

PET MATEMÁTICA-UFCG

Atividade Dirigida de Aprendizagem (ADA): As meninas matemáticas e uma nova demonstração do Teorema de Pitágoras

Petianos: Camila Albuquerque Ferreira, Julia Raquel Brasileiro de Oliveira, Taiane Barboza Silva.

Tutor: Daniel Cordeiro de Moraes Filho.



Ne'Kiya Jackson (à esquerda) e Calcea Johnson (à direita).
Imagem gerada, com a orientação dos autores, por IA (ChatGPT).

I. Um pouco da história de Ne’Kiya Jackson e Calcea Johnson e o começo da publicação do artigo *"Five or ten new proofs of the Pythagorean Theorem"*¹

O Teorema de Pitágoras é extremamente antigo. Segundo o livro de Elisha Scott Loomis (1852-1940) (LOOMIS, E. S., 1968), intitulado *A Proposição Pitagórica*, muito antes de Pitágoras de Samos (570 a.C. – 490 a.C.), os egípcios já sabiam formar ângulos retos usando uma corda dividida em 3, 4 e 5 partes, prática realizada por trabalhadores conhecidos como “esticadores de corda”. Hoje, ainda se utilizam métodos semelhantes na construção civil. A partir dessa ideia simples, Pitágoras generalizou o raciocínio e demonstrou que, em qualquer triângulo retângulo, a área do quadrado sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados sobre os catetos.

Este trabalho apresenta uma das proposições mais importantes da Matemática: o Teorema de Pitágoras, estudado desde o ensino básico ao ensino superior, e esta Atividade Dirigida de Aprendizagem tem como base a demonstração inédita deste Teorema, criada por Ne’Kiya Jackson e Calcea Johnson (JACKSON; JOHNSON, 2024), as quais serão apresentadas a seguir.



Recebimento da chave da cidade de Nova Orleans. Ne’Kiya Jackson (à esquerda), Prefeita LaToya Cantrell (ao centro) e Calcea Johnson (à direita)

Fonte: foto retirada do instagram da prefeita da cidade de Nova Orleans.

Em 2022, as estudantes estadunidenses do ensino médio Calcea Johnson e Ne’Kiya Jackson, da St. Mary’s Academy (Nova Orleans), foram desafiadas, durante uma competição escolar, a encontrar uma nova maneira de demonstrar o mais conhecido teorema de todos os tempos, o Teorema de Pitágoras. E surpreenderam o mundo da matemática ao criarem cinco demonstrações inéditas do Teorema de Pitágoras, utilizando apenas identidades da trigonometria, algo até então considerado inviável, pois apresentaria risco de raciocínio circular (é quando usamos a própria ideia que queremos provar como parte da demonstração). A partir desse método, chegaram a outras cinco demonstrações, totalizando dez, sendo nove inéditas (SCIENCE DAILY, 2024).

Ao destacar essa conquista, o Grupo PET-Matemática-UFCG não apenas valoriza uma contribuição matemática significativa, como também reconhece a importância simbólica e social da trajetória dessas duas jovens, que são meninas, negras e estudantes do ensino médio, características que, infelizmente, ainda estão sub-representadas no campo das ciências exatas (SCIENCE DAILY, 2024).

Em 2023, na cidade de Atlanta na Georgia, em um dos principais encontros científicos de

¹ "Cinco ou dez novas demonstrações do Teorema de Pitágoras"

matemática dos Estados Unidos, Calcea Johnson e Ne’Kiya Jackson apresentaram as demonstrações na Reunião Regional da American Mathematical Society (AMS), um dos principais encontros científicos de matemática dos Estados Unidos. Na ocasião, receberam dos avaliadores a recomendação de submeter o trabalho para publicação, em razão de sua originalidade e relevância (THE GUARDIAN, 2024). Em outubro de 2024, o artigo foi publicado na American Mathematical Monthly, uma prestigiada revista de Matemática. A editora-chefe da revista, Della Dumbaugh, declarou que “este trabalho ecoa o espírito de Benjamin Finkel, quando fundou o Monthly em 1894, para colocar a matemática ao alcance de professores e estudantes”(SCIENCE DAILY, 2024).

A repercussão foi ampla, as jovens se tornaram notícia em grandes canais televisivos como CBS News, The Guardian, Smithsonian Magazine e chegaram a receber elogios de Michelle Obama (ex-primeira-dama dos EUA). Além disso, as duas jovens foram homenageadas na cidade de Nova Orleans, recebendo as chaves da cidade em reconhecimento pela contribuição à Matemática (THE GUARDIAN, 2024).

Atualmente, Calcea Johnson cursa Engenharia Ambiental na Louisiana State University, enquanto Ne’Kiya Jackson estuda Farmácia na Xavier University of Louisiana, conciliando a vida acadêmica com a continuidade das revisões e aprimoramentos do artigo (SCIENCE DAILY, 2024).

Segundo Calcea Johnson, “o maior orgulho é saber que podemos ser uma influência positiva, mostrando que outras jovens são capazes de fazer o que quiserem” (SCIENCE DAILY, 2024).

A trajetória dessas estudantes evidencia como educação, apoio e persistência não apenas possibilitam contribuições inéditas à matemática, mas também ampliam as oportunidades e incluem quem pode ocupar e transformar os espaços da ciência. Nessa trajetória, o PET-Matemática-UFCG está engajado!

I. Vamos fazer a demonstração das meninas!

Antes de começar no passo a passo da demonstração das meninas, veja que nosso objetivo não é guiá-los para uma demonstração já pronta, mas convidá-lo a viver a experiência da descoberta, percorrendo o mesmo caminho (ou algo parecido), ao raciocínio que levou as jovens a criarem uma nova forma de demonstrar o Teorema de Pitágoras. Além da autonomia ao seguir cada passo, você estará exercitando a criatividade, a lógica e a capacidade de justificar suas deduções e ideias com propriedade.

Usaremos as seguintes notações:

- i) O traço em cima das duas letras estará relacionado a medida do segmento de reta AB ;
- ii) O acento em cima de uma letra estará relacionado ao ângulo, referente ao vértice A .

- (1) Com a Folha de desenho 1 (em anexo, ao final), desenhe um grande triângulo retângulo com vértices A , B e C , marcados no sentido anti-horário, com ângulo reto em A e com lados a , b e c , respectivamente opostos a esses vértices. Faça um desenho grande.

Marque e chame de α o ângulo interno no vértice C e de β o ângulo interno no vértice B .

- (2) Para uma demonstração geral, deve-se considerar os seguintes casos: $\alpha < \beta$, $\beta < \alpha$ e $\alpha = \beta$.

CASO 1: $\alpha < \beta$

- (2.1) Vamos guiá-lo na construção da demonstração do caso $\alpha < \beta$.

Com a Folha de desenho 2 (em anexo), desenhe o triângulo descrito no passo 1 de modo que a relação $\alpha < \beta$ fique visivelmente destacada, caso isso já não tenha ocorrido!

- (2.2) Desse momento em diante, utilize apenas essa folha para fazer a demonstração com o auxílio deste guia.

- (3) A partir do ponto B trace o segmento $\overline{BD}$, tal que:

- i) $\widehat{CBD} = \alpha$;
- ii) $D \in \overline{AC}$.

- (4) Agora determine $\widehat{ADB}$ em função de α e $\widehat{ABD}$ em função de α e de β . Justifique suas respostas!

- (5) Em função do triângulo ABC , encontre:

- i) $\sin(\alpha)$;
- ii) $\sin(\beta)$;
- iii) $\cos(\alpha)$;
- iv) $\cos(\beta)$.

- (6) Encontrados os valores do item anterior, considere a fórmula do seno do arco duplo e do seno da diferença de dois ângulos:

a) $\text{sen}(2\alpha) = 2\text{sen}\alpha\cos\beta;$

b) $\text{sen}(\beta - \alpha) = \text{sen}(\beta)\cos(\alpha) - \text{sen}(\alpha)\cos(\beta).$

A partir dessas identidades, encontre a medida dos lados $\overline{DB}$ e $\overline{DA}$ do triângulo ABD .

- (7) Observando o triângulo original ABC , note que $\overline{AC} = \overline{CD} + \overline{DA}$. No passo (6) foi determinado a medida de $\overline{DA}$, e, do triângulo original, tem-se a medida de $\overline{AC}$. Com isso, determine $\overline{CD}$.
- (8) Observe que o triângulo BCD é isósceles de base $\overline{CB}$, isto é, os segmentos $\overline{CD}$ e $\overline{DB}$ são congruentes. Utilize esta igualdade para concluir o Teorema de Pitágoras

$$a^2 = b^2 + c^2.$$

CASO 2: $\beta < \alpha$

- (9) Agora é com vocês: demonstrem o caso em que $\beta < \alpha$ e confirmem que o resultado permanece o mesmo.

Para isso, basta usar um mesmo desenho como no caso 1, só que agora, troque os ângulos α e β .

CASO 3: $\alpha = \beta$

- (10) Por fim, vamos verificar o caso em que $\alpha = \beta$.

(10.1) Na folha de desenho 3 (em anexo), construa novamente um triângulo retângulo, garantindo que ele seja, desta vez, isósceles com catetos b, c ($b = c$) e hipotenusa a .

(10.2) Marque no triângulo os vértices A, B e C , no sentido anti-horário, com ângulo reto em A e com lados a, c e c , respectivamente opostos a esses vértices.

- (11) Agora desenhe um quadrado sobre cada lado do triângulo, de forma que os lados de cada quadrado tenham exatamente o mesmo comprimento do lado correspondente do triângulo, lembrando que os dois menores lados são os catetos e o maior é a hipotenusa.

- (12) Trace uma diagonal em cada um dos quadrados que estão sobre os catetos e, em seguida, enumere todos os triângulos que forem formados por essas diagonais.

- (13) Em seguida, desenhe as duas diagonais do quadrado de lado a , certificando-se de que elas se cruzem exatamente no centro do quadrado.

(13.1) Enumere todos os triângulos formados após traçar as diagonais do quadrado de lado a .

(13.2) Em seguida, observe com atenção cada triângulo e compare os comprimentos dos seus lados com os dos triângulos obtidos nos dois primeiros quadrados de lado c , identificando quais lados correspondem uns aos outros e como eles se relacionam..

- (14) Finalmente, desses triângulos, observe os quadrados e os triângulos que você desenhou e use as relações entre os lados para concluir que $a^2 = c^2 + c^2$, explicando detalhadamente como cada comprimento contribui para essa igualdade.

Pronto, assim encerramos a demonstração do Teorema de Pitágoras feito pelas meninas .

Referências

JACKSON, N.; JOHNSON, C. Five or ten new proofs of the pythagorean theorem. *The American Mathematical Monthly*, v. 131, n. 9, p. 739–752, out. 2024. Acesso em: 15 jun. 2025.

LOOMIS, E. S. *The Pythagorean Proposition*. Washington, D.C.: National Council of Teachers of Mathematics, 1968. (Classics in Mathematics Education Series).

SCIENCE DAILY. *Two High School Students Discover Groundbreaking Proofs of Pythagorean Theorem*. 2024. Disponível em: <<https://www.sciencedaily.com/releases/2024/10/241028132143.htm>>. Acesso em: 15 jun. 2025.

THE GUARDIAN. *Teens who discovered new way to prove Pythagoras's theorem uncover even more proofs*. 2024. Disponível em: <<https://www.theguardian.com/us-news/article/2024/may/06/pythagoras-theorem-proof-new-orleans-teens>>. Acesso em: 3 ago. 2025.

Folha de desenho 1

Folha de desenho 2

Folha de desenho 3