37ª

OLIMPÍADA CAMPINENSE DE MATEMÁTICA

PROFESSOR JOSÉ VIEIRA ALVES

www.mat.ufcg.edu.br/ocm

PROVA NÍVEL II

UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE | CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA

UNIDADE ACADÊMICA DE MATEMÁTICA - UAMat

NOME COMPLETO DO ALUNO

ENDEREÇO | NÚMERO

COMPLEMENTO | BAIRRO

CIDADE | UF | CEP

ENDEREÇO ELETRÔNICO (EMAIL) | DD | TELEFONE FIXO

ESCOLA | DD | TELEFONE CELULAR

GABARITO

1	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**
2	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**
3	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**
4	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**
5	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**
6	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**
7	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**
8	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**
9	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**
10	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**
11	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**
12	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**

Instruções

1. A prova será realizada no dia 23/08/2025 das 14h às 18h.
2. Cada questão vale 10 pontos.
3. Não é permitido o uso de calculadora nem consulta a notas de livros. É permitido o uso de régua, esquadro e compasso não graduados.
4. Para cada questão, assinale com X a alternativa que julgar correta na tabela ao lado. Assinale, com caneta, somente uma alternativa para cada questão.

1. Um certo cilindro, de volume V, tem seu o raio da base aumentado em 20% e sua altura diminuída em 50%. Qual será o novo volume em relação ao original?

   (a) $30\%V$ (b) $216\%V$ (c) $100\%V$ (d) $72\%V$ (e) $36\%V$ (f) $40\%V$

2. Uma bandeira é formada por 4 listras que devem ser coloridas usando apenas as cores verde, azul e vermelho. Se cada listra deve ter apenas uma cor e não se pode usar cores iguais em listras adjacentes, de quantos modos se pode colorir a bandeira?

   (a) 24 (b) 81 (c) 11 (d) 12 (e) 6 (f) 36

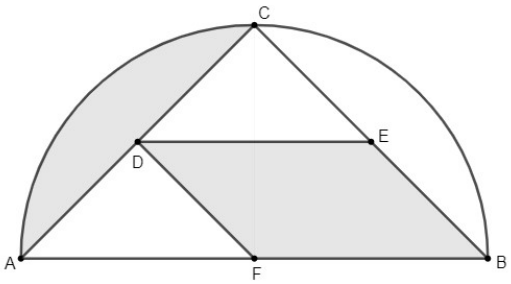
3. A escala N de temperaturas foi feita com base nas previsões de máxima e mínima em Campina Grande no mês de maio. A correspondência com a escala Celsius é afim e sabemos o seguinte:

^oN	^oC
0	19
100	31

   Em que temperatura ferve a água na escala N?

   (a) 0 (b) 2 (c) 120 (d) 100 (e) 200 (f) 675

4. Na figura abaixo, o semicírculo de centro F tem raio 1cm. Sabendo-se que AB é diâmetro, CF é raio, o triângulo ABC é isósceles e os triângulos CDE e DAF são congruentes, qual a área da região cinza?



   (a) $1/4$ (b) $\pi/4$ (c) $\pi/2$ (d) 1 (e) 2 (f) π

5. A expressão

$$(x-9)(2y-1)+(1-y)(-2z-1)+(-\frac{1}{2}z-1)(4x+4)+(x-y+z)^2$$

é válida para todos $x, y, z \in \mathbb{R}$. O menor valor possível para tal expressão pode ser escrito na forma $\frac{p}{q}$, com p e q inteiros relativamente primos. Então, $p \cdot q$ tem o valor:

(a) -123 (b) 211 (c) -345 (d) -314 (e) 93 (f) 501

6. No sistema *indo-arábico*, ou *posicional de base 10*, utilizamos as potências inteiras não-negativas de 10, ou seja, 1, 10, 10^2, 10^3, 10^4, ..., para representar um número natural. Por exemplo, $129 = 1 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 9 \cdot 1$ é a representação nesse sistema para o número que consiste de 129 unidades. Sistemas posicionais em outras bases $b > 1$ também podem ser considerados. Por exemplo, $(129)_2 = 10000001$ é a representação do mesmo número em base 2. Dito isso, suponha $b > 1$ e que um dado número inteiro n satisfaça

$$(n)_b = 727 \quad \text{e} \quad (n)_{b+2} = 660.$$

O valor de b é:

(a) 10 (b) 21 (c) 29 (d) 12 (e) 60 (f) 34

7. Sejam $N \geq 3$ inteiro e a sequência crescente $a_1 < a_2 < \cdots < a_n$ de todos os inteiros positivos menores do que N tais que

$$\text{mdc}(N, a_i) = 1, \ i = 1, 2, \ldots, n.$$

Por exemplo, se $N = 6$, então $a_1 = 1 < a_2 = 5$.

Relativamente às afirmativas seguintes, classifique-as segundo os valores V, se verdadeira, e F, se falsa.

(I) Se a sequência acima possui $N-1$ termos, isto é, $n = N-1$, então N é primo.

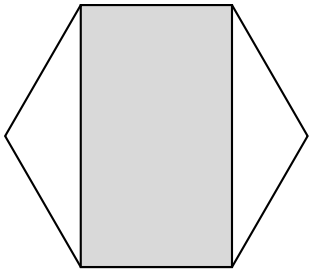
(II) Se $N = 2^k$, para algum $k \geq 2$ inteiro, então $\text{mdc}(N, a_i + a_{i+1}) \geq 4$, $\forall i = 1, \ldots, 2^{k-1}-1$.

(III) Se $N = 3^k$, para algum $k \geq 1$ inteiro, $\text{mdc}(N, a_i + a_{i+1}) \geq 9$, $\forall i = 1, \ldots, 2 \cdot 3^{k-1} - 1$.

A correspondência correta entre os valores V e F e as afirmativas, respeitando a ordem em que foram apresentadas, é:

(a) V-F-F (b) V-V-F (c) V-V-V (d) F-F-V (e) V-V-V (f) F-V-F

8. A figura abaixo exibe um hexágono regular que contém um retângulo em seu interior (pintado em cinza).



Percentualmente, quão maior é a área do hexágono relativamente à área do retângulo ?

(a) 50% (b) 38% (c) 41% (d) 35% (e) 20% (f) 55%

9. A medida dos ângulos A,B,C e D de um quadrilátero ABCD estão na razão de 1:2:3:4. A medida do menor ângulo em graus é:

(a) 30° (b) 60° (c) 20° (d) 45º (e) 18° (f) 36°

10. Uma turma fez uma prova. Se a nota mais alta, 96, for retirada, a média da turma inteira diminui para 75. Se a nota mais baixa, 42, for retirada, a média da turma inteira aumenta para 78. Quantos alunos há na turma?

(a) 10 (b) 25 (c) 12 (d) 19 (e) 32 (f) 18

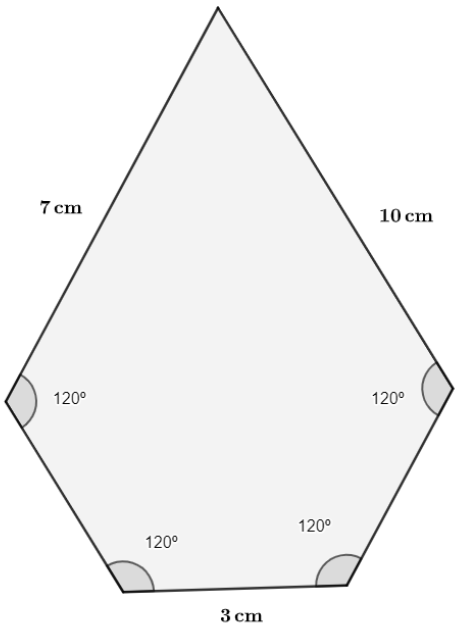
11. A solução da equação

$$\sqrt{x+\sqrt{2x-1}}+\sqrt{x-\sqrt{2x-1}}=2$$

é:

(a) $\frac{1}{2}$ (b) 2 (c) $\frac{3}{2}$ (d) 3 (e) $\frac{2}{3}$ (f) 4

12. A medida do perímetro do polígono abaixo é:



(a) 27 cm (b) 31 cm (c) 29 cm (d) 32 cm (e) 34 cm (f) 30 cm