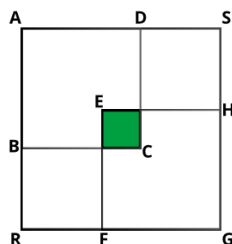


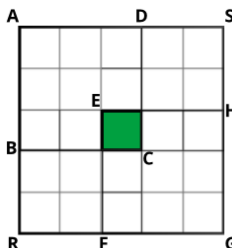


1. Os quadrados ABCD e EFGH têm a mesma área e a área do quadrado sombreado é igual a  $\frac{1}{9}$  do quadrado ABCD. Se a área do quadrado sombreado é  $49\text{cm}^2$ , qual é a área do quadrado ARGS?



- (a)  $1960\text{cm}^2$                       (c)  $1127\text{cm}^2$                       (e)  $1227\text{cm}^2$   
 (b)  $1470\text{cm}^2$                       (d)  $1225\text{cm}^2$                       (f)  $1764\text{cm}^2$

**Solução:** Observe que é possível acomodar 9 quadrados sombreados no interior do quadrado ABCD. Além disso, procedendo com um corte da figura, verificamos que o quadrado sombreado corresponde a  $\frac{1}{25}$  da área do maior quadrado ARGS. Mais precisamente,



Então, a área de ARGS é:  $25 \times 49 = 1225\text{cm}^2$ .

**Resposta:** (d)  $1225\text{cm}^2$

2. Uma farmácia dá 15% de desconto sobre o preço de tabela de todos os medicamentos que vende. Além disso, sobre o valor já com desconto, inclui uma taxa fixa de serviço de R\$4,00 referente à emissão da nota fiscal. Ao adquirir um medicamento cujo preço de tabela é R\$120,00, qual será o valor final pago pelo cliente?

- (a) R\$102,80                      (c) R\$105,60                      (e) R\$108,00  
 (b) R\$104,00                      (d) R\$106,00                      (f) R\$112,00

**Solução:**

**Solução 1** - A pessoa irá pagar 120 reais menos o desconto que é de 15% sobre 120 mais a taxa de 4 reais. Ou seja,

$$120 - 0,15 \cdot 120 + 4 = 120 - 18 + 4 = 106,00 \text{ reais.}$$

**Solução 2** - Podemos também resolver este problema notando que se o desconto é de 15% então o preço que a pessoa irá pagar é 85% de 120 mais a taxa de 4 reais, ou seja

$$0,85 \cdot 120 + 4 = 102 + 4 = 106,00 \text{ reais.}$$

**Resposta:** (d) R\$106,00

3. Cada letra representa um número inteiro, e os números externos indicam a soma dos números na linha ou na coluna. Qual é o valor de  $z$ ?

$x$	$y$	$x$	$x$	78
20	$x$	$z$	$y$	
$y$	$y$	24	$z$	
$x$	$z$	$x$	$z$	102
				81

- (a) 15            (b) 21            (c) 30            (d) 40            (e) 42            (f) 63

**Solução:** Com base na tabela proposta na questão, obtemos

$$3x + y = 78$$

$$2x + 2z = 102$$

$$x + 2y + z = 81$$

Isolando  $y$  na primeira equação, podemos reescrevê-la na forma

$$y = 78 - 3x$$

e, na segunda equação isolando  $z$ , segue que  $z = 51 - x$ . Agora, basta substituir as expressões de  $y$  e  $z$  na terceira equação para obter

$$x + 2(78 - 3x) + 51 - x = 81,$$

donde concluímos, resolvendo a equação acima, que  $x = 21$ . Finalmente, para obter o valor de  $z$  basta substituir o valor encontrado de  $x$  na equação  $z = 51 - x$ . Portanto,  $z = 30$ .

**Resposta:** (c) 30

4. Em 2022, uma biblioteca escolar tinha 200 livros de literatura, dos quais 40% eram de aventura. No ano seguinte, a porcentagem de livros de aventura passou a ser 25%, mas a quantidade de livros de aventura permaneceu a mesma. Quantos livros de literatura havia na biblioteca no ano seguinte?

- (a) 280      (b) 295      (c) 300      (d) 318      (e) 320      (f) 340

**Solução:** Em 2022 haviam 200 livros. Desses, 40% eram de aventura, ou seja,

$$0,4 \cdot 200 = 80.$$

Portanto, havia 80 livros de aventura. No ano seguinte, a quantidade de livros de aventura permaneceu 80, mas passou a representar 25% do total. Então,

$$0,25 \cdot T = 80 \Rightarrow T = \frac{80}{0,25} \Rightarrow T = 320.$$

**Resposta:** (e) 320

5. Sejam  $a$  e  $b$  números inteiros positivos tais que

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

é um número inteiro. Assinale a alternativa **incorreta**.

- (a)  $a = b$ .      (c)  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} > 2$ .      (e)  $a + b = 2$  ou  $a + b = 4$ .  
(b)  $a = 1$  ou  $a = 2$ .      (d)  $b = 1$  ou  $b = 2$ .      (f)  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$  ou  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 2$ .

**Solução:** Temos

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab} = k \in \mathbb{Z}_+.$$

Portanto,

$$a + b = kab.$$

Assim  $a|b$  e  $b|a$ . Como  $a, b > 0$ , segue que  $a = b$ . Por outro lado, como  $k$  é inteiro, obtemos  $a = b = 1$  ou  $a = b = 2$ . Verificando as alternativas:

- (a) (verdadeira).
- (b) (verdadeira).
- (c) (falsa).
- (d) (verdadeira).
- (e) (verdadeira).
- (f) (verdadeira).

**Resposta:** (c)  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} > 2$

6. Ravi e Theo disputam um jogo composto por 10 rodadas. Em cada rodada, exatamente um dos dois jogadores marca 1 ponto. Em um certo momento da partida, sabe-se que:

- se, na rodada imediatamente anterior, Ravi tivesse marcado o ponto no lugar de Theo, então Ravi teria o dobro da pontuação de Theo;
- se Theo vencer a próxima rodada, as pontuações dos dois jogadores ficarão iguais.

Com base nessas informações, determine quantas rodadas ainda faltam para o término do jogo.

- (a) 0            (b) 1            (c) 2            (d) 3            (e) 4            (f) 5

**Solução:** Seja  $x$  o número de pontos de Ravi e  $y$  o número de pontos de Theo. A primeira informação nos diz que se um dos pontos de Theo passasse para Ravi, então Ravi teria o dobro dos pontos de Theo, ou seja,

$$2(y - 1) = x + 1.$$

O que implica em

$$2y - x = 3. \tag{1}$$

Pela segunda informação, temos que

$$y + 1 = x. \quad (2)$$

De (1) e (2), obtemos que  $x = 5$  e  $y = 4$ . Como em que cada rodada é atribuído 1 ponto a um jogador, então já foram jogadas 9 rodadas, sendo assim, falta apenas 1 rodada para o fim do jogo.

**Resposta:** (b) 1

7. Uma professora de Matemática aplicou uma prova para uma turma com 30 alunos. Ao calcular a média das notas, encontrou o valor de 7,5. Posteriormente, ao revisar os registros, percebeu que havia cometido um erro ao lançar a nota de uma aluna: registrou 4,0 quando, na verdade, a nota correta era 7,0. Com base nessa correção, qual é a média correta da turma?

- (a) 7,5      (b) 7,6      (c) 7,7      (d) 7,8      (e) 7,3      (f) 7,2

**Solução:** A média inicial das notas é 7,5 para um total de 30 alunos. Logo, a soma das notas é:

$$S = 30 \cdot 7,5 = 225.$$

Entretanto, houve um erro no registro de uma nota: foi anotado 4,0 no lugar de 7,0. Isso significa que a soma das notas está 3,0 unidades menor do que deveria, pois:

$$7,0 - 4,0 = 3,0.$$

Corrigindo a soma:

$$S_{\text{correta}} = 225 + 3 = 228.$$

Agora, calculamos a média correta:

$$\bar{x} = \frac{228}{30} = 7,6.$$

**Resposta:** (b) 7,6

8. Um reservatório pode ser totalmente preenchido por uma torneira em 3 horas, ou por outra torneira mais potente em apenas 2 horas. Após algum tempo de uso, verificou-se que a torneira mais lenta já funcionou por 2 horas. Considerando que ainda resta parte do reservatório a ser preenchida, por quanto tempo a torneira mais potente deverá funcionar para completar o enchimento?

- (a) 20 minutos                      (c) 40 minutos                      (e) 90 minutos  
 (b) 30 minutos                      (d) 60 minutos                      (f) 120 minutos

**Solução:** Sabendo que a torneira mais lenta 3 horas para preencher o reservatório, então em 2 horas ela preencheu:

$$\begin{array}{r} 3 \text{ horas} - 1 \\ 2 \text{ horas} - x \end{array}$$

o que nos dá  $x = \frac{2}{3}$  do reservatório preenchido. Assim, ainda precisa preencher  $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$  do reservatório. Como a torneira mais potente leva apenas 2 horas para preencher o reservatório completo, então o tempo que levará para preencher  $\frac{1}{3}$  será

$$\begin{array}{r} 2 \text{ horas} - 1 \\ t \text{ horas} - \frac{1}{3} \end{array}$$

O que nos dá  $t = \frac{2}{3}$  de uma hora, ou seja,

$$\frac{2}{3} \cdot 60 \text{ minutos} = \frac{120}{3} \text{ minutos} = 40 \text{ minutos.}$$

**Resposta:** (c) 40 minutos

9. Diz-se que um número inteiro positivo é um *palíndromo* (ou capicua) se quando seus algarismos são reescritos em ordem inversa, o número obtido é o mesmo. Por exemplo, 121 e 4444 são números palíndromos. Quantos palíndromos ímpares formado por 4 algarismos existem?

- (a) 25                      (b) 50                      (c) 90                      (d) 100                      (e) 225                      (f) 450

**Solução:** Um número palíndromo formado por 4 algarismo deve ter a seguinte estrutura:

$$a \ b \ b \ a$$

A fim de que o palíndromo seja um número ímpar temos 5 opções de escolhas para o algarismo  $a$ , a saber 1,3,5,7, 9. Já para o algarismo  $b$ , há 10 opções de escolhas,  $b \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ . Logo, usando o Princípio Fundamental da Contagem (Princípio Multiplicativo), existem  $5 \cdot 10 = 50$  números palíndromos ímpares formado por 4 algarismos.

**Resposta:** (b) 50

10. Considere os números naturais  $M = 2 \times 3 \times 5 \times 7 - 1$  e  $N = 2 \times 3 \times 5 \times 7 + 1$ . Sobre  $M$  e  $N$  é correto afirmar:

- (a)  $M$  é divisível por um número primo  $p \in \{2, 3, 5, 7\}$ .
- (b)  $N$  é divisível por um número primo  $p \in \{2, 3, 5, 7\}$ .
- (c)  $M$  é primo, mas  $N$  não é primo.
- (d)  $M$  não é primo, porém  $N$  é primo.
- (e)  $M$  e  $N$  são números primos.
- (f) Nenhum dos números,  $M$  e  $N$ , é primo.

**Solução:** Notemos que

$$M = 2 \times 3 \times 5 \times 7 - 1 = 10 \times 21 - 1 = 210 - 1 = 209$$

e

$$N = 2 \times 3 \times 5 \times 7 + 1 = 10 \times 21 + 1 = 210 + 1 = 211$$

As alternativas A e B são claramente falsas. A alternativa C é falsa, pois  $M = 209 = 11 \times 19$ , certificando que  $M$  não é primo. Disso, se conclui que a alternativa E também é falsa, restando determinar o valor lógico das alternativas D e F. Ora, o número 211 é primo. De fato, o Crivo de Eratóstenes assegura que se 211 possui algum fator primo  $p$  em sua decomposição, então  $2 \leq p \leq \sqrt{211} < \sqrt{225} = 15$ . Verifica-se que nenhum dos números primos 2,3,5,7,11 ou 13 divide 211. Logo, 211 é primo. Diante do exposto, concluímos que a alternativa F é falsa e que a alternativa D é a única verdadeira.

**Resposta:** (d)  $M$  não é primo, porém  $N$  é primo.

11. Um recipiente A contém 200 ml de uma mistura na qual 20% é de suco de laranja. Um outro recipiente B, contém 300 ml de mistura, mas com 30% de suco de laranja. Os conteúdos dos recipientes A e B são adicionados a um único recipiente C, formando uma mistura. Qual é a porcentagem de suco de laranja na mistura contida no recipiente C?

- (a) 50%
- (b) 30%
- (c) 26%
- (d) 25%
- (e) 24%
- (f) 20%

**Solução:** Dado que o recipiente A contém 20% de suco laranja, constata-se que nele há  $\frac{20}{100} \cdot 200 = 40$  ml de suco de laranja. De modo similar, conclui-se que no recipiente B há  $\frac{30}{100} \cdot 300 = 90$  ml de suco de laranja. Agregando-se os conteúdos dos recipientes A e B em um recipiente C, tem-se que este último possui 500 ml da mistura, dos quais 130 ml são de suco de laranja. Logo, a porcentagem de suco de laranja no recipiente C é dada por

$$\frac{130}{500} = \frac{13}{50} = \frac{26}{100} = 0,26$$

**Resposta:** (c) 26%

12. O Futebol é o esporte mais popular do nosso planeta. A FIFA, entidade reguladora do esporte, estabelece as regras do jogo e as normas para disputadas das partidas. Em relação às dimensões dos campos de futebol em que serão jogadas partidas internacionais, a FIFA fixa as seguintes dimensões, mínimas e máximas, que devem seguidas:

	Dimensão mínima	Dimensão máxima
Comprimento, em metros (linha lateral)	100	110
Largura, em metros (linha de fundo)	64	75

Se  $A$  representa um campo no qual as dimensões dos retângulo são as mínimas e  $B$  um campo cujas dimensões são máximas, então qual é a porcentagem de área, a mais, que o campo B possui em relação ao campo A?

- (a) 10,00%   (b) 11,35%   (c) 12,80%   (d) 17,19%   (e) 22,42%   (f) 28,91%

**Solução:** Denotemos por  $S_A$  e  $S_B$  as áreas dos campos de dimensões mínimas e máximas, respectivamente. Constata-se que

$$S_A = 100 \cdot 64 = 6400 \text{ m}^2$$

e

$$S_B = 110 \cdot 75 = 8250 \text{ m}^2.$$

Logo, a porcentagem de área, a mais, que o campo B possui em relação ao campo A é dada pela seguinte razão:

$$\frac{8250 - 6400}{6400} = \frac{185}{640} = \frac{37}{128} \approx 0,2891$$

38ª edição.

OLIMPIADA CAMPINENSE DE  
**MATEMÁTICA**  
PROFESSOR JOSÉ VIEIRA ALVES  
[www.mat.ufcg.edu.br/ocm](http://www.mat.ufcg.edu.br/ocm)

---

**Resposta:** (f) 28,91%