Universidade Federal de Campina Grande

VIII Semana de Matemática

ESTUDANDO MATEMÁTICA COM O AUXÍLIO DO GEOGEBRA UTILIZANDO AS JANELAS CAS E 3D

Ministrantes: Bruno Santos Pereira, Ellen Cristina Barbosa dos Santos, Marrythiely Rodrigues Oliveira, Lucas Diêgo de Lima, José Hugo Ferreira da Silva e Rubiane da Costa Farias.

Campina Grande, 10 de novembro de 2015.

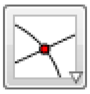
Roteiro de Apresentação

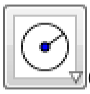
A versão 5.0 do software GeoGebra apresenta recursos que antes eram impossíveis de ser trabalhadas nas versões anteriores. Neste minicurso iremos abordar alguns conteúdos utilizando as janelas 2D, CAS e 3D que possibilitam tratar de inúmeros conteúdos matemáticos.

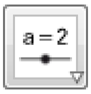
I. Trigonometria

Gráfico da função seno a partir da circunferência trigonométrica

Passo a passo

1 – Crie o ponto de interseção entre os eixos coordenados X e Y clicando na opção  **INTERSEÇÃO DE DOIS OBJETOS** - Selecione dois objetos ou clique diretamente na interseção.

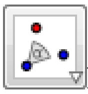
2– Crie um círculo com centro na origem e raio 1 clicando na opção **CÍRCULO DADOS O CENTRO E O RAIO -** Selecione o centro e, depois, digite a medida do raio.

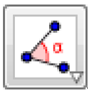
3 – Construa um seletor clicando na opção 

CONTROLE DESLIZANTE – Clique na janela de visualização para especificar a posição do controle deslizante. Selecione a opção número com intervalo de 0 a 12.566, incremento 0.02. Em animação escolha velocidade 0.12 e o repetir crescente. Esconda o objeto desmarcando-o na Janela de Álgebra.

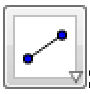
4 – Construa um seletor e o nomeie de a*(180/π).

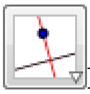
5–Crie os pontos de interseçãodo círculo criado no passo 2 com o eixo X e esconda o ponto (-1,0).

6–Rotacione o ponto (1,0) em relação a origem e ao ângulo construído no passo 4 clicando na opção **ROTAÇÃO EM TORNO DE UM PONTO** – Selecione primeiro o objeto, depois o centro e, então, o ângulo de rotação.

7 – Encontre o ângulo localizado entre os pontos (1,0), a origem e o criado no passo anterior clicando na opção **ÂNGULO** - Selecione três pontos ou duas retas.

8– Digite na caixa de entrada o ponto D = (a,sen(a)), habilite seu rastro clicando com o botão direito do mouse e selecione a opção “Habilitar Rastro”. Em propriedades altere sua cor.

9– Crie o segmento ligando a origem ao ponto criado no passo 6 clicando na opção **SEGMENTO** - Selecione dois pontos.

10 – Crie uma reta passando pelo ponto criado no passo 6 e perpendicular ao eixo X clicando na opção **RETA PERPENCDICULAR** - Selecione primeiro o ponto e, depois, uma reta (ou segmento, ou semirreta, ou vetor) e esconda o objeto.

11– Crie uma reta passando pelo ponto criado no passo 6 e perpendicular ao eixo Y. Clicando sobre a mesma com o botão direito do mouse selecione a opção Propriedades e na aba estilopontilhe a reta.

12–Crie o ponto de interseção entre a reta criada no passo anterior e eixo Y, esconda o objeto.

13 - Digite na caixa de entrada 5 pontos com as seguintes coordenadas: $(\pi/2, 0)$, $(\pi, 0)$, $(3\pi/2, 0)$, $(2\pi, 0)$, $(5\pi/2, 0)$, $(3\pi, 0)$, $(7\pi/2, 0)$, $(4\pi, 0)$ e esconda os objetos.

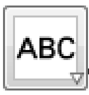
14 - Crie o ponto de interseção entre a reta criada no passo 10 e o eixo X, esconda o objeto.

15 - Crie um segmento ligando os pontos obtidos no passo 6 e no anterior. Clicando sobre o mesmo com o botão direito do mouse selecione a opção Propriedades e na aba estilo traceje o segmento.

16–Crie retas perpendiculares ao eixo X passando pelos pontos criados no passo 13. Traceje as que passam pelos pontos $(2\pi, 0)$ e $(4\pi, 0)$, identificando-as por períodos. Faça isso clicando sobre as mesmas com o botão direito do mouse selecionando a opção Propriedades e na aba básico em “Exibir Rótulo” escolha legenda. Pontilhe as demais.

17 – Crie o ponto de interseção entre a reta criada no passo 11 e o eixo Y, esconda o objeto.

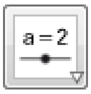
18 – Crie o segmento que liga a origem ao ponto criado no passo anterior. Em propriedades selecione para o segmento a mesma cor do ponto criado no passo no 8.

19 – Crie um texto clicando na opção 

TEXTO – Clique na área de trabalho ou em ponto para criar um texto. Digite sen(α_1) = sen(β) com sen(β) colocado na opção objeto.

Translações do gráfico da função seno (Contextualização)

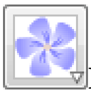
Passo a passo

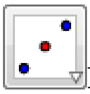
1 – Crie 4 seletores clicando na opção 

CONTROLE DESLIZANTE – Clique na janela de visualização para especificar a posição do controle deslizante. Selecione a opção número com intervalo de -5 a 5 e incremento 1.

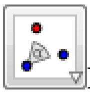
2 – Digite na caixa de entrada a seguinte função: f(x) = a*sen(b*(x+c)).

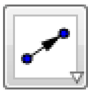
3 – Digite na caixa de entrada o seguinte ponto P = (d,f(d)).

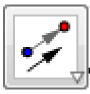
4 – Insira a figura localizada na área de trabalho do seu computador clicando na opção **INSERIR IMAGEM –** Clique na janela de visualização ou em ponto para justar o canto esquerdo inferior da imagem.

5 – Calcule o ponto médio dos pontos que surgiram quando se inseriu a imagem clicando na opção **PONTO MÉDIO OU CENTRO –** Selecione dois pontos, um segmento, um círculo ou uma cônica.

6 – Construa um seletor conforme feito no passo 1. Selecione a opção ângulo, com intervalo de 0° a 360° e incremento de 1°.

7 – Rotacione a imagem em relação ao ângulo construído no passo anterior clicando na opção **ROTAÇÃO EM TORNO DE UM PONTO** – Selecione primeiro o objeto, depois o centro e, então, o ângulo de rotação.

8 – Crie um vetor de origem no ponto médio dos pontos pertencentes aimagem e extremidade no ponto P clicando na opção **VETOR** – Selecione primeiro a origem e, depois, a outra extremidade.

9 – Translade a imagem por meio do vetor criado no passo anterior clicando na opção **TRANSLAÇÃO POR UM VETOR** – Selecione primeiro o objeto a ser transladado, e depois, um vetor.

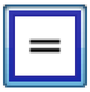
II. Matrizes na Janela CAS

Conhecendo os comandos da janela CAS

Simbologia

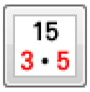
Símbolo	Significado	Exemplo
+	Adição	1 + 6
-	Subtração	30 – 7
*	Multiplicação	9*7
/	Divisão	1/2
^	Exponenciação	2^3

Funcionalidade dos botões

 **AVALIAR** – avaliação exata  **APAGAR** – selecione para apagar

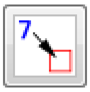
 **CALCULAR VALOR NUMÉRICO** – calcula aproximação decimal

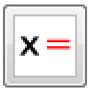
 **MANTER ENTRADA** – mantém e verifica a entrada

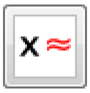


FATORAR – decompõe em fatores primos

 **EXPANDIR** – expande parênteses

 **SUBSTITUIR** – substitui parte de uma expressão

 **RESOLVER** – resolve uma ou mais equações

 **RESOLVER NUMERICAMENTE** – resolve uma equação ou um sistema

Alguns exercícios que podemos resolver utilizando a janela CAS

Igualdade de Matrizes

1. Sejam $A = \begin{pmatrix} 3x - 2y & -4 \\ 10 & x + 6y \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -7 & -4 \\ 10 & 9 \end{pmatrix}$ duas matrizes. Determine os valores de x e y para que $A = B$.

2. Sejam $C = \begin{pmatrix} a+b & b+c \\ 2b & 2a-3d \end{pmatrix}$ e $D = \begin{pmatrix} 9 & -1 \\ 6 & 18 \end{pmatrix}$ matrizes. Determine valores de a, b, c e d para os quais a matriz C é igual a matriz D.
3. Determine m e n para que se tenha $\begin{pmatrix} m+n & m \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$.
4. Determine a, b e c para que se tenha $\begin{pmatrix} a+b-1 & 0 \\ a-3c & b \\ 2b & 0 \end{pmatrix} = O_{3x2}$.

Adição de matrizes, multiplicação de matrizes por um escalar e matriz transposta

5. Dadas as matrizes $A = \begin{pmatrix} 3 \\ -8 \\ 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ -17 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$, calcule:
   a. $A + B + C$.
   b. $A - C$.
   c. $5A$.
   d. B^T.
   e. $A + B^T$.
   f. $(5A - C)^T$
6.

Poliedros

Definição: Poliedro é um sólido geométrico cuja superfície é composta por um número finito de faces, cujos vértices são formados por três ou mais arestas em três dimensões (eixo dos "X", "Y", "Z",...)

Poliedro Convexo e Não Convexo

Um poliedro é convexo se qualquer reta (não paralela a nenhuma de suas faces) o corta em, no máximo, dois pontos, caso contrário é não convexo.

Medida da diagonal de um paralelepípedo

Diagonal de um paralelepípedo é todo segmento cujas extremidades são vértices desse paralelepípedo que não pertencem a uma mesma face.

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

Poliedros de Platão

Um poliedro é chamado de poliedro de Platão se, e somente se:

- É convexo e, portanto, satisfaz a relação de Euler;
- Todas as faces têm o mesmo número inteiro n de arestas;
- Em todos os vértices concorre o mesmo número inteiro m de arestas.

Os**poliedros regulares** têm todas as faces poligonais regulares e congruentes entre si.

Observações:

- Uma superfície poligonal plana é regular se o polígono que a compõe é regular;
- Um polígono é regular se tem todos os lados de mesma medida e todos os ângulos internos congruentes.

São eles os cinco poliedros regulares:

- Tetraedro regular
- Hexaedro regular (cubo)
- Octaedro regular
- Dodecaedro regular
- Icosaedro regular

Construção de alguns poliedros de Platão

- Planificação dos poliedros
- Cálculo do volume

Dualidade dos sólidos de Platão

O Dual de um Sólido é outro sólido que se obtém unindo os pontos centrais das faces adjacentes do sólido original.

Sólido	Dual	
Tetaedro	Tetaedro	
Cubo	Octaedro	
Octaedro	Cubo	
Dodecaedro	Icosaedro	
Icosaedro	Dodecaedro