

Universidade Federal de Campina Grande - UFCG

Centro de Ciências e Tecnologias - CCT

Unidade Acadêmica de Matemática - UAMat

Disciplina: Cálculo Diferencial e Integral I

Lista 4 - Integral

1 - Use o Teorema Fundamental do Cálculo para calcular as derivadas das funções:

$$a) g(x) = \int_1^x \frac{1}{t^3 + 1} dt$$

$$b) g(r) = \int_0^r \sqrt{x^2 + 4} dx$$

$$c) g(x) = \int_x^1 \cos(\sqrt{t}) dt$$

$$d) h(x) = \int_1^{e^x} \ln t dt$$

$$e) h(x) = \int_0^{tg(x)} \sqrt{t + \sqrt{t}} dt$$

$$f) y = \int_{1-3x}^1 \frac{u^3}{1+u^2} du$$

$$g) g(x) = \int_{2x}^{3x} \frac{u^2 - 1}{u^2 + 1} du$$

$$h) g(x) = \int_x^{x^2} e^{t^2} dt$$

2 - Suponha que $\int_1^x f(t) dt = x^2 - 2x + 1$. Determine $f(x)$.

3 - Calcule $f'(2)$ onde $f(x) = e^{g(x)}$ com $g(x) = \int_2^x \frac{t}{t^2 + 1} dt$.

4 - Sejam f e g funções contínuas com:

$$\int_1^2 f(x) dx = -4, \quad \int_1^5 f(x) dx = 6, \quad \int_1^5 g(x) dx = 8.$$

Calcule as seguintes integrais:

$$a) \int_2^2 g(x) dx$$

$$b) \int_5^1 g(x) dx$$

$$c) \int_1^2 3f(x) dx$$

$$d) \int_2^5 f(x) dx$$

$$e) \int_1^5 [f(x) - g(x)] dx$$

$$f) \int_1^5 [4f(x) - g(x)] dx$$

5 - Calcule:

$$(a) \int_0^1 (x + 3) dx$$

$$(b) \int_0^4 \frac{1}{2} dx$$

$$(c) \int_{-2}^1 (x^2 - 1) dx$$

$$(d) \int_1^3 \frac{1}{x^3} dx$$

$$(e) \int_{-1}^1 5 dx$$

$$(f) \int_0^1 \left(5x^3 - \frac{1}{2} \right) dx$$

$$(g) \int_{-2}^{-1} \left(\frac{1}{x^2} + x \right) dx$$

$$(h) \int_0^4 \sqrt{x} dx$$

$$(i) \int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$$

$$(j) \int_0^8 \sqrt[3]{x} dx$$

$$(k) \int_1^4 \frac{1+x}{x^3} dx$$

$$(l) \int_0^1 (x - 3)^2 dx$$

$$(m) \int_1^2 \left(\frac{1 + 3x^2}{x} \right) dx$$

$$(n) \int_{-\pi}^0 \text{sen}(3x) dx$$

$$(o) \int_0^{\pi/4} \text{sen} x dx$$

$$(p) \int_{-1}^0 e^{-2x} dx$$

$$(q) \int_0^{\pi/3} (3 + \cos(3x)) dx$$

$$(r) \int_0^{\pi/2} \cos^2 x dx$$

$$(s) \int_0^{\pi/2} \sin^2 x \, dx$$

$$(t) \int_0^{\pi/4} \sec^2 x \, dx$$

6 - Desenhe o conjunto A abaixo e calcule a área:

- (a) A é o conjunto do plano limitado pelas retas $x = 1$, $x = 3$, pelo eixo $0x$ e pelo gráfico de $y = x^3$.
- (b) A é o conjunto do plano limitado pelas retas $x = 1$, $x = 4$, $y = 0$ e pelo gráfico de $y = \sqrt{x}$.
- (c) A é o conjunto de todos (x, y) tais que $x^2 - 1 \leq y \leq 0$.
- (d) A é o conjunto de todos (x, y) tais que $0 \leq y \leq 4 - x^2$.
- (e) A é o conjunto de todos (x, y) tais que $0 \leq y \leq |\sin x|$, com $0 \leq x \leq 2\pi$.
- (f) A é a região do plano compreendida entre o eixo $0x$ e o gráfico de $y = x^2 - x$, com $0 \leq x \leq 2$.
- (g) A é o conjunto do plano limitado pela reta $y = 0$ e pelo gráfico de $y = 3 - 2x - x^2$, com $-1 \leq x \leq 2$.
- (h) A é o conjunto do plano limitado pelas retas $x = -1$, $x = 2$, $y = 0$ e pelo gráfico de $y = x^2 + 2x + 5$.
- (i) A é o conjunto do plano limitado pelas retas $x = 0$, $x = \pi$, $y = 0$ e pelo gráfico de $y = \cos x$.
- (j) A é o conjunto de todos (x, y) tais que $x \geq 0$ e $x^3 \leq y \leq x$.
- (k) A é o conjunto do plano limitado pela reta $y = x$, pelo gráfico de $y = x^3$, com $-1 \leq x \leq 1$.
- (l) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; 0 \leq x \leq 1 \text{ e } \sqrt{x} \leq y \leq 3\}$.
- (m) A é o conjunto do plano limitado pelas retas $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$ e pelos gráficos de $y = \sin x$ e $y = \cos x$.
- (n) A é o conjunto de todos os pontos (x, y) tais que $x^2 + 1 \leq y \leq x + 1$.

(o) A é o conjunto de todos os pontos (x, y) tais que $x^2 - 1 \leq y \leq x + 1$.

(p) A é o conjunto de todos os pontos (x, y) tais que $x \geq 0$ e $-x \leq y \leq x - x^2$.

7 - Calcule:

$$(a) \int (3x - 2)^3 dx$$

$$(b) \int \sqrt{3x - 2} dx$$

$$(c) \int \frac{1}{(3x - 2)^2} dx$$

$$(d) \int \frac{1}{3x - 2} dx$$

$$(e) \int x \operatorname{sen}(x^2) dx$$

$$(f) \int x e^{x^2} dx$$

$$(g) \int x^2 e^{x^3} dx$$

$$(h) \int x^3 \cos(x^4) dx$$

$$(i) \int \cos^3 x \operatorname{sen} x dx$$

$$(j) \int \operatorname{sen}^5 x \cos x dx$$

$$(k) \int \frac{2}{x + 3} dx$$

$$(l) \int \frac{5}{4x + 3} dx$$

$$(m) \int \frac{x}{1 + 4x^2} dx$$

$$(n) \int \frac{3x}{5 + 6x^2} dx$$

$$(o) \int \frac{x}{(1 + 4x^2)^2} dx$$

$$(p) \int x \sqrt{1 + 3x^2} dx$$

$$(q) \int e^x \sqrt{1 + e^x} dx$$

$$(r) \int \frac{\operatorname{sen} x}{\cos^2 x} dx$$

GABARITO

1. a) $g'(x) = \frac{1}{x^3 + 1}$ b) $g'(r) = \sqrt{r^2 + 4}$ c) $g'(x) = -\cos(\sqrt{x})$ d) $h'(x) = xe^x$
 e) $h'(x) = \sec^2 x \sqrt{\operatorname{tg} x + \sqrt{\operatorname{tg} x}}$ f) $\frac{dy}{dx} = \frac{3(1-3x)^3}{1+(1-3x)^2}$ g) $g'(x) = 2\frac{4x^2-1}{4x^2+1} +$
 $3\frac{9x^2-1}{9x^2+1}$ h) $h'(x) = 2xe^{x^4} - e^{x^2}$

2. $f(x) = 2x - 2$. 3. $\frac{2}{5}$ 4. a) 0 b) -8 c) -12 d) 10 e) -2 f) 16.

5. (a) $\frac{7}{2}$ (b) 2 (c) 0 (d) $\frac{4}{9}$ (e) 10 (f) $\frac{3}{4}$ (g) -1 (h) $\frac{16}{3}$ (i) 2 (j) 12
 (k) $\frac{39}{32}$ (l) $\frac{19}{3}$ (m) $\ln 2 + \frac{9}{2}$ (n) $-\frac{2}{3}$ (o) $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$ (p) $\frac{1}{2}(e^2 - 1)$ (q) π
 (r) $\frac{\pi}{4}$ (s) $\frac{\pi}{4}$ (t) 1

6. (a) 20 (b) $\frac{14}{3}$ (c) $\frac{4}{3}$ (d) $\frac{32}{3}$ (e) 4 (f) 1 (g) $\frac{23}{3}$ (h) 21 (i) 2 (j) $\frac{1}{4}$
 (k) $\frac{1}{2}$ (l) $\frac{7}{3}$ (m) $2(\sqrt{2} - 1)$ (n) $\frac{1}{6}$ (o) $\frac{9}{2}$ (p) $\frac{4}{3}$

7. (a) $\frac{(3x-2)^4}{12} + k$ (b) $\frac{2}{9}\sqrt{(3x-2)^3} + k$ (c) $-\frac{1}{3(3x-2)^2} + k$ (d) $\frac{1}{3}\ln|3x-2| + k$
 (e) $-\frac{1}{2}\cos x^2 + k$ (f) $\frac{1}{2}e^{x^2} + k$ (g) $\frac{1}{3}e^{x^3} + k$ (h) $\frac{1}{4}\operatorname{sen}(x^4) + k$ (i) $-\frac{\cos^4 x}{4} + k$
 (j) $\frac{\operatorname{sen}^6 x}{6} + k$ (k) $2\ln|x+3| + k$ (l) $\frac{5}{4}\ln|4x+3| + k$ (m) $\frac{1}{8}\ln(1+4x^2) + k$ (n)
 $\frac{1}{4}\ln(5+6x^2) + k$ (o) $-\frac{1}{8(1+4x^2)} + k$ (p) $\frac{1}{9}\sqrt{(1+3x^2)^3} + k$ (q) $\frac{2}{3}\sqrt{(1+e^x)^3} + k$
 (r) $\frac{1}{\cos x} + k$