

Exercícios

Funções e Ideia Intuitiva de Limite

1 - Determine o domínio das seguintes funções reais.

$$\begin{array}{lll}
 a) f(x) = 3x + 2 & b) g(x) = \frac{1}{x + 2} & c) h(x) = \frac{x - 1}{x^2 - 4} \\
 d) p(x) = \sqrt{x - 1} & e) q(x) = \frac{1}{\sqrt{x + 1}} & f) r(x) = \frac{x^2 + 1}{\sqrt{x + 1}} \\
 g) s(x) = \sqrt[3]{2x - 1} & h) t(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{2x + 3}} & i) u(x) = \frac{\sqrt[3]{x + 2}}{x - 3}
 \end{array}$$

2 - Construa o gráfico das seguintes funções de \mathbb{R} em \mathbb{R} .

$$\begin{array}{ll}
 a) f(x) = \begin{cases} -4, & \text{se } x < 0 \\ 2x, & \text{se } x \geq 0 \end{cases} & b) f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & \text{se } x \geq 0 \\ -x, & \text{se } x < 0 \end{cases} \\
 c) f(x) = \begin{cases} -x + 2, & \text{se } x > 0 \\ 4, & \text{se } x = 0 \\ 2x + 2, & \text{se } x < 0 \end{cases} & d) f(x) = \begin{cases} 4, & \text{se } x > 1 \\ x^2 + x - 2, & \text{se } -2 \leq x \leq 1 \\ x + 2, & \text{se } x < -2 \end{cases} \\
 e) f(x) = \begin{cases} -1, & \text{se } x > 1 \\ \sqrt{1 - x^2}, & \text{se } 0 < x < 1 \\ |x - 1|, & \text{se } x < 0 \end{cases} & e) f(x) = \begin{cases} -1 + \sqrt{x}, & \text{se } x > 0 \\ -1, & \text{se } -1 < x < 0 \\ -2 + |x + 2|, & \text{se } x < -1 \end{cases}
 \end{array}$$

3 - Determine o domínio, a imagem e um esboço do gráfico da função

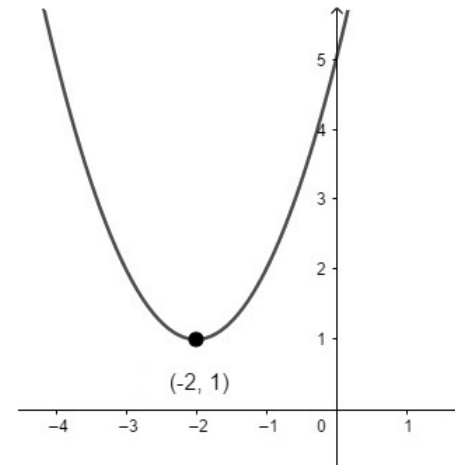
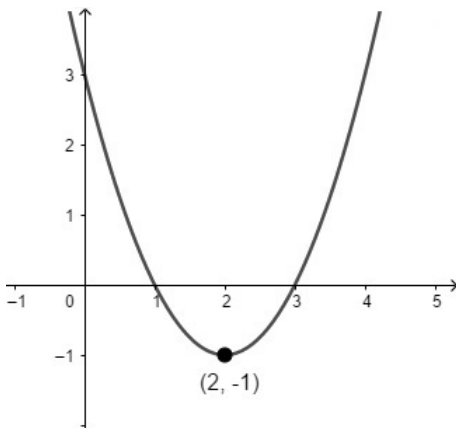
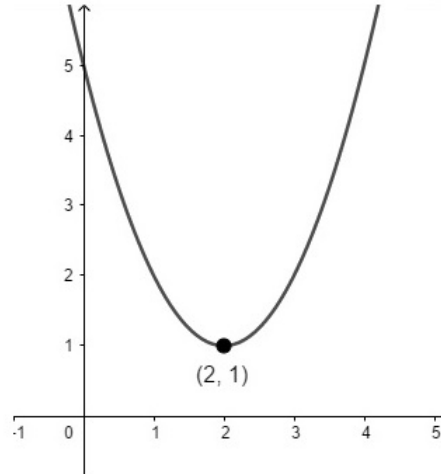
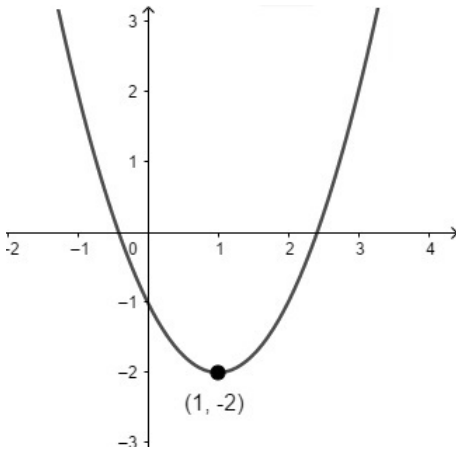
$$f(x) = \sqrt{x - 2} + 1.$$

4 - Esboce o gráfico das seguintes funções:

$$\begin{array}{ll}
 a) f(x) = |x - 2| & b) f(x) = |x^2 + x - 2| \\
 c) f(x) = \frac{|x - 1|}{x - 1} & d) f(x) = \frac{|4x - 2|}{2x - 1} \\
 e) f(x) = \sqrt{x + 4} & f) f(x) = 1 + \sqrt{x - 1} \\
 g) f(x) = \sqrt[3]{x - 1} - 1 & h) f(x) = \frac{1}{x - 2} \\
 i) f(x) = \frac{1}{x} + 2 & j) f(x) = 1 + \sqrt{x - 1} \\
 k) f(x) = |1 - x| - 1 & l) f(x) = 1 - \sqrt{x}
 \end{array}$$



5 - Os gráficos abaixo são translações do gráfico da função $f(x) = x^2$. Determine a lei de formação das funções abaixo.



6 - Para cada par de funções f e g determine $f \circ g$ e $g \circ f$ e determine seu domínio.

- (a) $f(x) = x^2 - 9$ e $g(x) = \sqrt{x}$
- (b) $f(x) = \frac{1}{x}$ e $g(x) = x^2 + 2x - 15$
- (c) $f(x) = \ln x$ e $g(x) = x^3 - 1$

7 - Considere as funções f e g definidas por $f(x) = x^2 + 4x - 5$ e $g(x) = 2x - 3$.

- (a) Determine $f \circ g$ e $g \circ f$.
- (b) Calcule $(f \circ g)(2)$ e $(g \circ f)(2)$.
- (c) Determine os valores no domínio de $f \circ g$ que produz imagem igual a 16.

8 - Para as funções f e g definidas abaixo determine o domínio das funções $f \circ g$ e $g \circ f$:

a) $f(x) = \sqrt{x}$ e $g(x) = x^2 - 3x - 4$.

b) $f(x) = \sqrt{x-1}$ e $g(x) = 2x^2 - 5x + 3$.

9 - Considere as funções $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ e $g(x) = 2x+3$.

a) Determine o domínio das funções f e g .

b) Determine o domínio e a lei de formação da função $f \circ g$.

c) Determine o domínio e a lei de formação da função $g \circ f$.

10 - Dadas as funções reais definidas por $f(x) = 3x+2$ e $g(x) = 2x+a$, determine o valor de a para que $f \circ g = g \circ f$.

11 - Sejam $f(x) = x-3$, $g(x) = \sqrt{x}$, $h(x) = x^3$ e $j(x) = 2x$. Expresse cada uma das funções abaixo como composta envolvendo uma ou mais das funções f, g, h e j .

a) $y = \sqrt{x} - 3$

b) $y = 2\sqrt{x}$

c) $y = x^{1/4}$

d) $y = 4x$

e) $y = \sqrt{(x-3)^3}$

f) $y = x^3 - 3$

g) $y = 2x - 6$

h) $y = x^{3/2}$

i) $y = x^9$

j) $y = (2x-6)^3$

k) $y = 2\sqrt{x-3}$

l) $y = \sqrt{x^3-3}$

12 - Para cada função h , determine funções f e g tais que $h = g \circ f$ e encontre o domínio de h .

a) $h(x) = \ln(x^2 + x - 2)$

b) $h(x) = \ln(1 + \sin^2 x)$

c) $h(x) = \sqrt{x^2 - 1}$

d) $h(x) = \frac{1}{x^2 + x}$

e) $h(x) = e^{x+\cos x}$

f) $h(x) = \cos(x + e^x)$

g) $h(x) = \sin^2 x$

h) $h(x) = \sin(x^2)$

13 - Considere as funções $f(x) = 3x-5$ e $(f \circ g)(x) = x^2 - 3$. Determine a lei de formação da função $g(x)$.

14 - Considere as funções $f(x) = 2x+7$ e $(f \circ g)(x) = x^2 - 2x + 3$. Determine a lei de formação da função $g(x)$.

15 - Calcule o valor de:

a) $3^{\log_3 2}$

b) $4^{\log_2 3}$

c) $2^{1+\log_2 5}$

d) $3^{1-\log_3 6}$

e) $8^{1+\log_2 3}$

f) $9^{2-\log_3 \sqrt{2}}$

16 - Use as propriedades dos logaritmos para simplificar as expressões.

a) $\ln(\operatorname{sen}(\theta)) - \ln\left(\frac{\operatorname{sen}(\theta)}{5}\right)$

b) $\ln(3x^2 - 9x) + \ln\left(\frac{1}{3x}\right)$

c) $\frac{1}{2} \ln(4t^4) - \ln 2$

d) $\ln(\sec \theta) + \ln(\cos \theta)$

e) $\ln(8x + 4) - 2 \ln 2$

f) $3 \ln(\sqrt[3]{t^2 - 1}) - \ln(t + 1)$

17 - Determine y em função de x .

a) $\ln y = 2x + 4$

b) $\ln(y - 40) = 5x$

c) $\ln(y - 1) - \ln 2 = x + \ln x$

d) $\ln(y^2 - 1) - \ln(y + 1) = \ln(\operatorname{sen} x)$

18 - Usando as relações trigonométricas mostre que:

a) $\cos^2(x) = \frac{1 + \cos(2x)}{2}$

b) $\operatorname{sen}^2(x) = \frac{1 - \cos(2x)}{2}$

c) $\operatorname{sen}\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = \cos(\theta)$

d) $\cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -\operatorname{sen}(\theta)$

e) $\operatorname{sen}^2(\theta) = \frac{\operatorname{tg}^2(\theta)}{1 + \operatorname{tg}^2(\theta)}$

f) $(\cos(\theta) + \operatorname{sen}(\theta))^2 = 1 + 2 \cos(\theta) \operatorname{sen}(\theta)$