

# Métodos Iterativos para Sistemas Lineares

Luiz Antônio da Silva Medeiros<sup>(1)</sup>

medeiros@ufcg.edu.br

<sup>(1)</sup>UAMAT / UFCG

UFCG, 2019.2

- 1** Métodos Iterativos para Sistemas Lineares
  - Motivação

# MÉTODO DO PONTO FIXO

Seja  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  uma função contínua e  $[a, b]$  um intervalo que contem uma raiz  $\xi$  da equação

$$f(x) = 0.$$

O **Método do Ponto Fixo** consiste em transformar a equação (3) em uma equação equivalente

$$\phi(x) = x$$

e a partir de uma aproximação inicial  $x_0$  gerar uma sequência  $\{x_k\}_{k \in \mathbb{N}}$  de aproximações de  $\xi$  pela equação de recorrência

$$x_{k+1} = \phi(x_k).$$

# MÉTODO DO PONTO FIXO

Assim, se a sequência  $\{x_k\}$  convergir para um  $\hat{x}$  e com hipótese adicionais sobre a função  $\phi$ , por exemplo exigindo a continuidade, então

$$\begin{aligned}x_k \rightarrow \hat{x} &\Rightarrow \lim_{k \rightarrow \infty} x_{k+1} = \lim_{k \rightarrow \infty} \phi(x_k) \\ &\Rightarrow \hat{x} = \phi(\hat{x}) \\ &\Rightarrow f(\hat{x}) = 0\end{aligned}$$

(1)

# Exemplo

Para a equação  $x^2 + x - 6 = 0$  temos várias funções de iteração, por exemplo:

- $\phi_1(x) = 6 - x^2$
- $\phi_2(x) = \sqrt{6 - x}$
- $\phi_3(x) = \frac{6}{x} - 1$ ;
- $\phi_4(x) = \frac{6}{x+1}$

# Qual função usar?

## Teorema

*Seja  $\xi$  uma raiz da equação  $f(x) = 0$ , isolada num intervalo  $I$ . Seja  $\phi$  uma função de iteração para a equação  $f(x) = 0$ . Se*

- (i)  $\phi$  e  $\phi'$  são contínuas em  $I$ ,*
- (ii)  $|\phi'(x)| \leq M < 1, \forall x \in I$ ,*
- (iii)  $x_0 \in I$*

*então a sequência  $\{x_k\}$  gerada pelo processo iterativo  $x_{k+1} = \phi(x_k)$  converge para  $\xi$ .*