Matemática, obras de arte milionárias e cárcere

Maria Júlia Araújo Barreto*
Unidade acadêmica de Matemática
Universidade Federal de Campina Grande
Campina Grande, Brasil

Pammella Queiroz de Souza†
Unidade acadêmica de Matemática
Universidade Federal de Campina Grande
Campina Grande, Brasil

Resumo

No início do século XVII, a arte apresentava uma força demasiada na sociedade. O caráter simbólico e subjetivo que pinturas e desenhos possuíam permitiam transcender o conteúdo descritivo, tornando-se sensível e contundente como obra de arte. A exemplo disso, o artista barroco holandês Johannes Vermeer, conhecido por suas poucas obras, foi considerado um dos pintores mais famosos e importantes da epóca. O estilo de Vermeer é caracterizado por suas cores transparentes, composições inteligentes e brilhantes com o uso da luz. Seus quadros são admirados por sua beleza atemporal e domínio da técnica. Vermmer foi um dos pintores mais prolíficos de seu tempo, seus trabalhos incluem "Moça com Brinco de Pérola", "A Leiteira"e "A Pequena Rua". Ele morreu em 1675, deixando suas poucas obras produzidas em vida.

Diante dessa situação, fundações e colecionadores de arte que investem quantias significativas de dinheiro – muitas vezes na compra de uma única obra que pode alcançar um preço alto, devido ao seu valor estético ou mesmo ao seu autor – ficaram muito interessados nas obras de Vermeer. Devido ao promissor futuro financeiro deste setor, muitos falsificadores acabam por replicar e produzir novos produtos. Retornando à perspectiva do século XVII, após perceber a importancia que o Veermer possuía na comunidade da arte somado à decaída em sua carreira, o pintor Han Van Meegeren se especializou nas obras deste autor e tornou-se um dos maiores falsificadores da história.

As Equações Diferenciais entram nesse contexto por serem um componente-chave da análise e um instrumento crucial para o estudo das ciências físicas. Sendo assim, a aplicabilidade das equações diferenciais tanto à matemática pura quanto à matemática aplicada é, portanto, bem reconhecida e vem sendo instrumento de estudo recente por pesquisadores das mais variadas subáreas da matemática. De maneira específica, esse trabalho visa investigar e apresentar um esclarecimento de um intrigante caso de falsificação de artes datado do pós-guerra, ao final da década de 40. Em caráter matemático, este trabalho trata do estudo do decaimento de elementos radioativos que não são estáveis, como os núcleos de átomos que, com o passar do tempo, se desintegram formando novos elementos. Na falsificação de obras de arte, podemos observar as equações diferenciais a partir da perspectiva de que os átomos de certos elementos radioativos não são estáveis e, ao decorrer de um período, esses elementos se desintegram formando novos elementos. Para o nosso propósito, denotaremos o número de átomos de um determinado elemento em uma amostra no instante t por $N(t)$. Sabe-se que a desintegração do número de átomos por unidade de tempo da amostra é diretamente proporcional à quantidade $N(t)$ e, portanto, temos a seguinte relação:

$$N'(t) = -\lambda \cdot N(t), \tag{1}$$

em que λ representa a constante de proporcionalidade. Com base neste modelo, não é difícil ver que, quanto maior for o valor dessa constante, mais rápido a substância analisada decairá.

A equação representada em (1) trata-se de uma Equação Diferencial Ordinária de primeira ordem, linear. Neste caso, considerando a condição inicial $N(t_0) = N_0$ no decaimento radioativo (1), vemos um exemplo

*e-mail: maria.barreto@estudante.ufcg.edu.br, Parcialmente financiada pelo MEC/FNDE/PET
†e-mail: pammellaqueiroz@gmail.com, Apoiada pela Fundação de Apoio à Pesquisa do Estado da Paraíba (FAPESQ), CNPq, Termo de Outorga nº 3183/2021

de variáveis separáveis, cuja solução pode ser encontrada via integração. E, portanto, obtemos o tempo de meia-vida de uma substância genérica em função de sua constante de desintegração

$$t - t_0 = \frac{ln(2)}{\lambda}.$$

Agora que temos ciência do tempo de meia-vida das substâncias, é normal nos questionarmos sobre como descobriremos a procedência dessas obras.

Para o caso das pinturas de Meegeren, e de todos os outros pintores observou-se que todas as pinturas feitas de 2000 anos atrás até os dias atuais usam em sua composição pequenas quantidades de uma substância química chamada Chumbo Branco (Chumbo-210/Pb210), e ainda menores de Rádio (Rádio-226/Ra226).

O Chumbo Branco, presente nos quadros, contém quantidades de substâncias radioativas e é usado para produção de colorações. Além disso, possui uma pequena quantidade de um elemento radioativo Chumbo-210 cuja meia-vida radioativa é de 22 anos, há também uma quantidade de Rádio-226, cuja meia vida é 1600 anos. O processo de decaimento do Chumbo-210 continua até que este entre em equilíbrio radioativo com a pequena quantidade de Rádio da amostra.

Faremos agora uma análise a partir das informações descritas na desintegração e no tempo de meia-vida dos elementos radioativos presentes nas pintutas. Consideremos que $y(t)$ é a quantidade de Chumbo-210 por grama de Chumbo Branco no tempo t, y_0 é a quantidade de Chumbo-210 por grama de Chumbo Branco no tempo t_0 de fabricação do pigmento, $r(t)$ é o número de desintegração do Rádio-226 por minuto por grama de Chumbo Branco no tempo t e λ é a constante de decaimento do Chumbo-210. Então, visualizamos um Problema de Valor Inicial (P.V.I.):

$$\begin{cases} \dfrac{dy(t)}{dt} = -\lambda y(t) + r(t) \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

Ao solucionarmos o problema de valor inicial encontramos a equação a seguir:

$$y(t) = \frac{r}{\lambda} \cdot (1 - e^{-\lambda(t-t_0)}) + y_0 \cdot e^{-\lambda(t-t_0)}. \tag{2}$$

Sabendo que a imagem é bastante antiga precisamos estabelecer qual seria o y_0 para determinar a data da pintura, considerando que a quantidade de radiação emitida do Chumbo- 210 deve ser aproximadamente a mesma quantidade de radiação do Rádio-226, em um período de 300 anos. Enquanto a quantidade de Rádio na pintura permanece quase que constante, o Chumbo-210 já passou por mais de 13 intervalos de meia-vida. Em contrapartida, se a pintura é atual, a quantidade de radiação emitida pelo Chumbo-210 deveria ser bem maior do que a quantidade de radiação emitida pelo Rádio-226.

Nesse caminho faz-se o sentido inverso para resolução do problema; ao invés de inserir as hipóteses iniciais de concentrações, devido às discrepâncias nas amostragens, abordamos o problema com o dado que procurávamos determinar, este é $\Delta t = t - t_0 = 300$ na equação (2) e verificamos, a partir dessa hipótese da idade, que

$$\lambda y_0 = \lambda y e^{300\lambda} - r(e^{300y} - 1).$$

Com o uso de técnicas para resolução de equações diferenciais podemos concluir que, aplicando os dados das pinturas analisadas à equação lograda precedentemente, podemos observar que estas são falsificações modernas das obras de Veermer, fazendo com que Meegeren fosse preso por vender uma de suas falsificações como sendo uma obra original e marcando o fim de uma era para um dos maiores falsificadores do século XVII.

Palavras-chave: Falsificação de obras de arte; Equações Diferencias Ordinárias; Criminalística.

Referências

[1] Gomes, L. D., Determinação do Instante de Morte, Falsificação de Obras de Arte e Outros Problemas Curiosos, Dissertação, Goiania: Universidade Federal de Goiás, 2017.

[2] Evangelista, A. C., Aplicações de Equações Diferenciais: As Falsificações de Arte de Van Meegeren, Artigo Científico, Uberlândia: Universidade de Uberlândia, 2011.