**SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL**
**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE**
**CONSELHO UNIVERSITÁRIO**
**CÂMARA SUPERIOR DE PÓS-GRADUAÇÃO**
(ANEXO II DA RESOLUÇÃO Nº 02/2023)

# ESTRUTURA ACADÊMICA DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO STRICTO SENSU EM MATEMÁTICA, MINISTRADO PELO CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA.

## DISCIPLINAS DA ESTRUTURA ACADÊMICA

## GRUPO I

| Nº | Identificação de Disciplina | Número de Créditos | | | Carga Horária | Unidade Acadêmica Responsável(*) | Nível (##) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Teórica | Prática | Total | | | |
| 01 | Álgebra | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | M |
| 02 | Álgebra Comutativa | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | M/D |
| 03 | Álgebra Linear | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | M |
| 04 | Álgebra Não Comutativa | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | D |
| 05 | Álgebras e Grupos de Lie em Física Matemática | 4 | 0 | 4 | 60 | UAF | D |
| 06 | Análise Funcional II | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | D |
| 07 | Análise Real | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | M |
| 08 | Equações Diferenciais Ordinárias | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | M/D |
| 09 | Equações Diferenciais Parciais II | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | D |
| 10 | Geometria Diferencial | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | M |
| 11 | Geometria Riemanniana I | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | D |
| 12 | Métodos Analíticos em Física-Matemática | 4 | 0 | 4 | 60 | UAF | D |
| 13 | Métodos Matemáticos para Estatística | 4 | 0 | 4 | 60 | UAEst | M |
| 14 | Probabilidade | 4 | 0 | 4 | 60 | UAEst | M |
| 15 | Representações Lineares de Grupos e aplicações em Física | 4 | 0 | 4 | 60 | UAF | D |
| 16 | Técnicas Computacionais Aplicadas à Estatística | 4 | 0 | 4 | 60 | UAEst | M |
| 17 | Variedades Diferenciáveis | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | D |

## GRUPO II

| Nº | Identificação de Disciplina | Número de Créditos | | | Carga Horária | Unidade Acadêmica Responsável(*) | Nível (##) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Teórica | Prática | Total | | | |
| 18 | Álgebras de Jordan | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | D |
| 19 | Álgebras de Lie | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | D |
| 20 | Análise Funcional I | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | M/D |
| 21 | Análise Funcional Não Linear | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | D |
| 22 | Análise Multivariada | 4 | 0 | 4 | 60 | UAEst | M |
| 23 | Análise de Sobrevivência | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | M |
| 24 | Estatística Matemática | 4 | 0 | 4 | 60 | UAEst | M |
| 25 | Equações Diferenciais Parciais I | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | M |
| 26 | Equações Diferenciais Parciais III | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | D |
| 27 | Equações de Leis de Conservação | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | M/D |
| 28 | Geometria Lorentziana Global | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | D |
| 29 | Geometria Riemanniana II | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | D |
| 30 | Geometria Semi-Riemanniana | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | D |
| 31 | Geometria de Subvariedades | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | D |
| 32 | Imersões Isométricas | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | D |
| 33 | Introdução à Computação e Informação Quântica | 4 | 0 | 4 | 60 | UAF | D |
| 34 | Introdução à Geometria Riemanniana | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | M |
| 35 | Introdução às PI-Álgebras | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | M/D |
| 36 | Introdução à Teoria de Semigrupos | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | M/D |
| 37 | Medida e Integração | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | M/D |
| 38 | Métodos Algébricos em Física | 4 | 0 | 4 | 60 | UAF | D |
| 39 | Métodos Geométricos em Física | 4 | 0 | 4 | 60 | UAF | D |
| 40 | Métodos Numéricos de Diferenças Finitas | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | M/D |
| 41 | Modelagem Matemática de Escoamentos em Meios Porosos | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | M/D |
| 42 | Modelos de Regressão | 4 | 0 | 4 | 60 | UAEst | M |
| 43 | Relatividade Geral II | 4 | 0 | 4 | 60 | UAF | D |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 44 | Representação de Grupos | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | M |
| 45 | Sistemas Dinâmicos | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | M/D |
| 46 | Sistemas Dinâmicos Não Autônomos em Dimensão Infinita | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | D |
| 47 | Subvariedades Mínimas | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | D |
| 48 | Teoria de Galois | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | M |
| 49 | Teoria dos Pontos Críticos I | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | M/D |
| 50 | Teoria dos Pontos Críticos II | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | D |
| 51 | Teoria quântica de campos II | 4 | 0 | 4 | 60 | UAF | D |
| 52 | Topologia Algébrica | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | D |
| 53 | Topologia Diferencial | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | D |
| 54 | Topologia Geral | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | M/D |
| 55 | Tópicos Especiais de Álgebra | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | M/D |
| 56 | Tópicos Especiais de Análise | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | M/D |
| 57 | Tópicos Especiais de Física-Matemática | 4 | 0 | 4 | 60 | UAF | D |
| 58 | Tópicos Especiais de Geometria | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | M/D |
| 59 | Tópicos Especiais de Matemática Aplicada | 4 | 0 | 4 | 60 | UAMat | M/D |
| 60 | Tópicos Especiais de Probabilidade e Estatística | 4 | 0 | 4 | 60 | UAEst | M/D |
| 61 | Trabalho Final: Dissertação | - | - | - | - | UAMat/UAEst | M |
| 62 | Trabalho Final: Tese | - | - | - | - | UAMat/UAest/UAF | D |

**GRUPO III**

| Nº | Identificação de Disciplina | Número de Créditos | | | Carga Horária | Unidade Acadêmica Responsável(*) | Nível (##) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Teórica | Prática | Total | | | |
| 01 | Estágio à Docência 1 | 0 | 2 | 2 | 30 | UAMat/UAEst/UFA | M/D |
| 02 | Estágio à Docência 2 | 0 | 2 | 2 | 30 | UAMat/UAEst/UFA | D |
| 03 | Seminários | 0 | 2 | 2 | 30 | UAMat/UAEst/UFA | M/D |

## EMENTÁRIO E BIBLIOGRAFIA BÁSICA DAS DISCIPLINAS

- ✓ **GRUPO I**

**01. ÁLGEBRA:** Grupos e Subgrupos. Grupos Cíclicos. Teorema de Lagrange. Subgrupos Normais e Grupos Quocientes. Homomorfismos e Isomorfismos de Grupos. Grupos de Permutações. Teoremas de Sylow. Grupos Abelianos Finitamente Gerados. Grupos Solúveis. Anéis e Corpos. Subanéis e Ideais. Ideais Maximais e Ideais Primos. Homomorfismos e Isomorfismos de Anéis. Domínios de Fatoração Única. Domínios de Ideais Principais. Domínios Euclidianos. Anéis de Polinômios em Uma e em Várias Indeterminadas.

**BIBLIOGRAFIA**

**1.** Dean, R. A.; Elements of Abstract Algebra. John Wiley, New York, 1966.

**2.** Fraleigh, J. B.; A First Course in Abstract Algebra. Addison-Wesley, Reading Mass., 1994.

**3.** Gonçalves, A.; Introdução à Álgebra, Projeto Euclides, 4ª. Edição, IMPA, Rio de Janeiro, 1999.

**4.** Herstein, I. N.; Topics in Algebra. John Wiley, New York, 1976.

**02. ÁLGEBRA COMUTATIVA:** Anéis e módulos. Anéis e módulos de fração. Decomposição primária. Dependência inteira. Anéis Noetherianos e Artinianos. Completude. Teoria da dimensão. Lema de normalização de Noether. Teorema dos zeros de Hilbert.

**BIBLIOGRAFIA**

**1.** Atiyah, M. F.; Macdonald, L. G.; Introduccion al Algebra Commutativa. Reverte, Barcelona, 1973.

**2.** Kunz, E.; Introduction to Commutative Algebra and Algebraic Geometry, Birkhauser, 1985.

**3.** Kaplansky, I.; Commutative Rings, Allyn and Bacon, 1970.

**4.** Larsen, M. D.; McCarthy, P. J.; Multiplicative Theory of Ideals, Academic Press, 1971.

**5.** Matsumura, H.; Commutative Algebra. Reading, Mass., Benjamin-Commings, 1980.

**6.** Serre, J. P.; Algebre Locale. Multiplicités. Berlin. Springer-Verlag, 1965**.**

**03. ÁLGEBRA LINEAR: T**ransformações Lineares. Espaços Duais e Biduais. Espaços com Produto Interno. Teorema da Decomposição Primária. Teorema Espectral. Formas Quadráticas. As Formas Racional e de Jordan. Formas Bilineares.

**BIBLIOGRAFIA**

**1.** Halmos, P. R.; Espaços Vetoriais de Dimensão Finita. Editora Campus, Rio de Janeiro, 1978.

**2.** Hoffmann, K., Kunze, R.; Álgebra Linear. Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., São Paulo, 1979.

**3.** Lange, S.; Linear Algebra. Addison-Wesley, Reading Mass., 1970.

**4.** Lima, E. L.; Álgebra Linear. Coleção Matemática Universitária, SBM, Rio de Janeiro, 1998.

**04. ÁLGEBRA NÃO COMUTATIVA:** Módulos, anéis, álgebras (sobre um corpo). Módulos irredutíveis, semissimples, indecomponíveis. Série de decomposição. Teorema de Jordan e Holder. Anéis primos e semi-primos, radical de Baer e caracterizações. Radical de Jacobson. Ideais unilaterais maximais. Propriedades do radical de Jacobson. Teorema da Densidade e aplicações. Anéis primitivos e propriedades. Anéis semissimples. Teorema de Wedderburn-Artin. Aplicações. Anéis simples. Módulos e anéis Noetherianos e Artinianos. Propriedades e aplicações. Módulos injetivos e projetivos. Álgebras de dimensão finita. Álgebras simples. Álgebras centrais simples. Grupo de Brauer. Álgebras com divisão. O grupo de Brauer dos racionais. Teorema de Skolem e Noether e aplicações. Teorema de Frobenius sobre as álgebras de divisão reais. Grupos de matrizes. Finitude de grupos de matrizes. Teoremas de Burnside. Módulos e álgebras livres, propriedades genéricas. Álgebras nil e nilpotentes, problemas do tipo Burnside. Teorema de Golod e Shavarevich.

**BIBLIOGRAFIA**

**1.** Brešar, M.; Introduction to Noncommutative algebra, Springer, Universitext, 2014.

**2.** Drozd, Y., Kirichenko, V.; Finite-dimensional Algebras, Springer, 1994.

**3.** Herstein, I.;Noncommutative Rings, Carus Math. Monographs 15, MAA, 1968.
**4.** Jacobson, I. N.; Basic Algebra II, Dover Books on Mathematics, 2009.
**5.** Lambek, J.; Lectures on Rings and Modules, Chelsea, 1976.
**6.** Pierce, R. Associative Algebras, Springer GTM 88, 1982.

**05. ÁLGEBRAS E GRUPOS DE LIE EM FÍSICA MATEMÁTICA:** Álgebras de Lie. Álgebra de Clifford. Grupo de Lorentz e Equação de Dirac. Teoria de Gauge de Yang-Mills. Operadores Casimir. Teoria de Cartan-Dynkin.

**BIBLIOGRAFIA**

**1.** Das, A., Okubo, S., Lie Groups and Lie Algebras for Physicists, World Scientific, New Jersey, NJ, 2014.
**2.** Humphreys, J.E., Introduction to Lie algebras and representation theory, Springer, 1972.
**3.** San-Martin, L.A.B., Álgebras de Lie, Editora da Unicamp, 1999.
**4.** Helgason, S., Differential Geometry, Lie Groups and Symmetric Spaces, AMS, Providence, RI, 2001.

**06. ANÁLISE FUNCIONAL II:** Espaços de Banach. Espaço quociente. Operadores lineares e seus adjuntos. Teorema de Hahn-Banach. Teorema da limitação uniforme. Teorema do gráfico fechado. Teorema da aplicação aberta. Topologia fraca. Teorema de Banach-Alaoglu. Espaços reflexivos. Reflexividade dos espaços Lp. Espaços de Hilbert. Conjuntos ortonormais. Teorema da representação de Riesz. Operadores compactos. Teoria espectral de operadores compactos auto-adjuntos. Espaços Vetoriais Topológicos. Introdução à Análise Não-Linear. Elementos da Teoria dos Espaços de Banach.

**BIBLIOGRAFIA**

**1.** Bachman, G. & Narici, L.; Functional Analysis. Academic Press, New York, 1966.
**2.** Brezis, H. Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equation, Springer-Verlag, 2010.
**3.** Botelho, G. Pellegrino, D, Teixeira, E.; Fundamentos de Análise Funcional, Editora SBM, 2012.
**4.** Dunford, N., Schwartz, J.; Linear Operators, Part 1: General Theory, Wiley, NY, 1958.
**5.** Kolmogorov, S. N. & Fomin, S. V.; Introductory Real Analysis, Dover, PrenticeHall, New York, 1975.
**6.** Kreyszig, E.; Introductory Functional Analysis With Applications. John Wiley, New York, 1989.
**7.** Lax, P.; Functional Analysis, Wiley, 2001.
**8.** Yosida, K.; Fuctional Analysis, Springer, 1974.
**9.** Willem, M.; Functional Analysis, Springer-Verlag, 2013.

**07. ANÁLISE REAL:** Topologia do $R^n$. Derivadas parciais e direcionais. Derivada como transformação linear. Regra da cadeia. As classes de diferenciabilidade. A fórmula de Taylor. Teorema da função inversa. Teorema da função implícita. Multiplicadores de Lagrange. Integrais múltiplas. Conjuntos de medida nula. Integrais iteradas. O teorema de Fubini. Mudança de variáveis em integrais múltiplas. Integral de linha. O teorema de Green.

**BIBLIOGRAFIA**

**1.** Bartle, R.G.; Elementos de Análise Real, Ed. Campus, Rio de Janeiro, 1983.
**2.** Fleming, H.W.; Functions of Several Variables. Addison-Wesley, Mass., 1966.
**3.** Lima, E.L.; Curso de Análise. Vol. Projeto Euclides, 6ª. Edição IMPA, Rio de Janeiro, 2000.
**4.** Spivak, M.; Calculus on Manifolds. Menlo Park, California, 1965.

**08. EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS:** Equações Diferenciais de Primeira Ordem em $R^N$. O Teorema de Existência e Unicidade de Picard. O Teorema de Existência de Peano. Dependência Contínua e Diferenciável da Solução em Relação aos Dados Iniciais e Parâmetros. Soluções Máximas. O Lema de Gronwall. Sistemas Lineares. Sistemas Hiperbólicos. Subespaços Estáveis e Subespaços Instáveis. Conjugação de Sistemas Lineares. Introdução à Teoria Qualitativa. Campos de Vetores. O Espaço de Fase. O Teorema do Fluxo Tubular. O Teorema de Hartman. A Transformação de Poincaré. Ciclos Limites. Os Conjuntos Alfa e Omega Limites. O Teorema de Poincaré-Bendixon e Consequências. Estabilidade de Liapunov. O Princípio de LaSalle.

**BIBLIOGRAFIA**

**1.** Birkhoff, G., Rota, G-C, Ordinary Differential Equations, Ginn and Company, 1962.

**2.** Braun, M., Differential Equations and Their Applications, Springer-Verlag, 1975.

**3.** Chicone, C., Ordinary Differential Equations with Applications, Texts in Applied Mathematics, Springer, 2a Edt, 2010.

**4.** Coddington, E. & Levinson, N. Theory of Ordinary Differential Equations. PrenticeHall, Englewood Cliffs, 1961.

**5.** Hale, J. K.; Ordinary Differential Equations, Second Edition, Krieger Publishing Company, Malabar, 1980.

**6.** Hirsch, M. W. & Smale, S. , Devaney, R. L.; Differential Equations, Dynamical System, and An Introduction to Chaos, Academic Press, 2003.

**7.** Pontryagin, L. S., Ordinary Differential Equations, Addison-Wesley Publishing Company, INC, 1962.

**8.** Sotomayor, J., Equações Diferenciais Ordinárias, Textos Universitários do IMEUSP, Livraria da Física, São Paulo, 2011.

**9.** Sotomayor, J., Lições de Equações Diferenciais Ordinárias, Projeto Euclides, IMPA, Rio de Janeiro, 1979.

**09. EQUAÇÕES DIFERENCIAIS PARCIAIS II**: Distribuições. Derivadas fracas. Distribuições temperadas. Espaços de Sobolev: aproximação por funções diferenciáveis. Extensão. Traço. Espaços de Hölder. Imersões de Sobolev. Compacidade de Kondrachov. Equações elípticas de segunda ordem. Soluções fracas. Teorema de LaxMilgram. Alternativa de Fredholm. Teoria de regularidade. Princípio do máximo. Desigualdade de Poincaré. Problemas de autovalor. Equações lineares de evolução. Equações parabólicas de segunda ordem. Equações hiperbólicas de segunda ordem.

**BIBLIOGRAFIA**

**1.** Adams, R.A., Fournier, J.J.F; Sobolev Spaces, Academic Press, N.Y., 2º ed., 2003.

**2.** Cavalcanti, M. M., Cavalcanti, V. D; Introdução à Teoria das Distribuições e aos Espaços de Sobolev, Ed. UEM, 2009;

**3.** Courant, R., Hilbert, D.; Methods of Mathematical Physics, vols. 1 e .2, John Wiley, 1989.

**4.** DiBenedetto, Partial Differential Equations, Birkhäuser, 1995.

**5.** Evans, L. Partial Differential Equations, American Mathematical Society, Providence, 1998.

**6.** Gilbarg, D., Trudinger, N. S.; Elliptic Partial Differential Equations of Second Order, Springer Verlag, 1985.

**7.** Hellwig, G.; Partial Differential Equations An Introduction, Blaisdell Publishing Company, 1964.

**8.** Medeiros, L. A., Milla Miranda, M.; Espaços de Sobolev (iniciação aos problemas elípticos não homogêneos); UFRJ, 2000.

**9.** Renardy, M., Rogers, R.; An Introduction to Partial Differential Equations, Springer, 2003.

**10.** Rhee, H-K; A Rutherford, A., Amundson, N; First-Order Partial Differential Equations vol. 1: Theory and Application of Single Equations, Dover, 2001.

**11.** Taylor, M.; Partial Differential Equations, Springer, 1996

**10. GEOMETRIA DIFERENCIAL:** Curvas no Espaço. Teoria Local das Curvas Parametrizadas pelo Comprimento de Arco. Fórmulas de Frenet. Teorema Fundamental das Curvas no Espaço. A Forma Canônica Local. Propriedades Globais das Curvas Planas. Superfícies Regulares do $R^3$. A Aplicação Normal de Gauss e Suas Propriedades Fundamentais. As Curvaturas Principais, Gaussiana e Média. Superfícies Regradas e Superfícies Mínimas. O Teorema Egregium de Gauss. A Aplicação Exponencial. O Teorema de Gauss-Bonet.

**BIBLIOGRAFIA**

**1.** Araújo, P. V.; Geometria Diferencial. Coleção Matemática Universitária. SBM, Rio de Janeiro, 1998.

**2.** do Carmo, M. P.; Differential Geometry of Curves and Surfaces, Prentice-Hall, New York, 1976.

**3.** O'Neill, B.; Elementary Differential Geometry, Academic Press, New York, 1966.

**11. GEOMETRIA RIEMANNIANA I:** Métricas Riemannianas. Conexões. Conexão Riemanniana. Geodésicas. O fluxo geodésico. Propriedades minimizantes das geodésicas. O tensor curvatura. Curvatura seccional. Curvatura de Ricci e curvatura escalar. Imersões isométricas. A segunda forma fundamental. As equações fundamentais de uma imersão isométrica. Subvariedades mínimas e umbílicas. Hipersuperfícies. Campos de Jacobi. A equação de Jacobi. Pontos Conjugados. Variedades completas. Teorema de Hopf-Rinow. Teorema de Hadamard. Espaços de curvatura constante. Teorema de Cartan sobre a determinação da métrica pela curvatura. O espaço hiperbólico. As formas espaciais. Primeira e segunda variações da energia. Teorema de Bonnet-Myers. Teorema de Synge-Weinstein. Teorema da comparação de Rauch. Teorema do índice de Morse.

**BIBLIOGRAFIA**

**1.** Chavel, I;. Riemannian Geometry: An Modern Introduction. Cambridge University Press, Cambridge, 1993.

**2.** do Carmo, M. P.; Geometria Riemanniana. Projeto Euclides, IMPA, Rio de Janeiro, 3 a edt., 2005.

**3.** Gallot, S., Hulin, D. , LaFontaine, J.; Riemannian Geometry. Springer-Verlag, Berlin, Second Edition, 1990.

**4.** Lee, J. M.; Riemannian Manifolds: An Introduction to Curvature. Springer-Verlag, New York, 1997.

**12. MÉTODOS ANÁLITICOS EM FÍSICA-MATEMÁTICA:** Análise vetorial. Série infinita. Funções de uma variável complexa. Equações diferenciais. Funções especiais: funções gama e funções de Bessel; Polinômios de Legendre, Hermite e Laguerre. Séries de Fourier. Transformações integrais. Equações diferenciais parciais. Probabilidade. Cálculo de variações. Métodos não lineares e caos.

**BIBLIOGRAFIA**

**1.** H.J. Weber and G.B. Arfken, Essential Mathematical: Methods for physicists. Elsevier Academic Press, 2004.

**2.** E. Butkov, Física Matemática, Editora LTC, 1988.

**13. MÉTODOS MATEMÁTICOS PARA ESTATÍSTICA:** Introdução à teoria dos conjuntos. Limites e continuidade de funções. Derivadas. Processo de Poisson. Sequências e séries infinitas. Função geradora de momentos e probabilidade. Integração. Teoremas limites. Desigualdades de Minkowski, Jensen e Chebyshev. Cálculo multidimensional. Estimação de máxima verossimilhança.

**BIBLIOGRAFIA**

**1.** Khuri, A. I.; Advanced Calculus with Applications in Statistics. New York, Wiley, 2003.

**2.** Lima, E.L.; Curso de Análise. Projeto Euclides, 6ª Ed., IMPA, Rio de Janeiro, 2000.
**3.** Rudin, W. Principles of Mathematical analysis, 3ª Edt., New York, McGrawHill, 1976.

**14. PROBABILIDADE:** Experimento aleatório. Espaço de probabilidade, Eventos. Probabilidade condicional. Variável aleatória. Principais distribuições de probabilidade. Função geradora de momentos. Função Característica. Leis fraca e forte dos grandes números. O teorema central do limite.
**BIBLIOGRAFIA**
**1.** Feller, W.; An Introduction to Probability Theory and its Applications, Vol I, 3ª ed. John Wiley ad Sons, New York, 1970.
**2.** James, B. R.; Probabilidade: Um Curso em Nível Intermediário. Projeto Euclides, IMPA, Rio de Janeiro, 1996.
**3.** Magalhães, M. N.; Probabilidade e Variáveis Aleatórias. 2ª ed., São Paulo: Editora da Universidade São Paulo, 2006.
**4.** Ross, S. A; A First Course in Probability. 5ª ed. Prentice Hall, New Jersey, 1988.
**5.** Ross, S. M.; Introduction to Probability Models. 9ª ed. London: Elsevier, 2007.

**15. REPRESENTAÇÕES LINEARES DE GRUPOS E APLICAÇÕES EM FÍSICA:** Espaços vetoriais. Aplicações bilineares. Produto tensorial de espaços vetoriais. Grupos e subgrupos. Classes de Conjugação. Grupos compactos e medidas invariantes. Representações de grupos. Sub-representações e representações irredutíveis. Produto tensorial de representações. Carácter de uma representação. Lema de Schur. Relações de Ortogonalidade. Representações induzidas. Noções de grupos de Lie. Grupos de Lorentz e aplicações à mecânica quântica.
**BIBLIOGRAFIA**
**1.** Serre, J. P., Linear Representation of Finite Groups, Springer, 1977.
**2.** Weyl, H., Robertson, H. P., The Theory of Groups and Quantum Mechanics, Dover Publications, 1950.
**3.** Hal, G. G., Applied Group Theory, Mathematical Physics Series, Longmangs, 1967.
**4.** Loomis, L., An Introduction to Abstract Harmonic Analysis, Van Nostrand, New York, 1953.

**16. TÉCNICAS COMPUTACIONAIS APLICADAS À ESTATÍSTICA**: Noções Tipografia Científica: Linguagem de programação matricial de Ox, Linguagem R. Geração de números aleatórios uniformes e não-uniformes. Simulação estatística: métodos de inversão, rejeição, composição e métodos de reamostragem. Integração Numérica. Métodos de Monte Carlo. Otimização numérica: Newton-Raphson, scoring, quase-Newton. Bootstrap e Jackknife. Noções de simulação dinâmica (MCMC).
**BIBLIOGRAFIA**
**1.** Borde, A.; Mathematical by Example. Academic Press, New York,1993.
**2.** Chernick, M.R. ; Bootstrap Methods: A Practitioner's Guide. Wiley, New York, 1999.
**3.** Chong, E. K. P. and Zak, S. H.; An Introduction to Optimization, 3rd ed. , Wiley, New Jersey, 2008.
**4.** Devroye, L.; Non-uniform Random Variate Generation, Springer- Verlag, New York, 1986.
**5**. Doornik, J. A., Draisma, G. and Ooms, M.; Introduction to Ox: an Objected-oriented Matrix Programming Language. Kent: Timberlake Consultants, 1998.
**6.** Efron, B. and Tibshirani ; An Introduction to the Bootstrap, Chapman and Hall, 1993.
**7.** Frey, A. and Cribari-Neto, F.; Elementos de Estatística Computacional usando plataformas de software Livre, 25o. Colóquio Brasileiro de Matemática, IMPA, 2005.
**8.** Gamerman, D.; Lopes, H.F.; Markov Chain Monte Carlo: Stochastic Simulation for Bayesian Inference, Chapman & Hall/CRC, v. 1, 2nd. ed. London, 2006

**9.** Givens, G. H. and Hoeting, J. A.; Computational Statistics, Wiley, New Jersey, 2005.
**10.** Jones, O., Maillardet, R. and Robinson, A.; Introduction to Scientific Programming and Simulation Using R, Chapman and Hall/CRC, 2009.
**11.** Knuth, D. E.; The TEXbook, Addison-Wesley, New York, 1990.
**12.** Krause, A. and Olson, M.; The Basic of S and S-Plus, Springer, 1997.
**13.** Ross, S. M.; Simulation, 4rd Edt.,: Academic Press, New York ,2006.
**14.** Tanner, M.; Tools for Statistical Inference, Chapman and Hall, 1996.
**15.** Thisted, R.; Elements of Statistical Computing, Chapman and Hall, 1988.

**17. VARIEDADES DIFERENCIÁVEIS:** Introdução às variedades topológicas e diferenciáveis. Imersões, submersões e mergulhos. Subvariedades. Grupos de Lie, ação de um grupo de Lie em uma variedade, grupos de transformações. Campos de vetores em uma variedade. Subgrupos de Lie a um parâmetro, a álgebra de Lie de campos de vetores em uma variedade, teorema de Frobenius. Tensores e campos de tensores em uma Variedade, campos de co-vetores, formas bilineares, partições da Unidade. Orientação de variedades, derivada exterior. Integração em variedades Riemannianas, variedades com bordo, o teorema de Stokes.
**BIBLIOGRAFIA**
**1.** Abraham, R., Marsden J. E.; Foundations of Mechanics, Benjamin Cummings, 1978.
**2.** Boothby, W. M.; An Introduction to Differentiable Manifolds and Riemannian Geometr, Academic Press, 2003.
**3.** Lee, M. John, Introduction to Smooth Manifolds, Second Edition, Graduate Texts in Mathematics, Springer, New York, 2013.
**4.** Warner, F.; Foundations of differentiable Manifolds and Lie Groups, SpringerVerlag, 1983.

- ✓ **GRUPO II**

**18. ÁLGEBRAS DE JORDAN:** Álgebras de Jordan especiais e álgebras de Jordan, o teorema de Cohn. Álgebras alternativas e álgebras de Jordan, produto triplo de Jordan, Teoremas de Macdonald e Shirshov, s-identidades. Representações de álgebras de Jordan: envelopes universais, bimódulos e birrepresentações. Decomposição de Pierce e álgebras de Jordan matriciais.
**BIBLIOGRAFIA**
**1.** Braun, H., Koecher, M.; Jordan-Algebras. Springer, 1966
**2.** Jacobson, I. N..; Structure and Representations of Jordan Algebras. AMS Coll. Publ., Providence, RI, 1968.
**3.** Schafer, R. O.; Introduction to Nonassociative Algebras. Academic Press, 1966.
**4.** Zhevlakov, K. A., Slinko, A. M., Shestakov, I. P., Shirshov, A. I.; Rings that are Nearly Associative, Academic Press, 1982.

**19. ÁLGEBRAS DE LIE:** Definição e exemplos básicos. Ideais. Homomorfismos e representações. Álgebras de Lie semi-simples: Teoremas de Lie e de Cartan. Forma de Killing. Redutibilidade completa de representações, representações de sl (2, F). Sistemas de raízes: raízes simples e o grupo de Weyl, construção de sistemas de raízes e automorfismos, teoria de pesos. Subálgebras de Cartan. Subálgebras de Borel. Álgebras universais envolventes. Teorema de Poincaré-Birkhoff-Witt. Álgebras de Lie livres.
**BIBLIOGRAFIA**
**1.** Bahturin, Yu. A.; Identical Relations in Lie Algebras. VNU Science Press, Utrecht, 1987.
**2.** Fulton, W., Harris, J.; Representation Theory: a first course. Springer, 1991.
**3.** Humphreys, J. E.; Introduction to Lie Algebras and Representation Theory. Springer, 1972.

**4.** San Martin, A. B.; Álgebras de Lie. Editora da Unicamp, 2010.

**20. ANÁLISE FUNCIONAL I:** Espaços vetoriais normados. Transformações lineares. Lema de Riesz. Espaços de Banach Espaços de Hilbert. Teoremas de Hahn-Banach. Categoria e o Teorema de Baire. O Teorema de Banach-Steinhauss. Teorema da Aplicação Aberta e Teorema do Gráfico Fechado. Topologias Fraca e Fraca-*. Teorema de Alaoglu-Banach. Espaços Reflexivos. Espaços de Hilbert.

**BIBLIOGRAFIA**

**1.** Bachman, G. & Narici, L.; Functional Analysis. Academic Press, New York, 1966.

**2.** Brezis, H. Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equation, Springer-Verlag, 2010.

**3.** Conway, J.; A course in Functional Analysis, Springer, 1990.

**4.** Dunford, N., Schwartz, J.; Linear Operators, Part 1: General Theory, Wiley, NY, 1958.

**5.** Honig, C. S.; Aplicações da Topologia à Análise, Projeto Euclides, 1976.

**6.** Kolmogorov, S. N., Fomin, S. V. ; Introductory Real Analysis, Dover, Prentice-Hall, New York, 1975.

**7.** Kreyszig, E.; Introductory Functional Analysis with Applications. John Wiley, New York, 1989.

**8.** Oliveira, C. R.; Introdução à Análise Funcional, Publicações Matemática, IMPA, 2010.

**21. ANÁLISE FUNCIONAL NÃO LINEAR:** Teorema da função implícita. Teorema da função inversa. Teoria do Grau de Brouwer. Teoria do Grau de Leray-Schauder. Teorema do Ponto Fixo de Schauder. Teorema de Borsuk. Indice de ponto fixo em cones. Teorema de Krasnosellskii. Bifurcação local e global. Teoremas de Krasnosellskii e Rabinowitz. Aplicações.

**BIBLIOGRAFIA**

**1.** Akerkar, R.; Nonlinear Functional Analysis, Narosa Publishing House, 1999.

**2.** Ambrosetti, A., Malchiodi, A.; Nonlinear Analysis and Semilinear Elliptic Problems, Cambridge University Press, 2007.

**3.** Deimling, K.; Nonlinear Functional Analysis, Springer Verlag. 1985

**4.** Fonseca, I., W. Ganbgo, W.; Degree Theory in Analysis and Applications, Oxford Science Publications, 1995.

**5.** Kavian, O.; Introduction à la Théorie des Points Critiques et Applications aux Problemes Elliptiques,Springer Verlag, 1993.

**6.** Kesavan, S.; Nonlinear Functional Analysis – A First Course, Industan Book Agency, New Delhi, India, 2004.

**22. ANÁLISE MULTIVARIADA:** Distribuição Normal Multivariada. Testes de Hipóteses para o Vetor de Médias. Análise de Variância Multivariada a um e a Dois Fatores. Testes de Hipóteses sobre Matrizes de Covariâncias. Análise de Componentes Principais. Análise Fatorial. Análise de Conglomerados. Análise Discriminante. Análise de Correspondência. Análise Canônica. Escalonamento Multidimensional.

**BIBLIOGRAFIA**

**1.** Anderson, T. W.; An Introduction to Multivariate Statistical Analysis. 2ª ed. New York: John Wiley & Sons, 1984.

**2.** Bussab, W., O. Miazaki, E. S. & Andrade, D. F.; Introdução à Análise de Agrupamentos. 9° SINAPE. São Paulo. 1990

**3.** Everitt, B. S.; Graphical Techniques for Multivariate Data. Heinemann Educational Books, London, 1978.

**4.** Greenacre, M. J.; Theory and Applications of Correspondence Analysis. Academic Press, New York, 1984.

**5.** Hair Jr, J. F, Black, W.C, Banin, B.J, Anderson, R.E. Tatham, R.L.; Análise Multivariada de Dados. 6ª Edição, Bookman, 2009.
**6.** Johnson, R. A. and Wichern, D. W.; Applied Multivariate Statistical Analysis. Englewood Cliff, New Jersey, 1998.
**7. Morrison, D. F.; Multivariate Statistical Methods.McGraw-Hill. 1976.**

**23. ANÁLISE DE SOBREVIVÊNCIA:** Caracterização de tempos de falha, censura e truncagem; tipos de censura. Modelos paramétricos e estimação de máxima verossimilhança para amostras censuradas. Estimação paramétrica da função de sobrevivência e outras quantidades de interesse. Estimação não-paramétrica. Estimador de Kaplan-Meier. Testes não-paramétricos para uma ou mais amostras na presença de observações censuradas. O teste logrank ponderado e a classe de estatísticas lineares de postos. Utilização de covariáveis: modelos paramétricos de regressão; tempos de vida acelerados e modelo paramétrico de riscos proporcionais. Modelo de regressão de Cox: ajuste e adequação do modelo. Extensões do modelo de Cox: modelo de Cox com covariáveis dependentes do tempo e modelo de Cox estratificado. Análise de sobrevivência multivariada no modelo de fragilidade.

**BIBLIOGRAFIA**

**1.** Colosimo, E.A. and Giolo, S.R.; Análise de Sobrevivência Aplicada. ABE, Projeto Fisher,2006.
**2.** Kalbfleisch, J. D. and Prentice, R. L.; The Statistical Analysis of Time Failure Data. Wiley, New York, 2003.
**3.** Lawless, J. F.; Statistical Models and Methods for Lifetime Data. Wiley, New York, 2003.
**4.** Lee, E.; Statistical Methods for Survival Data Analysis. Wiley, 1992.
**5.** Marshall, A. W. and Olkin, I.; Life Distributions. Springer, 2007.

**24. ESTATÍSTICA MATEMÁTICA:** Amostra Aleatória. Modelos Estatísticos. Família Exponencial de Distribuições. Estatísticas e Estimadores. Estatísticas Suficientes. Distribuições Amostrais. Estimadores Eficientes. Estimadores de Máxima Verossimilhança. Propriedades Assintóticas. Intervalos de Confiança. Testes de Hipóteses. Testes Uniformemente mais Poderosos. Teste da Razão de Verossimilhança.

**BIBLIOGRAFIA**

**1.** Azzalini, A.; Statistical Inference Based on the Likelihood.; Chapman and Hall, London,1996.
**2.** BickeL, P. J.and Doksum, K. A.; Mathematical Statistics: Basic Ideas and Selected Topics. 2 ed, Pearson Prentice Hall, 2006.
**3.** Ferguson, T. S.; Mathematical Statistics; Academic Press, New York, 1967.
**4.** Lehmann, E. L.; Theory of Point Estimation; John Wiley Sons, Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics, New York, 1983.
**5.** Casella, G.; Berger, R.; Statistical Inference. 2. ed. Pacific Grove: Duxbury, 2001.

**25. EQUAÇÕES DIFERENCIAIS PARCIAIS I:** Equações Diferenciais Parciais de Primeira Ordem. Integrais Primeiras. O Método das Características. O teorema de Cauchy-Kovalevsky. O Teorema de Unicidade de Holgrem. Classificação de Equações de Segunda Ordem. Formas Canônicas. A Equação da Onda: a fórmula de D´Alembert, a fórmula de Kirchhoff, domínio de dependência e região de influência, o princípio de Huygens, O princípio de Duhamel, o método de separação de variáveis. A equação do calor: o princípio do máximo, o problema de valor inicial, a transformada de Fourier. A equação de Laplace: funções harmônicas, os problemas de Dirichlet, de Neumann e de Robin, o princípio do máximo, condições de regularidade na fronteira, funções de Green, o problema de Dirichlet para a bola, o teorema de Liouville para funções harmônicas, o problema de Dirichlet em domínios exteriores.

**BIBLIOGRAFIA**
**1.** Courant and Hilbert, Methods of Mathematical Physics, vols. 1 e 2, John Wiley, 1989.
**2.** DiBenedetto, E.; Partial Differential Equations, Birkhäuser, 2th Ed , 2010.
**3.** Evans, L. Partial Differential Equations, American Mathematical Society, Providence, 1998.
**4.** Iório R. e Iório, V.; Equações Diferenciais Parciais: Uma Introdução, Projeto Euclides, 1988.
**5.** John, F., Partial Differential Equations , Springer Verlag, 4th Ed., 1982
**6.** Taylor, M; Partial Differential Equations, Springer, 1996.
**7.** Zachmanoglou, E. & Thoe, W., Introduction to Partial Differential Equations with Applications, Dover, 1986.

**26. EQUAÇÕES DIFERENCIAIS PARCIAIS III**: Método de Compacidade – Teorema de Aubin-Lions. Equações Não Lineares de Ondas. Poço de Potencial. Sistema de Navier-Stokes. Equações Não Lineares do Tipo Schroedinger. Método de Monotonia. Pseudo Laplaciano. Operadores Monótonos. Equações Parabólicas Monótonas. Equações Hiperbólicas com Viscosidade.
**BIBLIOGRAFIA**
**1.** Lions, J. L.;Quelques Methods de Resolutions des Problems aux Limites Non Lineares, Dunod, 1969.
**2.** Temam, R.;Navier-Stokes Equations: Theory and Numerical Analysis, AMS Chelsea, 2001.
**3.** Zheng, S.; Nonlinear Evolution equations, Chapman & Hall/CRC, 2004.

**27. EQUAÇÕES DE LEIS DE CONSERVAÇÃO:** Equações escalares e leis de conservação. Formação de ondas de choque. Ondas de rarefação. O problema de Riemann. Soluções fracas e a relação de Rankine-Hugoniot. Sistemas de leis de conservação. Hiperbolicidade. O método das curvas de onda para a resolução do problema de Riemann para sistemas. Condições de entropia e unicidade de solução. Aplicações aos escoamentos em meios porosos.
**BIBLIOGRAFIA**
**1.** Evans, L.; Partial Differential Equations, AMS, 1998.
**2.** Courant, R., Friedrichs, K. O.; Supersonic Flow and Shock Waves, Springer-Verlag, 1976.
**3.** Dafermos, C; Hyperbolic Conservation Laws in Continuum Physics, Springer-Verlag, 3ª Ed, 2010.
**4.** Serre, D.; Systems of Conservation Laws 1: Hyperbolicity, Entropies, Shock Waves, Cambridge University, 1999.
**5.** Smoller, J.; Shock Waves and Reaction-Difusion Equations, Springer Verlag, 2ª Ed, 1994.

**28. GEOMETRIA LORENTZIANA GLOBAL:** Conexões e curvatura. Variedades Lorentzianas e causalidade. Distância Lorentziana. Espaços-tempo. Estabilidade em geometria Lorentziana. Geodésicas maximais e espaços-tempo. O cut-locus Lorentziano. Teoria de Morse em variedades Lorentziana. Teoremas de comparação em geometria Lorentziana. Teoremas de Cartan-Hadamard Lorentzianos. Condições de convergência em variedades Lorentzianas.
**BIBLIOGRAFIA**
**1.** Beem, J., Ehrlich, P., Easley, K.; Global Lorentzian Geometry, Taylor&Francis, New York, 1996.
**2.** Besse, A.; Einstein Manifolds, Springer-Verlag, Berlin, 2008.
**3.** O'Neill, B.; Semi-Riemannian Geometry with Applications to Relativity, Academic Press, London 1983.

**29. GEOMETRIA RIEMANNIANA II**: O gradiente de uma função. A divergência de um campo vetorial. O Laplaciano de uma função. O Hessiano de uma função. O teorema da divergência. O cut locus. O teorema de comparação do Hessiano. O Laplaciano da função distância. O teorema de comparação do Laplaciano. Os teoremas de Bishop-Gromov e Cheng. A estimativa do gradiente.

Funções subharmônicas e divergentes não-negativos. O lema de Omori-Yau. Operadores elípticos de segunda ordem. Prescrevendo a curvatura Gaussiana. Autovalores do Laplaciano. Os teoremas de Lichnerowicz e Obata.

**BIBLIOGRAFIA**

**1.** Chavel, I.; Riemannian Geometry: An Modern Introduction. Cambridge University Press, Cambridge, 1993.

**2.** Cheeger, J., Ebin, D.; Comparison Theorems on Riemannian Geometry, NorthHolland, 1975.

**3.** Gallot, S., Hulin, D., LaFontaine, J.; Riemannian Geometry. Springer-Verlag, Berlin, Second Edition, 1990.

**4.** Jost, J. ; Riemannian Geometry and Geometric Analysis, Berlin Heildelberg, New York, Springer-Verlag, 1995.

**30. GEOMETRIA SEMI-RIEMANNIANA**: Campos de tensores, contração de tensores, tensores covariantes, derivação de tensores. Formas bilineares simétricas, produtos escalares. Variedades semi-Riemannianas: a conexão de Levi-Civita, transporte paralelo, geodésicas, a aplicação exponencial, o tensor curvatura, curvatura seccional, curvaturas de Ricci e escalar. Subvariedades semi-Riemannianas: campos tangentes e normais, a conexão induzida, geodésicas em subvariedades, subvariedades totalmente geodésicas, hipersuperfícies semi-Riemannas, hiperquádricas, a equação de Codazzi, hipersuperfícies totalmente umbílicas, a conexão normal. Geometrias Riemannina e Lorentziana: o lema de Gauss, distância Riemanniana, completude Riemanniana, caráter causal Lorentziano, cones temporais, geometria Lorentziana local, geodésicas em hiperquádricas.

**BIBLIOGRAFIA**

**1.** Besse, A.; Einstein Manifolds, Springer-Verlag, Berlin, 2008.

**2.** Nakahara, M.; Geometry, Topology and Physics, Taylor&Francis, New York, 2003.

**3.** O'Neill, B.; Semi-Riemannian Geometry with Applications to Relativity, Academic Press, London 1983.

**31. GEOMETRIA DE SUBVARIEDADES**: Teoremas de redução e de rigidez. Subvariedades mínimas. Subvariedades de tipo finite. Subvariedades paralelas. Hipersuperfícies de formas espaciais reais. Subvariedades totalmente geodésicas. Subavariedades totalmente umbílicas. Subvariedades conformemente flat. Subvariedades com vetor curvatura média paralelo. Subavariedades com vetor curvatura média normalizado paralelo. Subvariedades Kähler. Subvariedades Lagrangianas.

**BIBLIOGRAFIA**

**1.** Bang-yen Chen, Total Mean Curvature and Submanifolds of Finite Type, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Singapore, 1984.

**2.** Bang-yen Chen, Geometry of Submanifolds, Marcel Dekker, New York, 1973.

**3.** Dajczer, M. et al, Submanifolds and Isometric Immersions, Houston, Publish or Perish, 1990.

**4.** Yuanlong Xin, Minimal Submanifolds and Related Topics, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Singapore, 2003.

**32. IMERSÕES ISOMÉTRICAS:** As equações fundamentais e o teorema fundamental das imersões isométricas. Imersões totalmente geodésicas, umbílicas e mínimas. O axioma dos r-planos e das r-esferas. Hipersuperfícies convexas. Hipersuperfícies de Einstein. Subvariedades com curvatura não positiva. Redução de codimensão. Imersões isométricas entre espaços de curvatura seccional constante. Formas bilineares planas. Rigidez isométrica local e global. Subvariedades conformemente Euclidianas. Imersões conformes.

**BIBLIOGRAFIA**

**1.** Dajczer, M. et al, Submanifolds and Isometric Immersions, Houston, Publish or Perish, 1990.
**2.** do Carmo, M. P.; O Metodo do Referencial Movel, Rio de Janeiro, III ELAM, IMPA, 1976.
**3.** Spivak, M.; A Comprehensive Introduction to Differential Geometry, Berkeley, Publish or Perish, 1970-75.

**33. INTRODUÇÃO À COMPUTAÇÃO E INFORMAÇÃO QUÂNTICA:** Fundamentos Matemáticos da Mecânica Quântica. Álgebra Linear: Bases e independência linear, operadores lineares e matrizes, Operadores Adjuntos e Hermitianos, Produtos Tensoriais, Decomposição Polar e Singular. Postulados da Mecânica Quântica. Estados, Evolução, Medição Quântica, Medidas Projetivas, Operadores Positivos de medição, Fase, Sistemas Compostos. Aplicações: Código Super-Denso, Teletransporte Quântico. Mecânica Quântica de Sistemas Abertos: Matriz Densidade, Ensembles de Estados Quânticos, Propriedade Gerais do Operador Matriz Densidade. Decomposição de Schmidt e purificações. Desigualdades de Bell.

**BIBLIOGRAFIA**

**1.** R. Portugal et al., "Uma Introdução à Computação Quântica", (SBMAC, 2a edição, 2012. 17)
**2.** Z. Meglicki, "Quantum Computing Without Magic," (MIT Press, 1st edition, 2008. ix, 5, 31)
**3.** NIELSEN, M. A. "Quantum computation and quantum information." (Cambridge, UK)
**4.** PRESKILL, J. "Physics 229. Lectures Notes". http://www.theory.caltech.edu/people/peskill/ph229/

**34. INTRODUÇÃO À GEOMETRIA RIEMANNIANA**: Introdução às variedades topológicas e diferenciáveis. Imersões e mergulhos. Orientação. Campos de vetores. Topologia das variedades. Métricas Riemannianas. Conexões. Conexão Riemanniana. Geodésicas. O fluxo geodésico. Propriedades minimizantes das geodésicas. O tensor curvatura. Curvatura seccional. Curvatura de Ricci e curvatura escalar. Imersões isométricas. A segunda forma fundamental. As equações fundamentais de uma imersão isométrica. Subvariedades mínimas e umbílicas. Hipersuperfícies.

**BIBLIOGRAFIA**

**1.** Chavel, I;. Riemannian Geometry: An Modern Introduction. Cambridge University Press, Cambridge, 1993.
**2.** do Carmo, M. P.; Geometria Riemanniana. Projeto Euclides, IMPA, Rio de Janeiro, 3a edição, 2005.
**3.** Gallot, S., Hulin, D. , LaFontaine, J.; Riemannian Geometry. Springer-Verlag, Berlin, Second Edition, 1990.
**4.** Lee, J. M.; Riemannian Manifolds: An Introduction to Curvature. Springer-Verlag, New York, 1997.

**35. INTRODUÇÃO AS PI-ÁLGEBRAS**: Identidades polinomiais e T-ideias. Variedades e álgebras livres. Polinômios multilineares. Multi-homogêneos e próprios. T-espaços e polinômios centrais. Identidades e polinômios centrais graduados. Codimensões e séries de Hilbert. Crescimento e álgebras. Métodos da teoria de representação. Identidades de álgebras de matrizes e matrizes genéricas. Identidades polinomiais fracas.

**BIBLIOGRAFIA**

1. Drensky, V.; Free Algebras and PI-álgebras, Springer-Verlag, Singapore, 1999.
2. Drensky, V., Formanek, E.; Polynomial Identity Rings, Birkhauser Verlag, 2004.
3. Giambruno, A., Zaicev, M.; Polynomial Identities and Asymptotic Methods, Mathematical Surveys and Monographs, Vol 122, American Mathematical Society, 2005.
4. Kanel-Belov, A., Rowen, L. H.; Computational Aspects of Polynomial Identities, Research Notes in Mathematics – Vol. 9, A K Peters, Massachusets, 2004.

**36. INTRODUÇÃO À TEORIA DE SEMIGRUPOS**: Semigrupos de operadores lineares. Teoremas de Hille-Yosida e Lumer-Phillips. Dicotomia Exponencial. Semigrupos não lineares. Conjuntos limites. Atratores globais. Estabilidade de conjuntos invariantes. Sistemas gradientes. Propriedades dinâmicas de sistemas gradientes. Variedades invariantes de pontos de equilíbrios. Bifurcação. Aplicações às Equações de evolução.

**BIBLIOGRAFIA**


**1.** Carvalho, A. N., Langa, J. A., Robinson, J. C.; Attractors for Infinite-Dimensional Non-Autonomous Dynamical Systems, Applied Mathematical Sciences Volume 182, Springer, New York, 2010.

**2.** Daleckii, J. L. D., Krein, M. G; Stability of Solutions of Differential Equations in Banach Space, American Mathematical Society, Providence, 1974.

**3.** Hale, J. K.; Asymptotic Behavior of Dissipative Systems, Mathematical Surveys and Monographs, N. 25, American Mathematical Society, Providence, 1980.

**4.** Hale, J. K., Magalhães, L. T., Oliva, W. M.; Dynamics in Infinite Dimensions, Applied Mathematical Sciences, N. 47, Springer, New York, 2002.

**5.** Henry, D.; Geometric Theory of Semilinear Parabolic Equations, Lecture Notes in Mathematics, N. 840, Springer-Verlag, Providence, 1980.

**6.** Pazy, A.; Semigroups of Linear Operators and Applications to Partial Differential Equations , Springer, New York, 1983.

**7.** Temam, R.; Infinite Dimensional Dynamical Systems in Mechanics and Physics, Springer, New York, 1997.

**8.** Taiara, K.; Analytic Semigroups and Semilinear Initial Boundary Value, Cambridge, University Press, Cambridge, 1995.

**9.** Zhao, Q.; Dynamical Systems in Population Biology, Canadian Mathematical Society, Springer, New York, 2003.


**37. MEDIDA E INTEGRAÇÃO:** Medida de Lebesgue no Rn Lema de Fatou. Teorema da Convergência Monótona. Teorema da Convergência Dominada. Espaço Lp. O Espaço L2. Teorema de Riesz-Fischer. Bases. Funções Absolutamente Contínuas. Diferenciação em R. Dualidade entre os Espaços Lp. Convergência em Medida. Teoremas de Egoroff e Vitali. Funcionais Lineares sobre o espaço das funções continuas. Teoremas de Decomposição de Hanh, Jordan e Lebesgue. Teoremas de Radon-Nykodym. Teoremas de Tonelli e Fubini. Teorema de Caratheodory e a Unicidade da Medida de Lebesgue em $R^N$.

**BIBLIOGRAFIA**


**1.** Bartle, R.; The Elements of Integration and Lebesgue Measure, Wiley, 1995.

**2.** Folland, G.; Real Analysis: Modern Techniques and Their Applications, Wiley, 1999.

**3.** Halmos,P. ; Measure Theory. Van Nostrand, New York, 1950.

**4.** Royden, H. ; Real Analysis. Macmillan, New York, 1968.

**5.** Rudin, W. ; Real and Complex Analysis. McGraw Hill, London, 1970.

**6.** Wheeden& Zygmund; Measure and Integral: An Introduction to Real Analysis, Marcel Dekker, New York, 1977.


**38. MÉTODOS ALGÉBRICOS EM FÍSICA:** Estruturas algébricas e representações. Álgebras de Lie e superálgebras. Grupos e álgebras quânticas. Álgebras de Hopf e álgebras quasi-Hopf. Álgebras de Kac-Moody afins. Teoria dos nós Integrabilidade: Ansatz de Beth. Modelo de Sachdev-Ye-Kitaev (SYK).

**BIBLIOGRAFIA**


**1.** Y. Saint-Aubin and L. Vinet (Eds.), "Algebraic Methods in Physics", Springer, 2012.

**2.** J. F. van Diejen and L. Vinet (Eds.), "Algebraic methods and Q-special Functions", Am. Mat. Society, 1999.

**39. MÉTODOS GEOMÉTRICOS EM FÍSICA:** Campos de calibre: equações de Maxwell. Campos vetoriais. Formas diferenciais. Teoria de DeRham. Pacotes (‘bundles’) e conexões. Curvatura e equação de Yang-Mills. Teoria de Chern-Symons. Invariantes de ligação (‘links’). Anomalias. Gravidade: geometria semi-riemanniana. Equação de Einstein. Lagrangianos para a Relatividade Geral. O formalismo de ADM.

**BIBLIOGRAFIA**

1. J. C. Baez and J.P. Muniain, "Gauge fields, knots and gravity", World Scientific, 1994.
2. M. Nakahara, "Geometry, topology and physics", 2nd Ed., Taylor and Francis Group, 2003.

**40. MÉTODOS NUMÉRICOS DE DIFERENÇAS FINITAS:** Aproximação de derivadas por diferenças Finitas. Métodos de diferenças finitas (MDF) para equações ordinárias. MDF para equações diferenciais parciais parabólicas, elípticas, hiperbólicas e leis de conservação. Convergência, consistência e estabilidade.

**BIBLIOGRAFIA**

**1.** Cuminato, A. J. & Meneguete, M. Discretização de Equações Diferenciais Parciais: Técnicas de Diferenças Finitas; XIX CNMAC – Goiânia, 1996.
**2.** Fortuna, A. O.; Técnicas Computacionais para Dinâmica dos Fluidos: Conceitos Básicos e Aplicações, Editora da Universidade de São Paulo, 2000.
**3.** LeVeque, R. Numerical Methods for Conservation Laws, Lectures in Mathematics, Birkhauser, 1992.
**4.** Smith, G. D.; Numerical Solutions of PDE: Finite Difference Methods, Oxford University, 1989.
**5.** Strikwerda, J. C. ; Finite Difference Schemes and Partial Differential Equations. 2nd Edt., Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2004.
**6.** Thomas, J. W. Numerical Partial Differential Equations – Conservation Laws and Elliptic Equations, Text in Applied Math. 33, Springer, 1999.

**41. MODELAGEM MATEMÁTICA DE ESCOAMENTOS EM MEIOS POROSOS:** Meio poroso. Métodos. Escoamento monofásico unidimensional e a lei de Darcy. Equação geral para um escoamento monofásico. Escoamentos multifásicos. Equações de balanço de massa. Efeitos de gravidade. Pressão capilar. A equação da pressão. Modelos de permeabilidade. Injeção de água; injeção de polímeros e surfactantes. Escoamentos composicionais. O modelo de “black-oil”. Escoamentos térmicos e a equação da energia. Injeção de água quente ou de vapor. Combustão in situ. Ondas viajantes. Estabilidade de ondas viajantes. Modelos com histerese.

**BIBLIOGRAFIA**

**1.** Bedrikovetsky, P. ; Mathematical Theory of Oil and Gas Recovery, Kluwer Academic Publishers, 1993.
**2.** Chavent, G., Jaffré, J.; Mathematical Models and Finite Elements for Reservoir Simulation, Studies in Math. and its Applications, 17, North-Holland, 1986.
**3.** Lake, L. W. ; Enhanced Oil Recovery, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1989.
**4.** Peaceman, D. W.; Fundamentals of Numerical Reservoir Simulations, Elsevier, 1977.
**5.** Prats, M.; Thermal Recovery, SPE Monograph Series, Vol. 7, 1986.
**6.** Scheidegger, A. ; Physics of Fluids in Porous Media, Unviersity of Toronto Press, 1963.
**7.** Volpert, A. I.; Volpert, Vitaly A.; Volpert, Vladimir A.; Traveling Wave Solutions of Parabolic Systems, American Mathematical Society, 1994.

**42. MODELOS DE REGRESSÃO:** Modelo Linear Geral. Método de Mínimos Quadrados. Inferência. Família Exponencial de Distribuições. Modelos Lineares Generalizados. Estimação pelo Método de Máxima Verossimilhança. Testes de Hipóteses. Análise do Desvio. Modelos para Respostas Binárias. Modelos para Tabelas de Contingências. Modelos para Contagem.

**BIBLIOGRAFIA**


**1.** Cordeiro, G. M. Modelos Lineares Generalizados. X SINAPE, Rio de Janeiro, 1992.

**2.** Cordeiro, G. M.; Paula, G. A. Modelos de Regressão Para Análise de Dados Univariados, 17° Colóquio Brasileiro de Matemática. Rio de Janeiro, 1989.

**3.** Dobson, A. J. An Introduction to Generalized Linear Models. London: Chapman & Hall, 1989.

**4.** McCullagh, P.; Nelder, J. A. Generalized Linear Models. 2 ed. London: Chapman & Hall, 1991.

**5.** Paula, G.A.; Modelos de Regressão com Apoio Computacional. 2ª Edição, IME-USP, São Paulo, 2013. Disponível em: http://www.ime.usp.br/~giapaula/texto_2013.pdf

**6.** Seber, G. A. F. Linear Regression Analysis, John Wiley, 1977.


**43. RELATIVIDADE GERAL II**: Extensão maximal e compactificação conforme; A solução de Kerr; Os princípios variacionais da relatividade geral; A estrutura das equações de campo; Geometria de Friedmann-Robertson-Walker; Ondas gravitacionais; Teorias alternativas da gravitação.

**BIBLIOGRAFIA**


**1.** S. M. Carroll, "Spacetime and Geometry: An Introduction to General Relativity," (Cambridge University Press, 2019)

**2.** R. M. Wald, "General Relativity," (The University of Chicago Press, 1984)

**3.** Weinberg, S. "Gravitation and Cosmology," (John Wiley & Sons, 1972)

**4.** MISNER, C. W; THORNE, K. S.; WHEELER, J. A. "Gravitation," (Freeman, 1973)


**44. REPRESENTAÇÕES DE GRUPOS:** Álgebras. Álgebras de Matrizes. Subálgebras. Ideais e álgebras quocientes. Homomorfismos e isomorfismos de álgebras. Produtos tensorial de álgebras. Álgebras de grupo. Propriedades de álgebras de grupo. Grupo linear. Representações de grupos. Representações equivalentes. Representações irredutíveis. Representações completamente redutíveis e o Teorema de Masche. Aplicações de representações e caracteres. Representação do grupo simétrico.

**BIBLIOGRAFIA**


**1.** Herstein, I. N.; Noncommutative Rings, Carus Math Monographs 15, Mayh. Assoc. Amer., New York, 1968.

**2.** Felzenszwalb, B. Álgebras de Dimensão Finita, 12 Colóquio Brasileiro de Matemática, 1979.

**3.** Lang, S. Algebra, Addison- Wesley Publishing Company, 1969.

**4.** Robinson, D. J. S.; A Course in the Theory of Groups, Springer-Verlag, New York, 1982.


**45. SISTEMAS DINÂMICOS:** Fluxos. Estudo qualitativo dos campos lineares hiperbólicos. Estabilidade Estrutural. Variedades Invariantes de pontos fixos, pontos críticos e órbitas periódicas. Sistemas dinâmicos em variedades compactas. Teorema da transversalidade. Propriedade Morse-Smale.

**BIBLIOGRAFIA**


**1.** Chow, S., Hale, J. K., A.; Methods of Bifurcation Theory, Springer, New York, 1982.

**2.** Daleckii, J. L. D., Krein, M. G; Stability of Solutions of Differential Equations in Banach Space, American Mathematical Society, Providence, 1974.

**3.** Fichman, L., Sallum, E. M.; Sistemas Dinâmicos: Noções Básicas, IME-USP, São Paulo, 2004.

**4.** Katoc, A., Hasselblatt, B.; Introduction to the Modern Theory of Dynamical Systems, Cambridge University Press, Cambridge, 1995.

**5.** Meyer, K. R.; Hall, G. R. Introduction to Hamiltonian Dynamical Systems and the nBody Problem, Springer-Verlag, New York, 1992.
**6.** Palis, J., Melo W.; Introdução aos Sistemas Dinâmicos. Projeto Euclides, IMPA, Rio de Janeiro, 1977.

**46. SISTEMAS DINÂMICOS NÃO AUTÔNOMOS EM DIMENSÃO INFINITA:** Processos de operadores. Atratores Pullback. Resultados de existência de atratores pullback. Taxas de convergência de atratores pullback. Perturbação não autônoma de sistemas gradientes. Decomposição de Morse e funções de Lyapunov não autônomas. Dicotomia Exponencial para processos contínuos. Soluções hiperbólicas. Variedades estáveis e instáveis. Continuidade e caracterização de atratores sob perturbações não autônomas. Equações diferenciais assintoticamente autônomas. Aplicações a problemas parabólicos. A equação de Chafee–Infante não autônomas. Uma equação de onda amortecida não autônoma.

**BIBLIOGRAFIA**

**1.** Barreira, L., Valls, C.; Stability of Nonautonomous Differential Equations, SpringerVerlag Berlin Heidelberg 2008.
**2.** Carvalho, A. N., Langa, J. A., Robinson, J. C.; Attractors for Infinite-Dimensional Non-Autonomous Dynamical Systems, Applied Mathematical Sciences Volume 182, Springer, New York, 2010.
**3.** Daleckii, J. L. D., Krein, M. G; Stability of Solutions of Differential Equations in Banach Space, American Mathematical Society, Providence, 1974.
**4.** Hale, J. K.; Asymptotic Behavior of Dissipative Systems, Mathematical Surveys and Monographs, N. 25, American Mathematical Society, Providence, 1980.
**5.** Henry, D.; Geometric Theory of Semilinear Parabolic Equations, Lecture Notes in Mathematics, N. 840, Springer-Verlag, Providence, 1980.
**6.** Zhao, Q.; Dynamical Systems in Population Biology, Canadian Mathematical Society, Springer, New York, 2003.

**47. SUBVARIEDADES MÍNIMAS**: Primeira variação do volume de uma subvariedade. Subvariedades mínimas. Sub-variedades mínimas em espaços euclidianos e em esferas. Órbitas de um grupo de isometrias e sub-variedades mínimas. Geometria Kahleriana e a desigualdade de Wirtinger. Segunda variação do volume; o teorema do índice para sub-variedades mínimas; estabilidade. O Problema de Plateau e suas generalizações. O Teorema de Chern-Osserman. O Teorema de Osserman sobre superfícies mínimas com curvatura total finita. Superfícies mínimas mergulhadas.

**BIBLIOGRAFIA**

**1.** Blaine Lawson Jr., H.; Lectures on Minimal Submanifolds, vol. I, Publish or Perish INC., 1980.
**2.** Courant, R.; Dirichlet´s Principle, Conformal Mapping and Minimal surfaces, Intersciencie N.Y., 1950.
**3.** Osserman, R. ; A survey of Minimal Surfaces, Van Nostrand-Reinholds, N.Y., 1969.
**4.** Yuanlong Xin, Minimal Submanifolds and Related Topics, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Singapore, 2003.

**48. TEORIA DE GALOIS:** Extensões de Corpos. Extensões Finitas e Extensões Algébricas. Extensões Normais e Extensões Separáveis. Corpos de Decomposição. Grupos de Galois. Teorema Fundamental de Galois. Corpos Ciclotômicas. Corpos Finitos. Solubilidade por Radicais. Construções com Régua e Compasso. Extensões Transcedentes.

**BIBLIOGRAFIA**

**1.** Fraleigh, J. B.; A First Course in Abstract Algebra. Addison-Wesley, Reading Mass., 1989.

**2.** Lang, S.; Algebra. Addison-Wesley, Reading Mass., 1993. 3. McCarthy, P.J.; Algebraic Extensions of Fields. Chelsea, New York, 1976.

**49. TEORIA DOS PONTOS CRÍTICOS I**: Pontos Críticos via Minimização. O Teorema da Deformação. Um Princípio de Mínimo e uma aplicação ao problema de Neumann. O Teorema do Passo da Montanha e Teorema do Ponto de Sela, Aplicações do Teorema do Passo da Montanha a um problema elíptico semilinear com condições de fronteira de Dirichlet. Aplicação do Teorema do Ponto de Sela a um problema ressonante, Pontos Críticos com Vínculos – Vínculos Naturais. Aplicações Pontos Críticos na Presença de Simetria. O Princípio Variacional de Ekeland, Princípio de Minimax Geral.

**BIBLIOGRAFIA**

**1.** Adams, R., Fournier, J.J.F.; Sobolev Space, Second edition, Elsevier, 2003.
**2.** Ambrosetti, A., Arcoya, D.; An Introduction to Nonlinear Functional Analysis and Elliptic Problems, Birkhauser, 2011.
**3.** Brezis, H.; Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations, Springer Verlag, 2010.
**4.** Costa, D. G.; An Invitation to Variational Methods in Differential Equations, Birkhauser, 2006.
**5.** Evans, L. ; Partial Differential Equations, American Mathematical Society, Providence, 1998.
**6.** Kavian, O.; Introduction à la Théorie des Points Critiques et Applications aux Problemes Elliptiques,Springer Verlag, 1993.
**7.** Renardy, M., Rogers, R. C.; An Introduction to Partial Differential Equations, Second Edition, Springer Verlag, 2003.
**8.** Schechter, M., Zou, W. ;Critical Point Theory and its Applications, Springer Verlag, 2006.
**9.** Willem, M. ;Minimax Theorems, Birkhauser, 1996.

**50. TEORIA DOS PONTOS CRÍTICOS II:** Teoria de Lusternik-Schnirelman. Problemas Elípticos definido em todo o $R^N$. O Lema de Concentração de Compacidade de Lions e aplicações à problemas com crescimento crítico em $R^N$ para N>2. A desiguadade de Trundiger-Moser e aplicações a problemas elípticos em $R^2$. O princípio de criticalidade Simétrica de Palais. Sistemas Elípticos do Tipo Gradiente e Hamiltoniano.

**BIBLIOGRAFIA**

**1.** Adams, R., Fournier, J. J. F.; Sobolev Space, Second edition, Elsevier, 2003.
**2.** Ambrosetti, A., Arcoya, D.; An Introduction to Nonlinear Functional Analysis and Elliptic Problems, Birkhauser, 2011.
**3.** Brezis, H.; Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations, Springer Verlag, 2010.
**4.** Costa, D. G.; An Invitation to Variational Methods in Differential Equations, Birkhauser, 2006.
**5.** Evans, L.; Partial Differential Equations, American Mathematical Society, Providence, 1998.
**6.** Kavian, O.; Introduction à la Théorie des Points Critiques et Applications aux Problemes Elliptiques,Springer Verlag, 1993.
**7.** Mawhin, J., Willem, M.; Critical Point Theory and Hamiltonian Systems, Springer Verlag, 1989.
**8.** Renardy, M., Rogers, R. C.; An Introduction to Partial Differential Equations, Second Edition, Springer Verlag, 2003.
**9.** Schechter, M., Zou W. ;Critical Point Theory and its Applications, Springer Verlag, 2006.
**10.** Willem,M.;Minimax Theorems, Birkhauser, 1996.
**11.** Zou, W.; Sign-Changing Critical Point Theory, Springer Verlag, 2008.

**51. TEORIA QUÂNTICA DE CAMPOS II**: Métodos funcionais em teoria quântica do campo; Regularização e renormalização; Grupo de renormalização; Invariância de gauge não-abeliana; Quantização de teorias não-abelianas; Sólitons: Paredes de Domínios, Cordas Cósmicas e Monopolos Magnéticos.

**BIBLIOGRAFIA**

**1.** M. Kaku, "Quantum Field Theory: A Modern Introduction," (Oxford University Press, USA, 1993).
**2.** M. Srednicki, "Quantum Field Theory," (Cambridge University Press, 2007).
**3.** RAJARAMAM, R. "Soliton and Instantons," (North-Holland, 1982).
**4.** PESKIN, M.; SCHROEDER, D. "An Introduction to Quantum Field Theory," (Addison-Wesley, 1995).

**52. TOPOLOGIA ALGÉBRICA:** Grupo fundamental. Espaços de revestimento. Homologia singular: invariância homotópica, excisão, seqüências exatas, seqüências de Mayer-Vietoris e aplicações. Complexos celulares. Homologia simplicial, isomorfismo entre homologias simplicial e singular. Fórmula dos pontos fixos de Lefschetz e cohomologia. Grupo e anel de cohomologia. Relação entre homologia e cohomologia. Variedades topológicas e trianguláveis, orientação, ciclo fundamental. Teorema de Rham. Dualidade de Poincaré, Alexader e Lefschetz. Homologia e cohomologia de um espaço produto.

**BIBLIOGRAFIA**

**1.** Greenberg, M., Harper, J.; Algebraic Topology: A First Course, Benjamin/Cummings, 1981.
**2.** Massey, W.S. ; Algebraic Topoly: An Introduction, Springer Verlag, 1967.
**3.** Wallace, A. H.; An Introduction to Algebraic Topology. London, Pergamon Press, 1957.
**4.** Spanier, R., Algebraic Topology, New York McGraw-Hill, 1966.
**5.** Vick, J. W.; Homology Theory, Academic Press, 1996.

**53. TOPOLOGIA DIFERENCIAL:** Variedades: definição e exemplos. Variedades com bordo. Variedades orientáveis. Partições da unidade. Teorema de Sard. Topologia C^r (domínio compacto). Transversalidade. Teoremas de Whitney. Grau módulo dois e grau de Brower. Invariância por homotopia. Aplicações: teorema do ponto fixo de Brower, teorema da invariância da dimensão. Teorema de Hopf da classificação homotópica das aplicações na esfera. Teoria da interseção e grau. Invariância por homotopia do número de interseção. Campos de vetores e característica de Euler. Índice de Poincaré-Hopf. Teorema de Poincaré-Hopf. Teorema de Lefshetz.

**BIBLIOGRAFIA**

**1.** Bredon, G. ; Topology and Geometry, Springer Verlag, 1993.
**2.** Hirsch, M.; Differential topology; Graduate Texts in Mathematics, 33. SpringerVerlag, New York, 1994.
**3.** Lima, E. L.; Introdução à Topologia Diferencial, Rio de Janeiro, IMPA, 2005.
**4.** Milnor, J.; Topology from the Differentiable Viewpoint, Charlottesville, Princeton Univ. Press, 2nd (1969).

**54. TOPOLOGIA GERAL:** Espaços Métricos Completos. Completamento de um Espaço Métrico. Teorema de Baire. Aproximações Sucessivas. Espaços Topológicos. Bases de uma Topologia. Espaços de Funções. Espaços Compactos. Teorema de Tychonov. Teorema de Ascoli. Teorema de Stone-Weierstrass. Topologia Quociente. Espaços Normais. Teorema de Metrização de Urysohn. Homotopia. O grupo Fundamental. O Homeomorfismo Induzido. O Grupo Fundamental do Círculo. Índice de uma Curva Fechada. Espaços de Recobrimento.

**BIBLIOGRAFIA**

**1.** Bourbaki, N.; Topologie Générale. Editions Hermann, Paris, 1974.

**2.** Dugundji, J.; Topology. Allyn and Bacon, Boston, 1966.
**3.** Lima, E. L.; Elementos de Topologia Geral, LTC-IMPA, Rio de Janeiro, 1976.
**4.** Lima, E. L.; Grupo Fundamental e Espaços de Recobrimento, Projeto Euclides, IMPA, Rio de Janeiro, 1993;
**5.** Massey, W.; Algebraic Topology: An Introduction. Springer Verlag, New York, 1967.
**6.** Munkres, J. R.; Topology, A first Course. Prentice-Hall, Inc. New Jersey, 1975.

**55. TÓPICOS ESPECIAIS DE ÁLGEBRA:** Ementa em aberto.

**56. TÓPICOS ESPECIAIS DE ANÁLISE:** Ementa em aberto.

**57. TÓPICOS ESPECIAIS DE FÍSICA-MATEMÁTICA**: Ementa em aberto.

**58. TÓPICOS ESPECIAIS DE GEOMETRIA:** Ementa em aberto.

**59. TÓPICOS ESPECIAIS DE MATEMÁTICA APLICADA:** Ementa em aberto.

**60. TÓPICOS ESPECIAIS DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA:** Ementa em aberto.