( $Q(0, q)$ ) contido em  $r$  e intercepta o eixo  $xy$ .*
- *Partindo da equação segmentária da reta pode-se obter a equação geral da reta eliminando-se os denominadores.*

## EXEMPLO

- 1 Obter a equação geral da reta que intercepta os eixos em  $P(2,0)$  e  $Q(0,-3)$ .
- 2 Obter a equação segmentária da reta  $r : 7x + 11 - 3 = 0$

# FORMA PARAMÉTRICA

Considere a reta  $r$  definida pela equação  $ax + by = c$  e  $P(x_0, y_0) \in r$ .

## Equações Generalizadas da Reta

$$r : \frac{x - x_0}{-b} = \frac{y - y_0}{a}$$

## FORMA PARAMÉTRICA

Seja  $r$  uma reta definida pela seguinte equação

$$\frac{x - x_0}{-b} = \frac{y - y_0}{a}.$$

Chamando os quocientes de  $t$ , vemos que para cada  $P(x, y) \in r$  está associado a um único  $t$ . de modo recíproco, para cada  $t \in \mathbb{R}$  está associado um único  $P(x, y) \in r$ , dado pela relação

$$t = \frac{x - x_0}{-b} = \frac{y - y_0}{a}.$$

### Equações Paramétricas da Retas

$$r : \begin{cases} x(t) = x_0 - b \cdot t, \\ y(t) = y_0 + a \cdot t, \end{cases}$$

## EXEMPLOS

- Qual é a equação geral da reta cujas equações paramétricas são definidas por:

$$r : \begin{cases} x(t) = \frac{t+1}{2}, \\ y(t) = 3t - 2. \end{cases}$$

- Determinar as equações paramétricas da reta  $r : 2x + 3y = 5$ .

## EXEMPLOS

Resolva os seguintes sistemas lineares:

$$① \begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

$$② \begin{cases} x - y = 2 \\ 2x - 2y = 4 \end{cases}$$

$$③ \begin{cases} x - y = 1 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

# REPRESENTAÇÃO GEOMÉTRICA DE UM SISTEMA $2 \times 2$ .

Verificação no Geogebra

## POSIÇÕES RELATIVAS DE UMA RETA

- **Possível e Determinado:** quando possui uma única solução.
- **Possível e Indeterminado:** quando possui uma única solução.
- **Impossível:** quando o conjunto solução é **vazio** (não há soluções no conjunto universo)

## EXEMPLOS

Classificar e, se possível, obter a solução dos seguintes sistemas.  
Fazer também uma representação gráfica.

$$① \begin{cases} x - y = -1 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$$

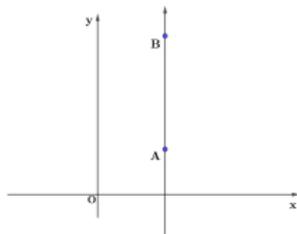
$$② \begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 4x + 6y = 8 \end{cases}$$

$$③ \begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 4x + 6y = 10 \end{cases}$$

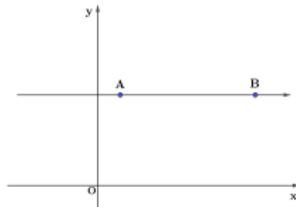
## CONVENÇÃO DE SENTIDO

Dada uma reta  $r$ , fixemos dois pontos distintos  $A$  e  $B$  de  $r$ .

- Se  $y_A = y_B$ , então  $r$  é paralela ao eixo  $x$ . Neste caso, **adotaremos como sentido positivo** da reta  $r$  o sentido positivo do eixo  $x$ .
- Se  $y_A \neq y_B$ , então  $y_A > y_B$  ou  $y_A < y_B$ . Neste caso, **adotaremos como sentido positivo** da reta  $r$  àquele em que parte do ponto da menor ordenada ( $A$  ou  $B$ ) e se chega no ponto de maior ordenada ( $B$  ou  $A$ , respectivamente).

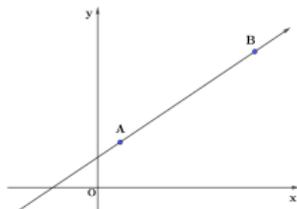


(a)

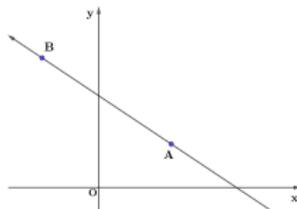


(b)

Figura: Sentido de uma reta em relação ao Sistema Ortogonal de Eixos.



(a)



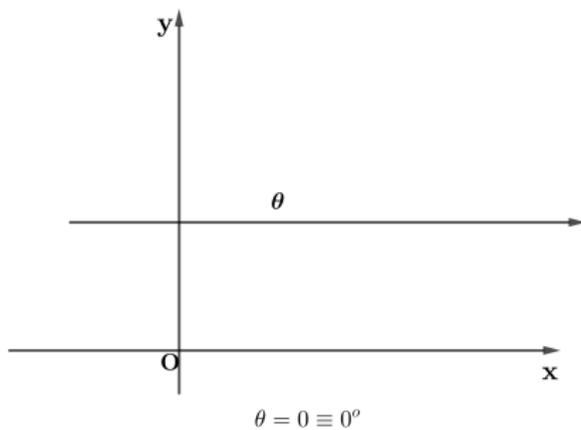
(b)

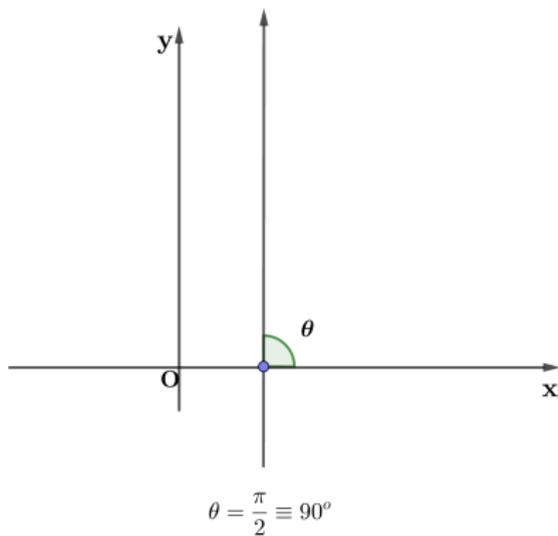
Figura: Sentido de uma reta em relação ao Sistema Ortogonal de Eixos.

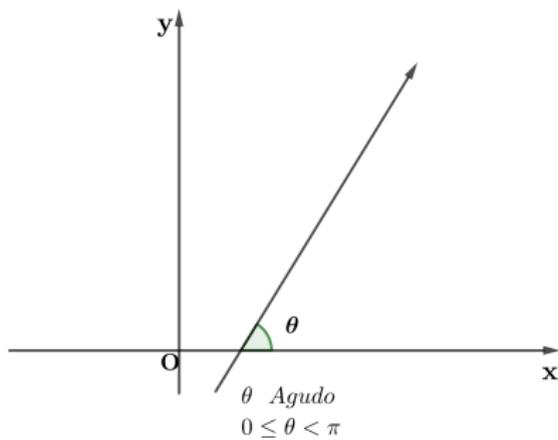
## DEFINIÇÃO DE ÂNGULO

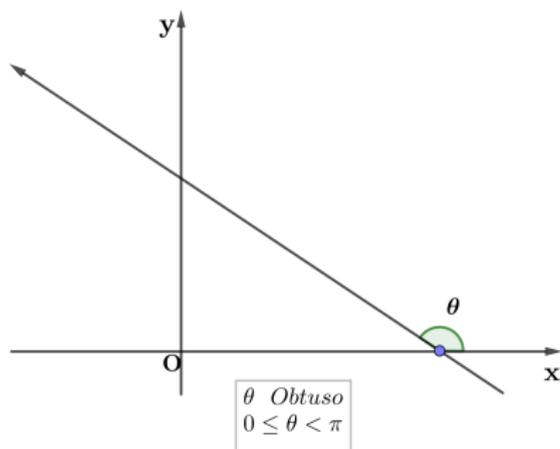
Ângulo que uma reta  $r$  forma com o eixo  $x$  é o ângulo  $\theta := \hat{r}\hat{x}$  definido como:

- Se  $r \parallel x$ ,  $\theta$  é nulo;
- Se  $r \not\parallel x$ ,  $\theta$  é o ângulo convexo ( $0 \leq \theta < 180^\circ$ ) formado pelas semi-retas  $\vec{lr}$  e  $\vec{l}x$ , onde  $l$  é o ponto de interseção de  $r$  com o eixo  $x$ .









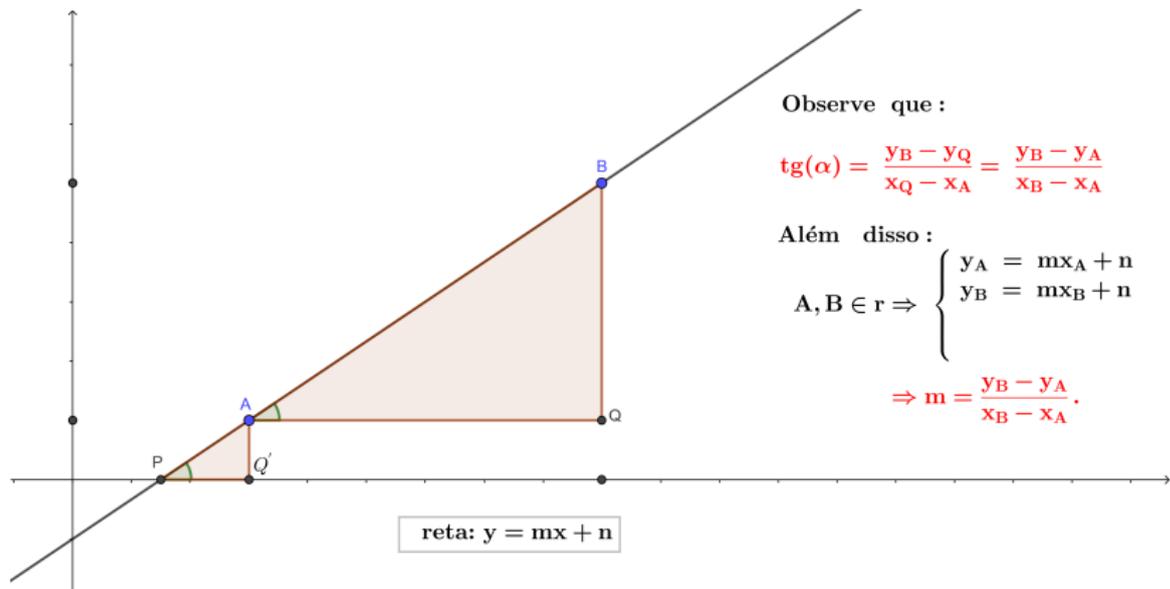
## INTERPRETAÇÃO DO COEFICIENTE DE $x$

Seja  $r$  a reta de equação

$$y = mx + n.$$

Considere os pontos  $A(x_A, y_A), B(x_B, y_B) \in r$ .

$$\begin{aligned} A, B \in r &\Rightarrow \begin{cases} y_A = mx_A + n \\ y_B = mx_B + n \end{cases} \\ &\Rightarrow m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}. \end{aligned}$$



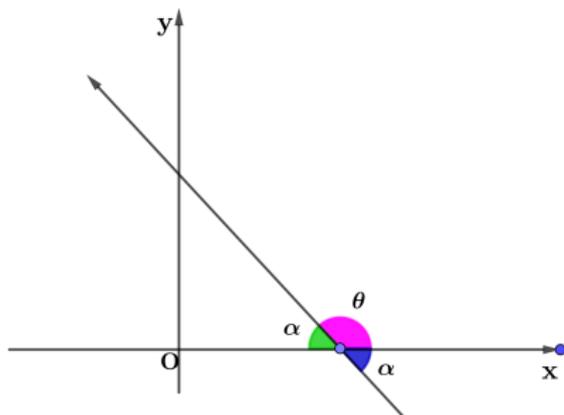
Observe que :

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{y_B - y_Q}{x_Q - x_A} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

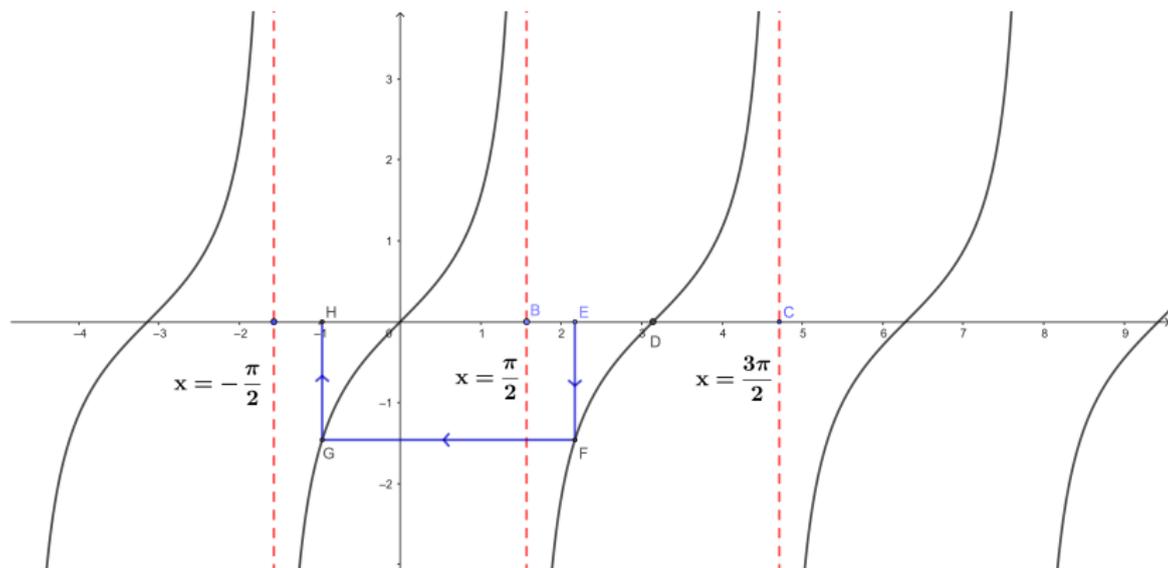
Além disso :

$$A, B \in r \Rightarrow \begin{cases} y_A = mx_A + n \\ y_B = mx_B + n \end{cases}$$

$$\Rightarrow m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$



$$\operatorname{tg}(\alpha) = \operatorname{tg}(\pi - \theta) = \frac{\operatorname{sen}(\pi - \theta)}{\operatorname{cos}(\pi - \theta)} = \frac{\operatorname{sen}(\theta)}{-\operatorname{cos}(\theta)} = -\operatorname{tg}(\theta).$$



- 1 Ache a equação da reta que passa pelos pontos  $A(2, 1)$  e  $B(4, 7)$ .
- 2 Ache a equação da reta que passa pelo ponto  $A(2, 1)$  e tem inclinação  $-\frac{1}{2}$ .
- 3 Ache a equação da reta que passa pelo ponto  $(2, 0)$  e faz um ângulo de  $30^\circ$  com o eixo dos  $x$ .

- 4 Dada a reta  $r$  de equação  $3x + 4y = 7$ , ache o ângulo formado entre a reta  $r$  e o eixo  $x$ . Qual é a inclinação da reta?
- 4 Considere a reta  $r$  dada parametricamente pelas equações  $x(t) = -1 + t$  e  $y(t) = 2 - 2t$ . Qual é a inclinação da reta?

- 6 Uma empresa investe R\$ 20.000,00 reais em equipamentos. Contador da empresa usa o método de linha para depreciação em 10 anos, que é a estimativa de vida dos equipamentos; isto é, o valor contábil do equipamento decresce a uma taxa constante, de tal forma que ao fim dos 10 anos, aquele valor contábil será zerado. Suponhamos que o valor contábil dos equipamentos seja  $y$  ao fim de  $x$  anos, Qual é a relação entre  $x$  e  $y$ ? Qual o valor contábil dos equipamentos passados 3 anos?