



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
Programa de Pós-Graduação em Matemática
Mestrado Profissional - PROFMAT/CCT/UFCG



O PENSAMENTO COMPUTACIONAL COMO FERRAMENTA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICA

Teófilo Viturino da Silva

Trabalho de Conclusão de Curso

Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Cohen Mota Nemer

Campina Grande - PB
Agosto/2020

S586p

Silva, Teófilo Viturino da.

O pensamento computacional como ferramenta de resolução de problemas de matemática / Teófilo Viturino da Silva. - Campina Grande, 2020.

133f. : il. Color.

Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia, 2020.

"Orientação: Prof. Dr. Rodrigo Cohen Mota Nemer".

Referências.

1. Matemática Computacional. 2. Pensamento Computacional. 3. Resolução de Problemas. 4. Ensino de Matemática. I. Nemer, Rodrigo Cohen Mota. II. Título.

CDU 519.6(043)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
Programa de Pós-Graduação em Matemática
Mestrado Profissional - PROFMAT/CCT/UFCG



O PENSAMENTO COMPUTACIONAL COMO FERRAMENTA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICA

por

Teófilo Viturino da Silva

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Corpo Docente do Programa de Pós-Graduação em Matemática - CCT - UFCG, na modalidade Mestrado Profissional, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre.

O PENSAMENTO COMPUTACIONAL COMO FERRAMENTA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICA

por

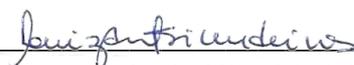
Teófilo Viturino da Silva

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Corpo Docente do Programa de Pós-Graduação em Matemática - CCT - UFCG, modalidade Mestrado Profissional, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre.

Aprovado por:



Prof. Dr. Davis Matias de Oliveira - UEPB



Prof. Dr. Luiz Antônio da Silva Medeiros - UFCG



Profa. Dra. Livia Maria Rodrigues Sampaio Campos - UFCG



Prof. Dr. Rodrigo Cohen Mota Nemer - UFCG
Orientador

Universidade Federal de Campina Grande
Centro de Ciências e Tecnologia
Unidade Acadêmica de Matemática
Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Agosto/2020

Dedicatória

Ao meu avô Caju (in memoriam), que mesmo não sendo alfabetizado, me ensinou que o conhecimento é a maior riqueza que se pode acumular.

Agradecimentos

À Laryssa Dayana, minha companheira e à minha filha, Sofia Dandara, por todo apoio dado em forma amor, incentivo, paciência e compreensão durante esta etapa da minha trajetória acadêmica.

À minha mãe Guiomar e à minha irmã Tércia, que mesmo não entendendo muito bem os meus projetos, estão sempre torcendo por mim e compreendem que meus longos períodos de ausência são necessários.

Ao Professor Rodrigo Cohen, pela orientação, dedicação, apoio, cobranças e especialmente pelos momentos de conversa e troca de experiências tão importantes para minha formação profissional e pessoal.

A Fabiano Barbosa, Laércio Lima, Laryssa Dayana, Fernanda Laís e Marília Sales, pela leitura das versões iniciais desta dissertação. Suas sugestões enriqueceram grandiosamente o texto.

À UFCG e aos professores do PROFMAT que contribuíram imensamente para o engrandecimento e fortalecimento dos meus conhecimentos, em especial, aos Professores Luiz Antônio da Silva Medeiros e Marcelo Carvalho Ferreira pelas aulas sempre cativantes e desafiadoras.

À Banca Examinadora, composta pelos professores Davis Matias de Oliveira (UEPB), Luiz Antônio da Silva Medeiros (UFCG) e a professora Lívia Maria Rodrigues Sampaio Campos (UFCG) por toda ajuda e pelas observações que melhoraram significativamente esta dissertação.

Meu muito obrigado a todos os colegas de turma, particularmente a Bruno Lopes, Marília Sales, Sandra Diniz e Wagner Negromonte pelo companheirismo, ajuda e amizade.

À todas as pessoas que conheci através do *Blablacar*, que por meio de conversas ou companhia silenciosa tornaram mais agradáveis as minhas viagens à UFCG.

Por fim, agradeço à Sociedade Brasileira da Matemática - SBM pelo oferecimento deste Curso em Rede Nacional.

“Nunca nos tornaremos matemáticos, mesmo que a nossa memória domine todas as demonstrações feitas por outros, se o nosso espírito não for capaz de resolver todas as espécies de problemas.”

René Descartes

Resumo

O Pensamento Computacional é um processo de raciocínio apoiado em fundamentos da Ciência da Computação, mas que pode ser usada para resolver problemas nas mais diversas áreas do conhecimento. Diante dessa versatilidade, ele será usado neste estudo com a intenção de contribuir com o Ensino de Matemática sob a perspectiva da Resolução de Problemas. Para isso, será feita, em um primeiro momento, uma fundamentação teórica a respeito dos principais conceitos relacionados ao Pensamento Computacional e à Resolução de Problemas de Matemática. Em seguida, é dada uma explanação detalhada sobre cada uma das competências do Pensamento Computacional e como elas podem ser exploradas em problemas de Matemática. Por fim, é proposta uma intervenção pedagógica buscando contribuir com o entendimento da relação entre o aumento gradual do número de competências estimuladas em um problema e o desempenho dos estudantes.

Palavras Chaves: 1. Pensamento Computacional. 2. Resolução de Problemas 3. Ensino de Matemática

Abstract

Computational Thinking is a reasoning process supported by fundamentals of Computer Science, but it can be used to solve problems in the most diverse areas of knowledge. Given this versatility, it will be used in this study with the intention of contribute with the Teaching of Mathematics from the perspective of Problem Solving. For this, it will be made, at first, a theoretical foundation regarding the main concepts related to Computational Thinking and the resolution of Mathematics problems. Then, a detailed explanation is given about each of the Computational Thinking skills and how they can be explored in Mathematics problems. Finally, a pedagogical intervention is proposed seeking to contribute to the understanding of the relationship between the gradual increase in the number of skills stimulated in a problem and the student's performance.

Keywords: 1. Computational Thinking 2. Problem Solving 3. Mathematics Teaching

Lista de Figuras

2.1	Triângulo Retângulo 1	14
2.2	Triângulo Retângulo 2	14
2.3	Triângulo Retângulo 3	15
2.4	Competências do Pensamento Computacional segundo Barr & Stephenson .	19
3.1	Coleta de Dados	30
3.2	Solução do Problema 3.4	34
3.3	Abstração	35
3.4	Algoritmos	36
3.5	Simulação	38
3.6	Automação	40
3.7	Página inicial da Plataforma <i>ComPensar</i>	44
3.8	Página de inserção de questões na Plataforma <i>ComPensar</i>	45
3.9	Página inicial de busca da Plataforma <i>ComPensar</i>	46
3.10	Página de Criação de Listas na Plataforma <i>ComPensar</i>	47
4.1	Gráfico para o Problema 4.4	52
4.2	Solução do Problema 4.4	53
4.3	Solução do Problema 4.5 (c)	55
4.4	<i>Pendrive</i> 1	57
4.5	<i>Pendrive</i> 3	58
4.6	Solução do Problema 4.10 (c)	61

Lista de Tabelas

3.1	Tabela de horários de Rodrigo	28
3.2	Problema de Representação de Dados	33
3.3	Solução do Problema 3.4	33
3.4	Solução do Problema 3.8 - Parte 1	38
3.5	Solução do Problema 3.8 - Parte 2	39
3.6	Paralelização - Parte 1	42
3.7	Paralelização - Parte 2	42
3.8	Solução do Problema 3.10	42
4.1	Dados para o Problema 4.5	54
4.2	Dados para o Problema 4.6	55
4.3	Solução do Problema 4.6 (d)	56
4.4	<i>Pendrive 2</i>	57
4.5	Solução do Problema 4.7	58
4.6	Dados para o Problema 4.10	60

Lista de Quadros

2.1	Algumas definições de Problema dadas por dicionários	7
2.2	Competências de acordo com Barr e Stephenson	20
2.3	Outras Classificações das Competências	21
2.4	Releitura das Competências do Pensamento Computacional segundo Costa	23

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Motivação	1
1.2	Justificativa	3
1.3	Problemática	4
1.4	Objetivos	4
1.5	Metodologia	5
1.6	Estrutura da Dissertação	6
2	Fundamentação Teórica	7
2.1	O que é um <i>Problema</i> ?	7
2.2	A relevância da Resolução de Problemas para o Ensino de Matemática	8
2.2.1	Contextualização de Problemas	13
2.3	O Pensamento Computacional	16
2.3.1	Definição	17
2.4	O Pensamento Computacional e a Resolução de Problemas de Matemática	21
3	Descrição da Proposta de Intervenção Pedagógica	25
3.1	Identificando as Competências do Pensamento Computacional em Problemas de Matemática	25
3.2	Construção do Banco de Questões	43
3.3	Criação das Listas de Exercícios	45
3.4	A Estrutura da Intervenção Pedagógica	47
4	Identificação das Competências do Pensamento Computacional em Questões Catalogadas	50
4.1	Resolução e Análise das Questões Seleccionadas	50
4.2	Considerações Finais	62
5	Conclusões e Recomendações para Trabalhos Futuros	63
5.1	Comentários Finais Sobre a Proposta de Intervenção Pedagógica	63
5.2	Trabalhos Futuros e Perguntas em Aberto	63

5.3	Conclusões	65
A	Listas de Exercícios do Grupo de Controle	71
B	Listas de Exercícios do Grupo Experimental	93
C	Testes de Sondagem	111

Capítulo 1

Introdução

Este capítulo se inicia com a motivação que levou à realização deste estudo, acompanhada da justificativa, que apresenta a relevância da proposta de investigação. Logo após, é delineado o problema tratado na pesquisa. Em seguida, são listados os objetivos e procedimentos metodológicos utilizados na condução desta investigação e, por fim, é apresentado como o trabalho está organizado estruturalmente.

1.1 Motivação

Os avanços tecnológicos e as transformações sociais têm sido amplamente usados para fomentar extensos debates sobre o desenvolvimento de estratégias formativas que sejam capazes de atender aos anseios de indivíduos cada vez mais críticos e atuantes [1, 2]. É importante que o professor faça-se presente nessas discussões, alimentando-as com dados e opiniões oriundos de uma constante reflexão sobre a sua própria prática. Deve-se pensar em como incluir elementos na atividade docente que possam incentivar o aluno a tornar-se o ator principal de sua aprendizagem, isto é, precisa-se criar oportunidades para que este desenvolva a sua autonomia, sendo instigado a questionar e a expressar opinião acerca dos argumentos que lhes são apresentados, além de buscar por informações que contribuam para a construção de conceitos, valores, habilidades e atitudes, evitando a mera apropriação de conhecimentos já estabelecidos, cabendo ao professor o dever de ocupar o importantíssimo papel de mediador nesse processo.

Diante disso, a principal motivação para a realização deste estudo é a imperativa necessidade de (re)elaboração e (re)discussão constantes de métodos e técnicas que possam vir a colaborar de alguma forma com a melhora dos índices de aprendizagem dos estudantes da Educação Básica, especialmente em áreas como as Ciências da Natureza, a Matemática e suas tecnologias.

De acordo com Mizukami [3], são várias as abordagens pedagógicas que visam, cada uma à sua maneira, fazer da aprendizagem uma atividade mais significativa e agradável, dentre

elas, a autora destaca:

- **A Abordagem Tradicional:** esta metodologia tem como princípio a transmissão do conhecimento pelo professor, feita geralmente de forma expositiva, sequencialmente predeterminada e fixa, dando ênfase à resolução de exercícios, com exigência de memorização dos conteúdos. Reduz o aluno a um mero receptor de informações, menosprezando o seu potencial holístico;
- **A Abordagem Comportamentalista:** os comportamentalistas consideram a experiência ou a experimentação científica como a base do conhecimento, ou seja, o conhecimento resulta diretamente da experiência. A postura do aluno é menos passiva em relação à aquisição do conhecimento, ele passa a ser co-responsável pelo controle do processo de ensino-aprendizagem. O professor teria a responsabilidade de planejar e desenvolver estratégias, de forma tal que o desempenho dos alunos possa ser maximizado;
- **A Abordagem Humanista:** nesta corrente pedagógica, a ênfase é dada ao papel do indivíduo como principal autor do conhecimento. O professor em si não transmite o conteúdo, apenas dá assistência, assumindo o papel de facilitador, o conteúdo advém das experiências vivenciadas pelos alunos. Os humanistas não recomendam a utilização de modelos prontos, por acreditarem que o homem é um ser em constante evolução. O método humanista busca promover o relacionamento interpessoal, a autonomia e a troca de experiências;
- **A Abordagem Cognitivista:** a corrente cognitivista enfatiza a investigação dos processos centrais do indivíduo, bem com a preocupação com a criação dos processo cognitivos. Defende a interação do indivíduo com o meio, no entanto, considera a aprendizagem como um resultado que vai além dessa interação. Tudo o que se aprende é assimilado por uma estrutura cognitiva já existente, o que provoca uma reestruturação. Tem como objetivo conferir capacidade ao aluno para assimilar o conhecimento, promovendo a integração das informações e contribuindo para a formação da sua visão do mundo;
- **A Abordagem Sociocultural:** a característica principal desta escola é o seu total direcionamento para as questões sociais, visando possibilitar uma maior participação do povo nos processos de formação de sua própria cultura. O indivíduo é visto como sujeito ativo e participante na aquisição e construção do conhecimento. A ênfase do processo educacional é a consciência crítica da realidade. A interação professor-aluno deve se dar de forma dialógica, democrática e desprovida de mecanismos coercitivos e repressores.

O estudo acerca dessas diferentes linhas, tendências ou abordagens pedagógicas fornece diretrizes à ação docente.

Esta dissertação trata especificamente do Ensino de Matemática mediado pela Resolução de Problemas, que tem como principais características: o incentivo à reflexão, à formulação de conjecturas e à elaboração de hipóteses [4, 5]. Tais características se relacionam fortemente com alguns elementos presentes nas abordagens humanista e cognitivista, o que mostra a relevância da Resolução de Problemas como estratégia pedagógica. Outro ponto a favor de uma prática docente pautada nessa metodologia, provém do fato dela não estar restrita ao ambiente escolar, sendo parte integrante da vida profissional e pessoal de qualquer indivíduo. Sendo assim, é de fundamental importância que seja dada aos alunos a oportunidade de vivenciarem situações que contribuam para o desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas.

1.2 Justificativa

A Ciência da Computação é a área do conhecimento que tem como ocupação principal a resolução sistemática de problemas [6]. Os cientistas da Computação costumam abordar os problemas utilizando uma estratégia conhecida como Pensamento Computacional. Trata-se de uma forma de pensamento analítico e estruturado a partir de um conjunto de competências bem definidas: coleta de dados, análise de dados, representação de dados, decomposição, abstração, algoritmos, automação, paralelização e simulação [7]. Algumas dessas competências coincidem com as que são necessárias para estudar Matemática: por exemplo, tanto na resolução de problemas de Computação quanto de Matemática, trabalha-se a construção de algoritmos, bem como a organização, interpretação e a representação de dados em gráficos e/ou tabelas. Um estudo detalhado relacionando as competências do Pensamento Computacional e as competências da Matemática foi feito por Mestre [8].

Muitos pesquisadores elaboraram definições para o termo *Pensamento Computacional* [7, 6, 9, 10, 11, 12, 13], buscando incluir, cada um a seu modo, seus principais aspectos. No entanto, para atender às necessidades desse estudo é suficiente entender o Pensamento Computacional como sendo um processo de raciocínio apoiado em fundamentos computacionais para a resolução de problemas em diversas áreas.

Essas ideias fundamentam estudos que sugerem que os problemas de Matemática tratados nas escolas constituem um terreno fértil para a inserção do Pensamento Computacional no cotidiano da Educação Básica [14, 15, 16].

Considerando o exposto, é mister contribuir com as investigações relacionadas à utilização das competências do Pensamento Computacional como instrumento de sistematização das estratégias de Resolução de Problemas, bem como a avaliação do impacto causado nos indicadores de desempenho dos estudantes.

1.3 Problemática

A partir dos dados divulgados no relatório de resultados da última edição do PISA¹ [17], realizado em 2018, estima-se que aproximadamente 68% dos estudantes brasileiros com 15 anos de idade sabem menos que o mínimo esperado em Matemática. Decerto, esse desempenho fez com que o Brasil aparecesse ocupando uma das últimas posições no ranking mundial de aprendizagem. Esse resultado não é um evento isolado: relatórios de edições anteriores do PISA [18, 19, 20] mostram que os índices de aprendizagem dos estudantes brasileiros estão estagnados desde 2009. Diante dessa problemática, faz-se necessário pensar ações empíricas visando a implementação de mecanismos que possam vir a contribuir com a melhora do desempenho escolar dos estudantes brasileiros.

Em uma pesquisa realizada por Mestre [8], foram avaliadas 161 questões do PISA, com o intuito de verificar que competências do Pensamento Computacional estavam presentes. Os autores utilizaram como referencial as nove competências estabelecidas por Barr e Stephenson: Coleta de dados, análise de dados, representação de dados, decomposição, abstração, algoritmos, automação, paralelização e simulação [7]. Destas, apenas paralelização, automação e simulação não foram encontradas no conjunto de questões analisado no trabalho.

As conclusões do estudo de [8] indicam que, pelo menos no contexto de exames como o PISA, o Pensamento Computacional pode auxiliar os professores a selecionar de forma mais eficiente os problemas que pretendem explorar em sala de aula e, conseqüentemente, melhorar o letramento matemático dos alunos contribuindo para que possam obter melhores resultados.

1.4 Objetivos

Objetivo Geral

Esta dissertação tem como seu objetivo mais amplo:

- Propor uma intervenção pedagógica que pretende investigar a relação entre o desempenho dos alunos e a quantidade de competências do Pensamento Computacional presentes em problemas de Matemática.

Objetivos Específicos

Destaca-se os seguintes objetivos específicos para esta pesquisa:

- i. Identificar a presença das competências do Pensamento Computacional em problemas de Matemática;

¹Programme for International Student Assessment, instrumento criado pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), utilizado para aferir a proficiência em Leitura, Matemática e Ciências de jovens com 15 anos de idade.

- ii. Criar listas de problemas classificados de acordo com a quantidade de competências do Pensamento Computacional identificadas neles;
- iii. Incentivar a utilização do Pensamento Computacional como estratégia de Resolução de Problemas de Matemática.
- iv. Contribuir com a inserção da Computação no Currículo Escolar.

1.5 Metodologia

A metodologia utilizada para a construção da intervenção pedagógica proposta neste estudo, está dividida em quatro etapas:

1. Na primeira etapa, fez-se uma revisão da literatura existente a respeito dos conteúdos necessários à realização deste trabalho;
2. A segunda etapa consistiu de estudo e treinamento sobre a identificação das competências do Pensamento Computacional em problemas de Matemática e a criação de questões em conformidade com tais competências;
3. Na terceira etapa, tratou-se da construção de um banco de questões, do qual seriam extraídos os problemas que seriam utilizados na intervenção. Escolheu-se o conteúdo Noções de Probabilidade e Estatística para a elaboração das questões.
4. Na quarta etapa ficaram estabelecidos os critérios de aplicação da intervenção pedagógica:
 - a) A intervenção pedagógica está formatada para ser aplicada em duas turmas de primeiro ano do Ensino Médio, que a partir de agora, por uma questão de organização, serão denominadas “Grupo de Controle” e “Grupo Experimental”;
 - b) Como não será possível contar com um controle completo, nem com uma distribuição aleatória dos estudantes participantes, escolheu-se como método de condução da pesquisa o modelo de quase experimento utilizado por Costa [21];
 - c) A duração da intervenção pedagógica será de quatro semanas letivas;
 - d) Para cada uma das turmas, em cada semana serão aplicadas duas listas de exercícios contendo quatro problemas cada uma. Uma destas listas deverá ser resolvida pelos discentes durante a etapa presencial da intervenção e a outra poderá ser levada para casa e devolvida na semana posterior ao recebimento;
 - e) A aplicação de cada uma das listas deverá ser precedida por uma aula expositiva dialogada sobre os conteúdos abordados;

- f) O grupo de Controle sempre receberá listas compostas por questões que exploram até duas competências do Pensamento Computacional. O grupo experimental receberá listas constituídas de problemas cujo número de competências exploradas aumenta gradativamente da seguinte forma: até duas para a primeira semana, três ou quatro para a segunda semana, cinco ou seis para a terceira semana e sete, oito ou nove para a quarta semana;
- g) Serão aplicados três testes de sondagem em ambas as turmas: o primeiro antes da primeira intervenção, o segundo logo após a segunda intervenção e o terceiro após o quarto momento de intervenção. Cada um dos problemas que irão compor os testes de sondagem irão explorar quatro ou cinco competências;
- h) Ao final serão analisados os resultados obtidos pelos alunos em todas as listas e testes de sondagem, na intenção de verificar se a quantidade de competências do Pensamento Computacional exploradas em um problema interfere de alguma forma no desempenho dos estudantes. Deve-se ainda, realizar uma análise qualitativa das soluções apresentadas para os problemas, na intenção de tentar identificar quais competências foram desenvolvidas ao longo das resoluções.

1.6 Estrutura da Dissertação

O Capítulo 2 desta dissertação traz toda a fundamentação teórica que norteia o estudo. Inicia-se apresentando uma discussão acerca do conceito de “Problema”. Em seguida argumenta-se sobre a relevância da resolução de Problemas para o Ensino de Matemática. Encerra-se o capítulo com uma explanação sobre o Pensamento Computacional e suas competências, e como estes conceitos podem relacionar-se com o Ensino de Matemática.

No Capítulo 3 descreve-se a metodologia utilizada no planejamento e execução da proposta de intervenção pedagógica no formato de quase experimento. Em sua primeira seção são apresentadas as habilidades necessárias para que se possa identificar as competências do Pensamento Computacional em um problema de Matemática. Em seguida é feito o delineamento do processo de confecção das listas de exercícios e testes de sondagem que serão aplicados durante a intervenção. Na seção final discute-se os detalhes da intervenção pedagógica.

No Capítulo 4 é feita a resolução de problemas extraídos das listas de exercícios elaboradas para a intervenção pedagógica, bem como uma análise de como as competências do Pensamento Computacional estariam sendo estimuladas em cada um deles.

No Capítulo 5 são apresentadas algumas recomendações de trabalhos futuros, bem como uma lista de perguntas em aberto, seguida de algumas considerações finais.

Capítulo 2

Fundamentação Teórica

Neste capítulo, é discutido o referencial teórico que norteia essa pesquisa. Inicialmente, é feito um breve levantamento sobre alguns dos pontos de vista existentes acerca do conceito de *problema*. São apresentados argumentos que corroboram com a ideia de que um ensino pautado na Resolução de Problemas contribui para tornar o aprendizado mais significativo - em especial, são discutidas as implicações dessa hipótese na disciplina de Matemática. A parte final trata do conceito de Pensamento Computacional e elenca argumentos sobre as possíveis vantagens de sua utilização como arcabouço metodológico para a Resolução de Problemas no Ensino de Matemática.

2.1 O que é um *Problema*?

Há diversas definições para o termo *problema*. O Quadro 2.1 a seguir exibe as definições encontradas em três dicionários de Língua Portuguesa que estão disponíveis para consulta on-line.

Quadro 2.1: Algumas definições de Problema dadas por dicionários

Dicionário Dicio [22]	Dicionário Priberam [23]	Dicionário Michaelis [24]
<ol style="list-style-type: none">1. Questão ou circunstância cuja resolução é muito difícil de se realizar.2. Situação muito complicada de se resolver.3. O que não se consegue lidar, nem tratar.4. Tudo aquilo cuja resolução é difícil ou complicada.	<ol style="list-style-type: none">1. Questão Matemática proposta para se lhe achar a solução.2. Questão, dúvida.3. O que é difícil de explicar.	<ol style="list-style-type: none">1. Tema, em qualquer área do conhecimento, cuja solução ou resposta requer considerável pesquisa, estudo e reflexão.2. Questão levantada para inquirição, consideração, discussão, decisão ou solução.3. Dificuldade ou obstáculo que requer grande esforço para ser solucionado ou vencido.4. Situação conflitante, dificuldade.

Fonte: Elaborado pelo autor.

O filósofo John Dewey, em sua obra *Lógica - A teoria da investigação* [25], propõe a seguinte definição: “Problema é a situação que constitui o ponto de partida de qualquer indagação, ou seja, é uma situação indeterminada. Ela se torna problemática no próprio processo de sujeição à indagação.”

Segundo Pólya [26], “[...] ter um problema significa buscar conscientemente por alguma ação apropriada para atingir um objetivo claramente definido, mas não imediatamente atingível, onde pode se dizer que é um obstáculo a ser superado”.

De acordo com Van de Walle [27], um problema é definido como qualquer tarefa ou atividade para a qual não se tem métodos ou regras prescritas ou memorizadas, nem a percepção de que haja um método específico para chegar à solução correta.

A partir das definições apresentadas é possível identificar que, apesar da diversidade de pontos de vista, há algo que é comum a todos eles: um problema é caracterizado por uma situação desafiadora, ou seja, tem como ponto de partida algo que não se sabe fazer, mas tem-se interesse em fazê-lo.

Vale ressaltar que uma situação que se caracteriza como um problema para uma pessoa, pode não significar desafio para outra. Pois, de acordo com Onuchic [28], um problema se configura na relação com o resolvidor, de tal modo que, se ele já conhece os métodos de resolução ou não está interessado na atividade proposta, esta não será para ele um problema.

O contato com situações desafiadoras possui bastante relevância na vida das pessoas. Tal fato torna imprescindível que desde a infância as estratégias de resolução de problemas façam parte do nosso cotidiano. Diante disto, a escola configura-se como um ótimo local para estimular o desenvolvimento dessas habilidades. Há diversos métodos de contextualização do conhecimento fundamentados nesta metodologia, neste estudo trataremos especificamente da resolução de problemas como estratégia de aprendizagem de Matemática.

2.2 A relevância da Resolução de Problemas para o Ensino de Matemática

Conforme Stanick e Kilpatrick [29], os problemas representam o foco principal do trabalho dos matemáticos desde a antiguidade, no entanto, a Resolução de Problemas como metodologia de ensino-aprendizagem é um conceito relativamente novo. Somente a partir da segunda metade do século XX é que começaram a surgir publicações acerca do tema; os primeiros trabalhos sobre esse assunto foram publicados na década de 1960, pelo matemático húngaro George Pólya.

Segundo [28], o Ensino de Matemática e a Resolução de Problemas relacionam-se de três maneiras:

- **Ensino de Matemática para a Resolução de Problemas:** nessa abordagem, apenas após ter desenvolvido a parte teórica referente a um determinado tópico matemático, é

que o professor propõe problemas aos alunos como aplicação do conteúdo estudado;

- **Ensino de Matemática sobre a Resolução de Problemas:** trata-se de considerar a Resolução de Problemas como um novo conteúdo. Aborda-se temas relacionados à resolução de problemas, dando ênfase à heurística como forma de orientar os alunos, com regras e processos gerais, independente do conteúdo específico explorado;
- **Ensino de Matemática através da Resolução de Problemas:** parte da ideia de que ambas, Matemática e Resolução de Problemas devem ser consideradas simultaneamente e construídas mútua e continuamente. Nesta metodologia, os problemas são propostos aos alunos antes de lhes ter sido apresentado formalmente o conteúdo matemático necessário ou mais apropriado à sua resolução.

De acordo com os PCNs¹ de Matemática para o Ensino Fundamental [30]: “Os conhecimentos matemáticos construídos pelos alunos ganham significado quando os conteúdos lhes são propostos através de situações-problema desafiadoras, que levem o aluno a pesquisar além do contexto educacional”.

Diante disso, é necessário considerar algumas ideias, evidenciadas a seguir, visando a construção de um entendimento sobre o conceito de “Problema de Matemática”.

Os PCNs [30], definem Problema de Matemática como sendo: “[...] uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la.”

Na perspectiva de Echeverría e Pozo [31], a resolução de Problemas de Matemática está relacionada à tomada de decisão da pessoa sobre quais passos devem ser seguidos para se resolver determinado problema.

De acordo com Brito [32]:

Um problema de Matemática exige um certo esforço intelectual na criação de uma estratégia de solução, a qual poderá combinar conhecimentos preexistentes com a criação de novos. É uma situação que exige a descoberta de informações desconhecidas para o indivíduo que deseja resolvê-lo e/ou a construção de uma demonstração para um resultado teórico deduzido experimentalmente.

Nem sempre o que é chamado de problema pelos professores pode ser considerado um problema para os alunos. Muitas vezes, a solução exige apenas a aplicação de fórmulas e conceitos previamente apresentados. Em geral, tarefas com essa característica costumam ser classificadas como exercícios. O professor que ensina Matemática e se propõe a inserir a Resolução de Problemas em sua prática, precisa saber diferenciar corretamente um problema de um exercício.

¹Parâmetros Curriculares Nacionais: Documentos oficiais orientadores da prática docente na educação básica.

De acordo com Echeverría e Pozo [31], “[...] um problema se diferencia de um exercício na medida em que, neste último, dispomos e utilizamos mecanismos que nos levam, de forma imediata à solução.”

Para Silva [33]:

O exercício é uma atividade de treinamento (adestramento) no uso de alguma habilidade ou conhecimento matemático adquirido anteriormente pelo aluno, por exemplo, a aplicação de uma fórmula ou um algoritmo. Dessa forma, um exercício é uma mera aplicação de resultados teóricos, na maioria das vezes memorizados. Observa-se que as listas de problemas, assim chamadas pelo professor, não passam de listas de exercícios, pois o aluno não tem de resolver um problema, mas simplesmente ler, extrair as informações e aplicar certa habilidade já alcançada em anos ou aulas anteriores.

De acordo com Skovsmose [34], a resolução de exercícios impõe à aula uma rotina: inicia-se com a exposição do tema e a resolução de alguns exemplos, em seguida resolve-se exercícios de fixação, geralmente extraídos de um livro didático, que são semelhantes aos exemplos dados.

Sobre a formulação dos exercícios, [34] tece o seguinte comentário:

Os exercícios são formulados por uma autoridade externa à sala de aula. Isso significa que a justificção da relevância dos exercícios não é parte da aula de Matemática em si mesma. Além disso, a premissa central do paradigma do exercício é que existe uma, e somente uma resposta correta.

Diante disso, um ensino de Matemática que prioriza a resolução de exercícios tende a ser bem mecânico, pois o estudante apoia-se na comparação com uma situação semelhante já resolvida no livro didático ou pelo professor em sala de aula. No entanto, a presença de atividades desse tipo contribui para que haja uma boa fixação dos conteúdos, com a ressalva de que deve-se tomar cuidado para que não seja criada nos estudantes a falsa impressão de que a Matemática se resume a um amontoado de fórmulas e algoritmos prontos e que o seu trabalho será memorizá-los e aprender a decidir corretamente qual deles será mais adequado para cada tarefa que lhes for apresentada. A experiência de enfrentar um problema tendo a liberdade de explorar e testar diversas ideias durante a construção de uma solução merece um lugar de destaque nas aulas de Matemática.

Para que uma determinada tarefa possa ser classificada como um problema, ela precisa exigir dos educandos uma ampla gama de habilidades e conhecimentos. Precisa ser moderadamente desafiadora, não deve ser muito fácil, nem tão difícil a ponto dos alunos não se considerarem capazes de resolvê-lo. Além disso, é necessário que o professor tome cuidado para que os problemas que ele escolher para utilizar em sua prática estejam bem definidos, no sentido de que as regras que regem as etapas necessárias para a sua resolução

sejam suficientemente claras e objetivas. Um problema mal elaborado poderá gerar dúvidas sobre qual seria o ponto de partida, e conseqüentemente, ocasionar muita insegurança sobre a tomada de decisões necessárias para se chegar a uma solução.

A sistematização de uma metodologia pensada para que as pessoas pudessem conceber suas próprias soluções para os problemas passou a ser discutida mais seriamente na década de 1960, com as ideias do matemático George Pólya.

Pólya [26] apresenta um método heurístico contendo quatro passos que englobam uma série de procedimentos necessários para a obtenção de sucesso na resolução de um problema. São eles:

1. A compreensão geral do problema: Buscar entender os dados apresentados e as condições impostas;
2. A elaboração de um plano: Estabelecer a sequência de ações a serem executadas;
3. A execução do plano: Colocar em prática o plano definido no passo anterior;
4. A verificação: Uma investigação final, procurando refletir se a solução alcançada está ou não correta.

Após a verificação final, caso não se tenha conseguido obter a resposta correta, deve-se estruturar um novo plano e repetir todos os passos. Havendo êxito, deve-se analisar se não haveria uma outra solução e se o plano de ação concebido não poderia ser aplicado a outros problemas.

As publicações oficiais que norteiam a educação básica brasileira, em especial a BNCC² [35] e os PCNs, sugerem de forma explícita o uso da Resolução de Problemas como estratégia pedagógica para o Ensino de Matemática.

De acordo com a BNCC, o Ensino de Matemática deve ser orientado a estimular o desenvolvimento de habilidades relativas aos processos de investigação, construção de modelos e resolução de problemas. Os estudantes devem ser incentivados a raciocinar, representar, comunicar, argumentar, discutir e validar hipóteses. É recomendado ainda que os alunos sejam incentivados a reformular os problemas que já tenham resolvido, baseando-se nas reflexões sobre o que aconteceria se alguma condição fosse modificada ou se algo fosse retirado ou colocado no problema.

Os PNCs direcionados para o Ensino médio [36] orientam que:

²Base Nacional Curricular Comum: Documento oficial que estabelece as aprendizagens e desenvolvimentos essenciais a todos os estudantes da educação básica brasileira, independente de sua condição sócio-étnico-geográfica.

Não somente em Matemática, mas até particularmente nessa disciplina, a resolução de problemas é uma importante estratégia de ensino. Os alunos, confrontados com situações-problema novas, mas compatíveis com os instrumentos que já possuem ou que possam adquirir no processo, aprendem a desenvolver estratégia de enfrentamento, planejando etapas, estabelecendo relações, verificando regularidades, fazendo uso dos próprios erros cometidos para buscar novas alternativas; adquirem espírito de pesquisa, aprendendo a consultar, a experimentar, a organizar dados, a sistematizar resultados, a validar soluções; desenvolvem sua capacidade de raciocínio, adquirem auto-confiança e sentido de responsabilidade; e, finalmente, ampliam sua autonomia e capacidade de comunicação e de argumentação. (p. 52)

Os PCNs do Ensino Fundamental [30] estabelecem cinco princípios que resumem o ensino-aprendizagem de Matemática mediado pela Resolução de Problemas, são eles:

- i. O ponto de partida da atividade Matemática não é a definição, mas o problema. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las;
- ii. O problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada;
- iii. Aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferências, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na história da Matemática;
- iv. O aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas. Um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações;
- v. A resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas.

Uma outra característica favorável ao fazer pedagógico mediado pela Resolução de Problemas é a sua indissociabilidade com outras tendências pedagógicas da Educação Matemática. De acordo com Carvalho [37], quando se trabalha com Resolução de Problemas, automaticamente faz-se uso de várias outras estratégias de ensino e aprendizagem:

Trabalhar com a tendência da Resolução de Problemas Matemáticos significa fixar no cotidiano dos alunos as outras tendências da Educação Matemática, haja vista que, ao solicitar aos estudantes a resolução de uma situação problema, estes irão: buscar dentro da História da Matemática as características do seu surgimento, os modelos matemáticos criados para sua resolução por meio da cultura predominante à época e, com os pressupostos da tecnologia, tentar solucionar a questão mediante novas fórmulas, criadas ou não pelos aprendentes, com softwares matemáticos concebidos para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem. (p. 115)

Finalmente, é importante ressaltar que o professor tem um papel fundamental na prática pedagógica baseada na Resolução de Problemas. Em verdade, cabe a ele pesquisar, formular e propor problemas; acompanhar o raciocínio dos alunos na busca por soluções, validando ou mostrando exemplos de situações onde ele poderia não funcionar; mediar as discussões decorrentes do surgimento de soluções diferentes e analisar estratégias distintas, mas que chegaram a uma mesma resposta.

2.2.1 Contextualização de Problemas

Um outro ponto importante a ser considerado na construção de um problema é a contextualização, isto é, a inserção de elementos com a intenção de tornar mais tangíveis os conteúdos que serão explorados. Sempre que possível, a prática contextualizada deve possuir uma certa relevância para a realidade sociocultural e/ou profissional do público ao qual o problema está sendo proposto.

Contextualizar faz parte do conjunto de saberes necessários a uma boa prática docente, mas é importante frisar que essa ação por si só não é suficiente para que um problema venha a se tornar atrativo. Deve-se evitar, sempre que possível, as contextualizações puramente alegóricas, que servem apenas para enfeitar o problema.

As Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio [38] chamam a atenção para a importância de se fazer boas contextualizações:

É na dinâmica de contextualização/descontextualização que o aluno constrói conhecimento com significado, nisso se identificando com as situações que lhe são apresentadas, seja em seu contexto escolar, seja no exercício de sua plena cidadania. A contextualização não pode ser feita de maneira ingênua, visto que ela será fundamental para as aprendizagens a serem realizadas – o professor precisa antecipar os conteúdos que são objetos de aprendizagem. Em outras palavras, a contextualização aparece não como uma forma de “ilustrar” o enunciado de um problema, mas como uma maneira de dar sentido ao conhecimento matemático na escola. (p. 83)

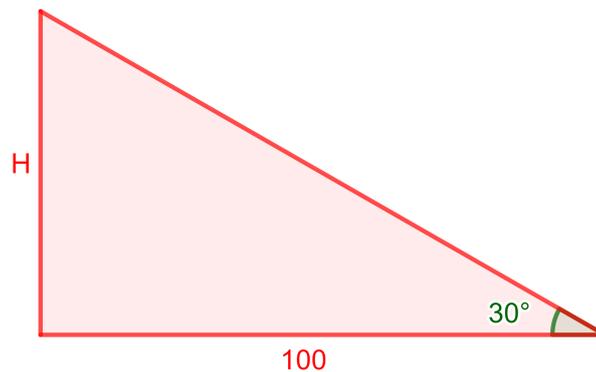
As Figuras 2.1 e 2.2, a seguir, ilustram como a contextualização nem sempre acrescenta

elementos capazes de tornar um problema mais significativo.

O Problema 2.1 abaixo, mostra um triângulo retângulo no qual são informadas a medida do ângulo agudo localizado em sua base e o tamanho do cateto que está sendo utilizado como base. Pede-se para calcular a medida do outro cateto H .

Problema 2.1 *Determine quanto mede H no triângulo retângulo abaixo.*

Figura 2.1: Triângulo Retângulo 1



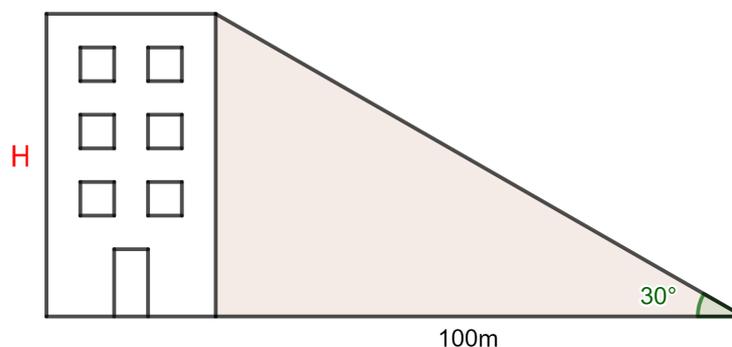
Fonte: Elaborada pelo autor.

Solução: O Problema 2.1 é bem objetivo. Percebe-se facilmente que para resolvê-lo é necessário apenas usar o fato de que, em um triângulo retângulo, o valor da tangente de um ângulo agudo é igual à razão entre o cateto oposto e o cateto adjacente a esse ângulo. Assim,

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{H}{100} = \frac{\sqrt{3}}{3} \iff 3H = 100\sqrt{3} \iff H = \frac{100\sqrt{3}}{3}. \blacksquare$$

Problema 2.2 *Na figura, um homem posicionado a 100m de distância da base de um edifício, enxerga o seu topo sob um ângulo de 30°. Determine a altura desse edifício.*

Figura 2.2: Triângulo Retângulo 2



Fonte: Elaborada pelo autor.

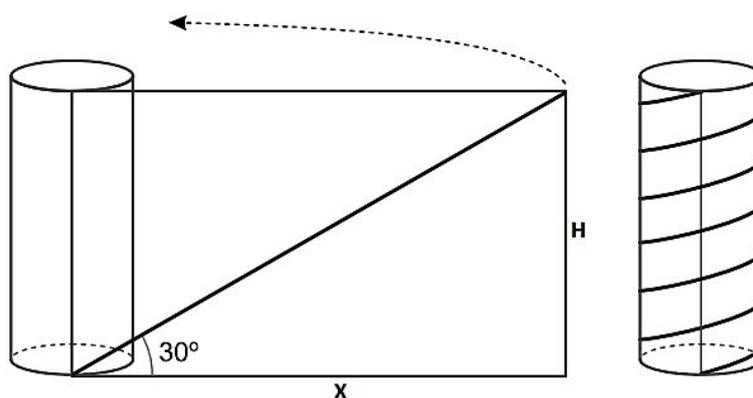
O Problema 2.2, é uma tentativa de inserir o Problema 2.1 em uma situação prática, ou seja, é uma versão contextualizada para o mesmo problema. No entanto, para resolvê-lo, pode-se usar o mesmo raciocínio utilizado na solução do Problema 2.1.

Apesar do Problema 2.2 ter uma conotação prática, a sua solução não exige nada além do foi utilizado na situação do Problema 2.1. A inserção de elementos concretos não exigiu nenhuma habilidade ou conhecimento extra, rapidamente o aluno identifica o conteúdo e o raciocínio matemático que deverá utilizar, além disso, não há a necessidade de que se faça qualquer reflexão sobre o resultado. Atividades com foco exclusivamente no conteúdo, são bastante comuns em livros didáticos, costumam vir logo após a exposição de um determinada regra ou fórmula e não surtem o efeito que se espera obter, pois não estimulam a criatividade, nem aguçam a curiosidade do estudante.

Bons exemplos de problemas contextualizados podem ser encontrados em provas do ENEM³. Em uma pesquisa publicada em 2018 por Rodrigues *et al.* [39], constatou-se que 86% das questões das provas de Matemática do novo ENEM aplicadas no período de 2009 a 2016 estão contextualizadas. O Problema 2.3, adaptado de uma questão do ENEM de 2018 traz uma forma interessante de explorar o conteúdo abordado nos Problemas 2.1 e 2.2.

Problema 2.3 *Um fabricante de materiais elétricos produz rolos de fio que têm o formato de cilindro circular reto. O fio deve ser enrolado em diagonal, formando 30° com a borda inferior do cilindro. O raio da base do cilindro mede $1,91\text{cm}$, ao enrolar o fio obtém-se uma linha em formato de hélice, como ilustrado na Figura 2.3. Nestas condições, determine a medida da altura do cilindro. Use $\pi = 3,14$.*

Figura 2.3: Triângulo Retângulo 3



Fonte: ENEM 2018 - Adaptado.

³Exame Nacional do Ensino Médio, aplicado anualmente aos estudantes concluintes deste nível de escolarização, sendo atualmente o principal mecanismo de seleção para ingresso nas universidades públicas ou privadas brasileiras.

Solução: Como pode-se observar na Figura 2.3, o fio dá seis voltas completas em torno do cilindro. Portanto, o comprimento da base do triângulo ilustrado na figura é igual a seis vezes o comprimento do círculo que forma a base do cilindro. Assim:

$$x = 6 \times 2 \times 3,14 \times 1,91\text{cm} = 71,97\text{cm}.$$

A partir daqui, o raciocínio é idêntico ao que foi utilizado para resolver os Problemas 2.1 e 2.2:

$$\text{tg } 30^\circ = \frac{H}{71,97} = \frac{\sqrt{3}}{3} \iff 3H = 71,97\sqrt{3} \iff H = \frac{71,97\sqrt{3}}{3} \iff H = 23,99\sqrt{3}\text{cm}. \blacksquare$$

A introdução de experiências inovadoras visando a satisfação da demanda por novas formas de se trabalhar as vertentes educacionais já estabelecidas é necessária, tendo em vista a importância de explorar novas possibilidades no contexto educacional para mobilizar processos significativos de mudança. Nesse sentido, o Pensamento Computacional, uma ferramenta estruturada em um conjunto de competências relativas à Ciência da Computação, tem mostrado resultados muito relevantes quando associado à Resolução de Problemas na disciplina de Matemática [10, 15, 8, 21].

2.3 O Pensamento Computacional

Sistemas computacionais têm tido cada vez mais influência no modo de agir e pensar das pessoas [40]. O avanço tecnológico tem permitido a criação de máquinas capazes de processar volumes cada vez maiores de dados, em intervalos cada vez menores de tempo [41]. Profissionais de diversas áreas, como, Biologia, Química, Física, Medicina, Matemática, entre outras, vem utilizando com sucesso métodos computacionais para obtenção de resultados.

De acordo com Denning [12], na década de 1940, o matemático húngaro John Von Neumann previu que os computadores deixariam de ser apenas ferramentas para ajudar na ciência e passariam a ser usados para fazer ciência. Ainda segundo [12], na década de 1980, o ganhador do Prêmio Nobel de Física, Dr. Ken Wilson, uniu-se a outros cientistas de várias áreas para defender que um grande número de desafios da ciência poderiam ser tratados por meio de abordagens computacionais. Eles argumentaram que a computação seria o terceiro pilar da ciência, juntando-se aos já consolidados, teoria e experimentação. O termo “Pensamento Computacional” era comum nos discursos do Dr. Wilson.

Em 2006, o artigo intitulado *Computational Thinking* [6] publicado na seção *Viewpoint* da revista *Communications of the ACM*, de autoria da Cientista da Computação Jeannette Wing, defendia que o *modus operandi* utilizado pelos cientistas da computação poderia ser transcrito para outros cenários.

Apesar da terminologia Pensamento Computacional já ser conhecida na época, a proposta apresentada era bastante inovadora: sugeria aos profissionais e estudantes em geral que as ferramentas computacionais de resolução de problemas iam além de calculadoras, softwares e linguagens de programação. e estes poderiam melhorar seus resultados se começassem a raciocinar como os cientistas da computação.

2.3.1 Definição

Wing [6] define o pensamento computacional como sendo um conjunto de estratégias que pode ser usado pelas pessoas para resolver problemas. Ademais, esclarece que não deveria ser entendido como uma forma de ensinar humanos a pensarem como um computador: com efeito, computadores são burros e chatos, diferentemente das pessoas, que são inteligentes e criativas. Porém, misturados estes ingredientes: pessoas e dispositivos computacionais, pode-se usar a inteligência humana para construir sistemas cuja funcionalidade está limitada apenas pela nossa imaginação, e usá-los para lidar com problemas que, antes, não tinham solução aparente.

De acordo com Brackmann [10]:

O Pensamento Computacional é uma distinta capacidade criativa, crítica e estratégica humana de saber utilizar os fundamentos da Computação nas mais diversas áreas do conhecimento, com a finalidade de identificar e resolver problemas, de maneira individual ou colaborativa, através de passos claros, de tal forma que uma pessoa ou uma máquina possam executá-los eficazmente.

Brennan e Resnick [11] desenvolveram uma definição de Pensamento Computacional estruturada em três dimensões básicas:

1. **Conceitos Computacionais:** Os conceitos que os programadores utilizam para programar, tais como iteração e paralelismo.
2. **Práticas Computacionais:** As práticas que os programadores desenvolvem enquanto programam, como a otimização de processos.
3. **Perspectivas Computacionais:** As perspectivas que os programadores desenvolvem em relação o mundo e a si mesmos.

São muitas as perspectivas acerca do conceito de Pensamento Computacional, dificultando a formulação de uma definição objetiva e estruturada. Em uma pesquisa bibliográfica sistemática, os pesquisadores Kalelioğlu, Gülbahar e Kukul [13] analisaram 125 artigos com a intenção de definir o termo. Ainda assim, mesmo após esse minucioso levantamento, não é possível enunciar uma definição que contemple os vários aspectos apresentados nos diversos artigos abordados na pesquisa.

Algumas definições mais simples encontradas na literatura [6, 9, 42], que estão em conformidade com os objetivos dessa dissertação, estabelecem o Pensamento Computacional como um conjunto de conceitos criados inicialmente para a Ciência da Computação, mas que podem ajudar profissionais de outras áreas a sintetizar e organizar soluções de problemas de seus respectivos campos de atuação.

A disseminação da ideia de que o Pensamento Computacional pode ser adotado por qualquer pessoa, nos mais variados ramos de atividade, inclusive na Educação, gerou a necessidade da elaboração de uma sistematização voltada para os contextos educacionais, pois até então as definições encontradas eram sempre gerais e abstratas, dificultando sua integração aos currículos escolares.

Em 2011, a ISTE⁴ juntamente com a CSTA⁵ publicaram um documento [43] contendo o que denominaram de *Definição Operacional do Pensamento Computacional*. Esse documento estabelece as etapas necessárias para que o aprendizado se caracterize como um aprendizado que se utiliza do Pensamento Computacional, buscando indicar um caminho para a condução desse recurso em sala de aula. De acordo com essa publicação:

O Pensamento Computacional é um processo de resolução de problemas que inclui (mas não está limitado a) as seguintes características:

- Formulação de problemas de forma que nos permita usar um computador e outras ferramentas para nos ajudar a resolvê-los;
- Organização e análise lógica de dados;
- Representação de dados através de abstrações, como modelos e simulações;
- Automatização de soluções através do pensamento algorítmico (uma série de etapas ordenadas);
- Identificação, análise e implementação de possíveis soluções com o objetivo de alcançar a combinação mais eficiente e efetiva de etapas e recursos;
- Generalização e transferência deste processo de resolução de problemas para uma grande variedade de problemas.

Essas habilidades são apoiadas e reforçadas por uma série de qualidades ou atitudes que são dimensões essenciais do Pensamento Computacional. Essas qualidades ou atitudes incluem:

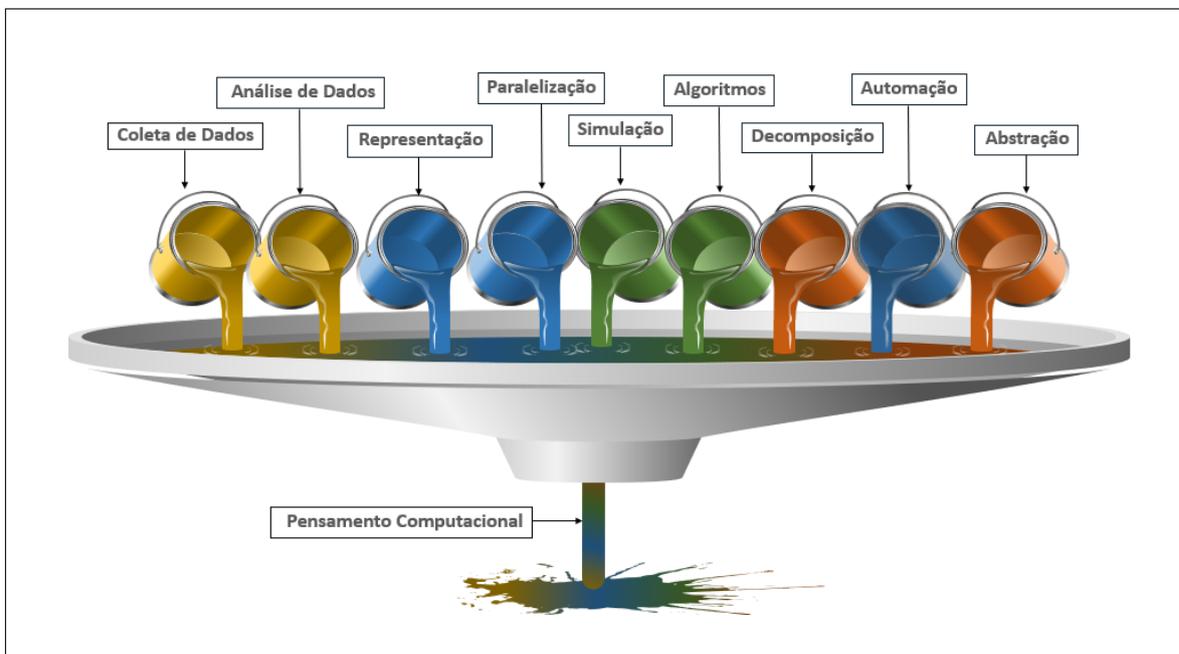
⁴International Society for Technology in Education

⁵Computer Science Teachers Association

- Confiança em lidar com a complexidade;
- Persistência ao trabalhar com problemas difíceis;
- Tolerância para ambiguidades;
- A capacidade de lidar com os problemas em aberto;
- A capacidade de se comunicar e trabalhar com outros para alcançar um objetivo ou solução em comum.

Para dar subsídios a uma política de implantação do Pensamento Computacional na educação formal, as características listadas acima foram decompostas por Barr e Stephenson [7] em nove competências: coleta de dados, análise de dados, representação, decomposição, abstração, algoritmos, automação, simulação e paralelização. A Figura 2.4 resume, sob este ponto de vista, o Pensamento Computacional.

Figura 2.4: Competências do Pensamento Computacional segundo Barr & Stephenson



Fonte: Elaborada pelo autor.

Tais competências constituem o núcleo da aprendizagem computacional e os autores defendem a importância delas estarem presentes no cotidiano escolar, indo além da disciplina de Computação, sugerindo que sejam exploradas nas aulas de Matemática, Ciências e Linguagens. Além disso, eles destacam que atividades pensadas tendo como referência o Pensamento Computacional possuem atributos que estimulam o processo de criação e a capacidade de abstrair, entender a proposta dos problemas e propor soluções.

Barr e Stephenson [7] sugerem, ainda, que há três estratégias ou características, costu-

meiramente usadas por professores em várias situações articuladoras da aprendizagem, com potencial para favorecer o uso do Pensamento Computacional como recurso didático. São elas:

1. Maior uso por parte dos professores e alunos do vocabulário computacional, quando apropriado, para descrever problemas e soluções;
2. Aceitação, por professores e alunos, de tentativas fracassadas de solução, reconhecendo que a falha precoce pode frequentemente colocá-lo no caminho para um resultado bem-sucedido;
3. Momentos de trabalho em equipe por parte dos estudantes, nos quais eles desenvolvem competências como: decomposição, abstração, negociação e construção de acordos.

Os autores forneceram exemplos de como cada um desses conceitos podem ser explorados em atividades nas disciplinas de Computação, Matemática, Ciências, Estudos Sociais, Artes e Linguísticas, O Quadro 2.2 relaciona as competências com as respectivas descrições dadas por eles em um contexto voltado ao Ensino de Matemática.

Quadro 2.2: Competências de acordo com Barr e Stephenson

Competência	Exemplos de aplicação à Matemática
Coleta de dados	Extraír dados de um problema: lançando moedas, lançamento de dados, informações de textos, gráficos, tabelas, etc.
Análise de dados	Contar ocorrências de lançamentos de moedas ou dados e analisar os resultados.
Representação de dados	Usar histogramas, gráficos de setores, gráficos de barras e tabelas para representar informações.
Decomposição	Aplicar a ordem de operações em uma expressão numérica.
Abstração	Usar variáveis em álgebra; identificar fatos essenciais do problema.
Algoritmos	Fazer operações como divisão, fatoração, adição e subtração.
Automação	Usar de ferramentas como softwares e calculadoras.
Paralelização	Resolver sistemas lineares; fazer multiplicação de matrizes.
Simulação	Representar graficamente uma função em um plano cartesiano modificando os valores das variáveis.

Fonte: Barr & Stephenson [7].

Por fim, deve-se salientar que, apesar ter-se tomado como referência a classificação feita por Barr e Stephenson para a realização deste estudo, há diversos outros autores que definem

seus próprios conjuntos de competências. O Quadro 2.3 exibe as classificações elaboradas por três outros autores:

Quadro 2.3: Outras Classificações das Competências

Mohagheh e McCauley [44]	Riley e Hunt [45]	Krauss e Prottzman [46]
<ul style="list-style-type: none"> • Pensamento Lógico; • Pensamento Algorítmico; • Eficiência; • Pensamento Inovador. 	<ul style="list-style-type: none"> • Lógica; • Resolução de problemas; • Pensamento algorítmico; • Organização de informação; • Modelagem de solução; • Simultaneidade. 	<ul style="list-style-type: none"> • Decomposição; • Correspondência de padrões; • Abstração; • Automação.

Fonte: Elaborado pelo autor.

2.4 O Pensamento Computacional e a Resolução de Problemas de Matemática

Antes de apresentar definições para as competências do Pensamento Computacional que estejam em conformidade com um cenário de Resolução de Problemas de Matemática, é preciso conhecer quais são as capacidades fundamentais que se espera desenvolver a partir do ensino de Matemática. Uma proposta de identificação dessas capacidades foi feita por [47], em que o autor relacionou as capacidades em oito competências, que dividiu em dois grupos.

O primeiro grupo de competências tem a ver com a capacidade de fazer e responder perguntas de/ou com a Matemática:

1. **Pensamento Matemático:** Formular perguntas características da Matemática e conhecer os tipos de respostas (não necessariamente saber obtê-las) que a Matemática pode oferecer; compreender e lidar com o significado e as limitações de um determinado conceito; ampliar a compreensão de um conceito, abstraindo algumas de suas propriedades; generalizar resultados para classes maiores de objetos; distinguir entre diferentes tipos de declarações matemáticas.
2. **Enunciar e Resolver Problemas de Matemática:** Identificar, apresentar e especificar diferentes tipos de problemas de Matemática Pura ou Aplicada; resolver diferentes tipos de problemas de Matemática Pura ou Aplicada, quer sejam elaborados por outros ou por si mesmo.

3. **Modelagem Matemática:** Analisar princípios e propriedades de modelos existentes, avaliar seu alcance e validade; decodificar modelos existentes, traduzindo e interpretando elementos do modelo em termos da realidade modelada; realizar modelagem ativa em um determinado contexto, estruturando o campo, matematizando e trabalhando com o modelo, inclusive resolvendo os problemas que são gerados por ele; validar o modelo interna e externamente; analisar e criticar o modelo, em si e em relação a possíveis alternativas; comunicar sobre o modelo e seus resultados; monitorar e controlar todo o processo de modelagem.
4. **Raciocínio Matemático:** Acompanhar e avaliar cadeias de argumentos apresentadas por outros; saber o que é uma prova matemática e como ela difere de outros tipos de raciocínio matemático; descobrir as ideias básicas em uma determinada linha de argumentação, incluindo a distinção entre linhas principais e detalhes, ideias e detalhes técnicos; elaborar argumentos matemáticos formais e informais e transformar argumentos heurísticos em provas válidas.

O outro grupo de competências diz respeito à capacidade de gerenciar e lidar com a linguagem e as ferramentas matemáticas:

5. **Representação de objetos e situações matemáticas:** Compreender e utilizar (decodificar, interpretar, distinguir entre) diferentes tipos de representações de objetos matemáticos, fenômenos e situações; compreender e utilizar as relações entre diferentes representações da mesma entidade, incluindo o conhecimento de seus pontos fortes e limitações relativos; escolher e alternar entre representações.
6. **Manuseio de Símbolos e Formalismos Matemáticos:** Decodificar e interpretar a Linguagem Matemática Formal, compreender suas relações com a linguagem natural; entender a sintaxe e a semântica dos sistemas matemáticos formais; traduzir da linguagem natural para a linguagem formal; manipular declarações e expressões contendo símbolos e fórmulas.
7. **Comunicação:** Entender textos escritos, visuais ou orais de outras pessoas, em vários registros linguísticos, com conteúdo relacionados à Matemática; expressar-se, em diferentes níveis de precisão teórica e técnica, de forma oral, visual ou escrita sobre tais assuntos.
8. **Uso de Ferramentas Auxiliares:** Conhecer as propriedades e limitações de várias ferramentas, tais como calculadoras, softwares e tabelas que podem auxiliar nas atividades relacionadas com a Matemática; ser capaz de usar reflexivamente essas ferramentas.

Observando as definições das competências do Pensamento Computacional propostas por [7] e realizando uma comparação com as capacidades fundamentais da Matemática

definidas por [47], é possível identificar certas similaridades, como por exemplo, uma correspondência entre as competências “Algoritmos” e “Raciocínio Matemático”. O mesmo acontece com a “Representação de Dados” e a “Representação de Objetos e Situações Matemáticas”.

Diante disso, Costa [21] fez uma releitura das competências propostas por Barr e Stephenson, alinhando-as com as capacidades fundamentais da Matemática pensadas para um cenário de educação brasileiro. Sendo, portanto, mais adequadas aos propósitos desse estudo. As descrições idealizadas por [21] estão elencadas no quadro a seguir:

Quadro 2.4: Releitura das Competências do Pensamento Computacional segundo Costa

Competência	Definição
Coleta de Dados	Obter ou gerar dados através de observações empíricas ou de figuras, tabelas, listas, gráficos, etc. Os dados obtidos devem ser usados para auxiliar na resolução do problema proposto.
Análise de Dados	Interpretar informações a partir de dados fornecidos ou identificados. Essas informações devem ser usadas para dar sentido aos dados coletados e posteriormente dar suporte à resolução do problema proposto.
Representação de Dados	Gerar gráficos, tabelas, matrizes, conjuntos, diagramas, etc. Essas representações devem ser usadas para entender melhor os dados que estão sendo manipulados e facilitar a visualização dos mesmos.
Decomposição	Resolver expressões aritméticas obedecendo a ordem de precedência das operações, além de outras características algébricas. Essas expressões devem ser usadas para fazer com que os alunos entendam como dividir um problema em partes menores e consigam identificar o que deve ser resolvido primeiro para chegar a uma proposta de resolução do problema.
Abstração	Analisar um contexto real na intenção de obter dados e expressões relevantes que irão auxiliar a resolução do problema proposto pela atividade. Esse procedimento é necessário para que o aluno realize assimilações do que ele aprendeu com problemas reais.
Algoritmos	Resolver o problema proposto na atividade utilizando uma sequência lógica de passos que não estejam explícitos. Trata-se da organização do procedimento de resolução por meio de um passo a passo, por exemplo.
Automação	Usar ferramentas para auxiliar o processo de resolução do problema proposto na atividade, como calculadoras e softwares, por exemplo.
Simulação	Realizar modificações de valores de variáveis visando obter conclusões distintas ou identificar comportamentos diferentes para o problema proposto pela atividade.
Paralelização	Possibilitar que alguns procedimentos da resolução do problema proposto possam ser realizados simultaneamente ou em cooperação entre os envolvidos. É necessário dividir o problema em partes menores para que seja possível paralelizar.

Fonte: Costa [21].

De acordo com o autor [21]:

A definição das competências foi pensada para que fosse possível ter um entendimento mais detalhado de como cada uma poderia ser identificada nas atividades de Matemática no contexto de ensino brasileiro, visto que o mapeamento proposto por Barr e Stephenson apresenta uma definição das competências no contexto de ensino americano.

Descritas dessa forma, as competências do Pensamento Computacional estão diretamente relacionadas à resolução de problemas de Matemática. De fato, dão ênfase às capacidades de ler e interpretar textos, bem como, compreender as situações reais propostas nos problemas e transpor as informações extraídas destas situações para modelos matemáticos. Essa correlação tem sido objeto de estudo de muitas pesquisas recentes [48, 49, 50, 51, 52], que tem como principal objetivo colaborar com as discussões acerca da integração do ensino de Computação ao currículo escolar. Tais pesquisas sugerem que a disciplina de Matemática seja utilizada para que os alunos possam ter contato com ferramentas de programação. Paralelamente, existe outra linha de trabalhos [15, 21, 8, 16] cujas propostas convergem com os objetivos dessa dissertação, ou seja, que buscam desenvolver as competências do Pensamento Computacional, utilizando conceitos e/ou ferramentas computacionais para a resolução de problemas de Matemática.

É com base nessas definições e na metodologia dos últimos trabalhos citados, que está fundamentada a intervenção pedagógica em formato de quase experimento proposta no Capítulo 3 dessa dissertação. Também no Capítulo 3, são apresentados e discutidos exemplos de problemas que contemplam cada uma dessas competências.

Capítulo 3

Descrição da Proposta de Intervenção Pedagógica

Neste capítulo é feita a descrição do roteiro metodológico utilizado para a construção da proposta de intervenção pedagógica no formato de quase experimento que irá subsidiar a obtenção dos objetivos propostos nesse trabalho. Na primeira seção encontra-se a descrição detalhada de cada uma das competências do Pensamento Computacional (ver Seção 2.3), acompanhadas de problemas de Matemática exemplificando o uso de cada uma delas. A seção seguinte discorre sobre os esclarecimentos necessários referentes à escolha das questões que foram utilizadas para montar as listas aplicadas no quase experimento. O capítulo encerra-se com as definições finais do quase experimento.

3.1 Identificando as Competências do Pensamento Computacional em Problemas de Matemática

Uma primeira ação necessária ao professor que pretende planejar um fazer pedagógico que favoreça a Resolução de Problemas de Matemática em conformidade com as competências do Pensamento Computacional é aprender a elaborar problemas que contemplem as competências que se pretende trabalhar. Visando sistematizar o processo de elaboração desses problemas, [53] desenvolveu uma metodologia na qual estabelece uma sequência de passos organizados de tal modo que, uma questão produzida seguindo essa proposta apresente o maior número possível de competências. As etapas são as seguintes:

- a) **Definição do Conteúdo (Abstração):** Escolher o conteúdo que se pretende trabalhar, de acordo com os objetivos traçados no plano de curso da disciplina. Outro fator essencial é a definição do tema da questão, ou seja, quais problemáticas da atualidade são possíveis de se trabalhar com o conteúdo escolhido.
- b) **Definição da Coleta de Dados (Coleta):** Após a definição do conteúdo e do tema da

questão, é necessário que o elaborador defina de que forma o aluno submetido à questão irá coletar os dados necessários para solucioná-la. É interessante que o aluno seja capaz de gerar ou extrair dados existentes para um determinado propósito sob a orientação do professor, para que os objetivos de coleta daquelas informações estejam claros. Logo, a forma de coleta deve estar bem definida, por exemplo: arremessar moedas; rolar dados, observar o fluxo de carros, levantar despesas domésticas, levantar a população da cidade, etc.

- c) **Definição da Análise dos Dados (Análise):** Logo após a definição da forma de coleta, é necessário definir o que o aluno irá analisar nos dados coletados. Existem muitas formas de realizar esse tipo de atividade - por exemplo, contar ocorrências de arremessos, analisar com que frequência um determinado número aparece na rolagem de um dado, identificar em que horário o fluxo de carros em uma determinada avenida aumenta e diminui, descobrir que produtos são vendidos com mais frequência em um supermercado, ordenar as cidades ou regiões de acordo com o número de habitantes, área do território, etc.
- d) **Definição da Representação dos Dados (Representação):** Ao chegar a esta etapa, o elaborador já terá definido o tema da questão, a forma de coleta e como esses dados serão analisados pelo usuário. Esse passo consiste em definir uma maneira de representar os dados coletados para que a análise seja feita de modo eficaz e as conclusões sejam nítidas. Várias formas de representação de dados podem ser utilizadas para esse fim: representar as ocorrências de arremessos de moedas por histogramas, representar a probabilidade que determinados números aparecem na rolagem de dados através de um gráfico em pizza, dividir os gastos em conjuntos mensais para representar os custos de compras de alimentos ou outros produtos, representar a frequência de determinados produtos em uma lista, etc.
- e) **Definição do Problema de Decomposição (Decomposição):** Nesse passo, é necessário que o elaborador defina como o problema irá estimular a decomposição: é aqui onde o aluno irá pôr em prática conceitos matemáticos aprendidos anteriormente e que deverão ser levados em consideração na resolução da questão, como, por exemplo, aplicar as regras de hierarquia das operações em uma determinada expressão aritmética ou fazer o cálculo de comprimentos, áreas ou volumes. Aqui também é interessante estimular o uso de variáveis algébricas para despertar a capacidade de abstrair informações relevantes, além da apresentação de um texto problema que estimule sua interpretação.
- f) **Definição das Ferramentas de Automação (Automação):** Essa fase da elaboração requer conhecimentos específicos. Aqui o elaborador terá que propor ferramentas para automatizar a solução da questão, sendo vários os instrumentos que podem ser utilizados - dentre eles, programas de automação visual para representar funções em

planos cartesianos, planilhas eletrônicas para representar dados em conjuntos e gerar gráficos, calculadoras, etc.

- g) **Organização dos Resultados (Algoritmos):** Especificar na questão que o aluno deve organizar e descrever o passo a passo usado para chegar à solução. É necessário considerar que o discente apresente por escrito uma sequência de etapas lógicas para chegar à solução do problema ou a descrição detalhada da solução, não apenas a resposta final.
- h) **Requisitar Simulação (Simulação):** O elaborador deve requerer na questão que o aluno faça simulações com alternância de valores para solucionar o problema, por exemplo: solicitar que o aluno interprete outras características dos dados coletados para fortalecer suas conclusões, ou simule situações distintas dos dados iniciais para observar o comportamento final de sua solução.
- i) **Junção e Contextualização (Paralelização):** Contextualizar e juntar as partes. Aqui, o elaborador, depois de ter pensado em tudo o que foi definido anteriormente, terá que ajustar o problema proposto a todos os passos que foram seguidos nas etapas precedentes, para que ele apresente coerência no enunciado e as partes estejam interligadas evitando subjetividade na interpretação do problema. Isso resultará em um problema que será dividido em partes, sobre as quais o aluno deverá debruçar-se e tentar alcançar uma possível solução.

De acordo com [53], se o professor seguir corretamente todas essas etapas ao elaborar uma questão, provavelmente será possível explorar todas as nove competências do Pensamento Computacional neste problema. Caso o interesse seja por questões que não abordem uma ou mais competências, basta considerar, durante a construção do problema, apenas as etapas correspondentes às competências que lhe interessam, ou seja, é possível trabalhar apenas com abstração, decomposição, coleta de dados e simulação, ou outra combinação qualquer das competências, de acordo com os objetivos do elaborador. A seguir, tem-se um exemplo de problema elaborado de acordo com as diretrizes propostas nesse método, em seguida é feita uma análise mostrando que cada uma das nove competências pode ser trabalhada com o problema.

Problema 3.1 *Rodrigo é gerente de uma fábrica de painéis, seu turno de trabalho inicia-se às 7:00 da manhã. Quando sai de casa às 6:30 ele não se atrasa. Eventualmente, Rodrigo chega atrasado. Em um determinado mês, ele chegou atrasado cinco vezes. Na intenção de entender as causas e evitar futuros atrasos, ele resolveu construir uma tabela.*

Leia toda a questão antes de começar a responder os itens a seguir. Todo o processo de solução deve ser registrado e organizado de forma lógica. Caso julgue necessário, utilize uma calculadora para efetuar os cálculos.

Tabela 3.1: Tabela de horários de Rodrigo

Horário de Saída de Casa	Horário de Chegada ao Trabalho	Tempo Gasto no Trajeto	Tempo de Atraso
6:32	7:07		
6:34	7:14		
6:36	7:21		
6:38	7:28		
6:40	7:35		

a) *Baseando-se no enunciado do problema e nos dados apresentados, preencha as células vazias da tabela.*

b) *Preenchida a tabela, investigue como o horário que Rodrigo sai de casa está relacionado com o tempo gasto no trajeto até o trabalho.*

c) *Rodrigo se comprometeu a não mais se atrasar e a compensar os atrasos mostrados na tabela. Para isso, propôs ao seu chefe que permaneceria na empresa após o horário de saída durante sete dias. Supondo que o tempo excedente seria o mesmo todos os dias, de quantos dias ele precisaria para compensar o tempo total de atraso?*

d) *O chefe de Rodrigo não aceita a proposta e diz que ele precisa compensar os atrasos em no máximo 4 dias, além disso, só tem permissão para permanecer no máximo 27 minutos a mais na empresa diariamente. Diante disso, de que formas Rodrigo pode compensar os atrasos? Construa uma tabela com todas as possibilidades e diga se é possível compensar todos os atrasos em menos de quatro dias.*

Fonte: Elaborada pelo autor.

Vale a pena comentar como as diretrizes de elaboração foram utilizadas para a criação do Problema 3.1:

- a) **Definição do Conteúdo:** Os Conteúdos presentes no exemplo são “Unidades de Medida de Tempo” e “As Quatro Operações Fundamentais”, em seguida foi feita uma contextualização, inserindo os conteúdos em uma situação envolvendo o cotidiano de um funcionário de uma fábrica de painéis;
- b) **Definição da Coleta de Dados:** Com respeito à competência de coleta de dados, foi inserida uma tabela com informações que o aluno deve utilizar para solucionar o problema;

- c) **Definição da Análise de Dados:** A análise dos dados está relacionada à organização das informações coletadas na tabela, identificando o tempo gasto no trajeto diariamente e o tempo de atraso;
- d) **Definição da Representação de Dados:** É solicitado aos alunos que gerem novos dados e os representem em uma tabela;
- e) **Definição do Problema de Decomposição:** O problema de decomposição da questão está caracterizado pelos cálculos necessários para se chegar à solução do problema. Para essa questão, especificamente: as operações básicas (multiplicação, divisão, subtração e adição);
- f) **Definição das Ferramentas de Automação:** Com relação às ferramentas de automação, foi definido no enunciado da questão que o aluno poderia utilizar a calculadora para automatizar os processos que envolvem os cálculos necessários à resolução do problema;
- g) **Organização dos Resultados:** O enunciado da questão pede que as respostas sejam registradas e organizadas de acordo com uma sequência lógica de passos;
- h) **Requisitar Simulações:** Foi solicitado para que o aluno verifique todas as possibilidades de compensação de horários, de acordo com as condições impostas pelo chefe, buscando descobrir se há alguma possibilidade de Rodrigo conseguir compensar tudo em menos de quatro dias;
- i) **Junção e Contextualização:** Esta etapa é caracterizada pelo resultado final do problema, como um todo.

Como é possível observar, não é difícil elaborar questões que estejam em conformidade com os diversos aspectos das competências do Pensamento Computacional. Além de elaborar as próprias questões, é possível também selecionar em livros didáticos e exames em geral, questões que exploram um determinado grupo de competências. Nessa linha, pode-se citar o estudo de [8], que analisou um conjunto de 161 questões do PISA com o objetivo de identificar e quantificar as competências que estavam presentes. Um dado interessante constatado pelos pesquisadores foi a ausência, nas questões analisadas, das competências Paralelização, Simulação e Automação.

De acordo com [8]:

Os conceitos Automação, Paralelização e Simulação não foram cobertos em nenhuma questão avaliada. Estes conceitos, em geral, estão relacionados ao uso de ferramentas matemáticas, como: computadores, jogos, robôs. Neste estudo, foram avaliadas atividades típicas da Matemática onde os alunos não utilizaram ferramentas matemáticas para auxiliar no processo de resolução.

Ainda nesse estudo, observou-se a presença das competências Abstração e Análise de Dados em 100% e 98,76% das questões, respectivamente.

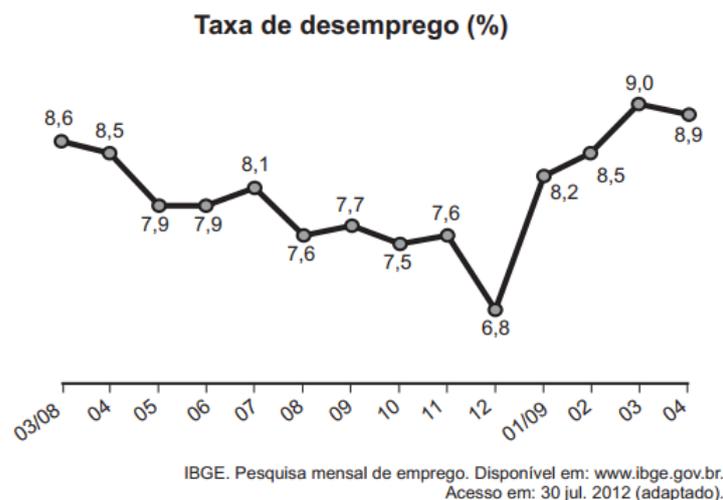
Tomando como referencia as descrições idealizadas por [21] e seguindo o roteiro de identificação de competências proposto por [53], serão enunciados e resolvidos problemas de Matemática que na intenção de exemplificar como cada uma das competências do Pensamento Computacional pode ser trabalhada em questões pré-existentes na literatura. Para esse fim, foi feita a opção por questões de Matemática extraídas, em sua maioria, de provas de abrangência nacional, como o ENEM e a OBMEP¹, que trazem, não necessariamente de modo exclusivo, cada uma das competências. É importante salientar que em alguns casos foram feitas adaptações, de forma a incluir no problema os aspectos necessários para que este fique em conformidade com a competência que se queria contemplar.

Competência 1: Coleta de Dados

Consiste em obter ou gerar dados através de observações empíricas ou de figuras, tabelas, listas, gráficos, etc. Os dados obtidos devem ser usados para auxiliar na resolução do problema proposto. O processo de coleta de dados contribui para que os estudantes desenvolvam a habilidade de leitura e interpretação das afirmações e questionamentos presentes nos enunciados das questões, tornando-os capazes de extrair informações relevantes e descartar as irrelevantes, durante o processo de sistematização de uma solução para o problema [21].

Problema 3.2 *O gráfico representa a taxa de desemprego (em %) para o período de março de 2008 a abril de 2009, obtida com base nos dados observados nas regiões metropolitanas de Recife, Salvador, Belo Horizonte, Rio de Janeiro, São Paulo e Porto alegre.*

Figura 3.1: Coleta de Dados



¹Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas.

A mediana dessa taxa de desemprego, no período de março de 2008 a abril de 2009, foi de:

- a) 8,1% b) 8,0% c) 7,9% d) 7,7% e) 7,6%

Fonte: ENEM 2017

Solução 3.2: O desafio proposto pelo problema é encontrar a mediana da taxa de desemprego. Inicialmente, deve-se coletar do gráfico todas as taxas de desemprego e ordená-las.

6,8%;7,5%;7,6%;7,6%;7,7%;7,9%;7,9%;8,1%;8,2%;8,5%;8,5%;8,6%;8,9%;9,0%.

Como a quantidade de valores numéricos que constam nessa lista é igual a 14, para encontrar a mediana, deve-se calcular a média aritmética dos dois termos centrais do rol. Assim sendo, a mediana das taxas de desemprego será:

$$M = \frac{7,9\% + 8,1\%}{2} = 8,0\%. \blacksquare$$

Vale salientar que, apesar da ênfase dada à coleta de dados, esta não é a única competência presente no Problema 3.2, ele também pode ser usado para explorar pelo menos mais três competências: Análise de dados, abstração e decomposição.

Competência 2: Análise de Dados

Trata de interpretar informações a partir de dados fornecidos ou identificados. Essas informações devem ser usadas para dar sentido aos dados e servirem de suporte à resolução do problema proposto. Dada uma oportunidade de se explorar essa competência na resolução de um problema, é esperado que os estudantes sejam capazes de estruturar os dados de tal modo que consigam elaborar conceitos, fazer suposições acerca dos conceitos elaborados e transformar tais suposições em constatações que justifiquem sua solução [21]. O Problema 3.3 abaixo explora essa competência.

Problema 3.3 *Um professor aplica, durante os cinco dias úteis de uma semana, testes com quatro questões de múltipla escolha a cinco alunos. Os resultados foram representados na matriz.*

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 4 & 4 \end{bmatrix}$$

Nessa matriz os elementos das linhas de 1 a 5 representam as quantidades de questões acertadas pelos alunos Ana, Bruno, Carlos, Denis e Érica, respectivamente, enquanto que as colunas de 1 a 5 indicam os dias da semana, de segunda-feira a sexta-feira, respectivamente, em que os testes foram aplicados. O teste que apresentou maior quantidade de acertos foi o aplicado na:

- a) segunda-feira. b) terça-feira. c) quarta-feira. d) quinta-feira.
e) sexta-feira.*

Fonte: ENEM 2019

Solução 3.3: O problema pede apenas que o aluno olhe para a matriz e identifique em qual das colunas a soma dos termos é maior. De acordo com o enunciado, a quantidade de acertos diários deve ser interpretada como o somatório dos valores das colunas e como as colunas de 1 a 5 indicam os dias da semana, de segunda-feira a sexta-feira, respectivamente, conclui-se que o teste que apresentou a maior quantidade de acertos foi o aplicado na segunda-feira. ■

Além da análise de dados, o Problema 3.3 pode ser útil para se trabalhar com decomposição e algoritmos. Mais ainda, com um ajuste no enunciado, sugerindo o uso de calculadora, também pode-se trabalhar a automação.

Competência 3: Representação de Dados

Refere-se à geração de gráficos, tabelas, matrizes, conjuntos, diagramas, etc. Essas representações devem ser usadas para entender melhor os dados que estão sendo manipulados e facilitar a visualização. A representação de dados desenvolve as habilidades de selecionar, interpretar, traduzir e interagir de uma forma mais dinâmica com os dados do problema. Pode ser solicitado tanto como objetivo final ou como requisito parcial em um problema [21].

Problema 3.4 *No atendimento ao cliente, um banco tem um único funcionário, que começa a trabalhar às 10 horas. Se o funcionário está livre quando um cliente chega, este é atendido imediatamente; caso contrário, o cliente deve aguardar sua vez em uma fila. Em certa manhã, no período entre 10 e 11 horas, chegaram ao banco seis clientes. A tabela abaixo apresenta o horário da chegada e a duração do atendimento de cada um deles.*

Tabela 3.2: Problema de Representação de Dados

Cliente	Horário de Chegada	Duração do Atendimento (minutos)	Tempo de espera na fila (minutos)	Horário de início do atendimento	Horário de término do atendimento
1	10h06min	6			
2	10h15min	6			
3	10h19min	15			
4	10h29min	12			
5	10h34min	7			
6	10h42min	1			

Complete a tabela e em seguida construa o gráfico da função que fornece, para cada instante entre 10 e 11 horas, o tempo total que o funcionário gastou atendendo clientes até aquele instante.

Fonte: OBMEP 2015 - Adaptado.

Solução 3.4: De acordo com o enunciado do problema, o funcionário começa a trabalhar pontualmente às 10 horas. Segundo a tabela, o primeiro cliente chega às 10h06min e passa 6 minutos sendo atendido. Como este chegou após o funcionário ter iniciado suas atividades, foi, então, atendido de imediato, sem necessidade de esperar na fila, tendo seu atendimento finalizado às 10h12min. O segundo cliente chega ao banco às 10h15min; neste horário, o funcionário está livre, já que o atendimento ao cliente anterior já havia encerrado. Portanto o segundo também não precisa esperar na fila e a duração do seu atendimento é de 6 minutos, donde este deixa o banco às 10h21min. Repetindo essa análise para os outros clientes serão preenchidos todos os campos da tabela.

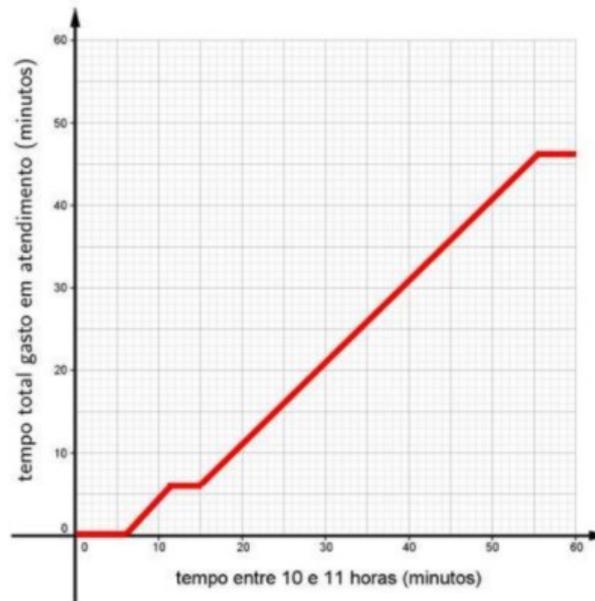
Tabela 3.3: Solução do Problema 3.4

Cliente	Horário de Chegada	Duração do Atendimento (Minutos)	Tempo de espera na fila (minutos)	Horário de início do atendimento	Horário de término do atendimento
1	10h06min	6	0	10h06min	10h12min
2	10h15min	6	0	10h15min	10h21min
3	10h19min	15	2	10h21min	10h36min
4	10h29min	12	7	10h36min	10h48min
5	10h34min	7	14	10h48min	10h55min
6	10h42min	1	13	10h55min	10h56min

Fonte: Elaborado pelo autor.

Após o preenchimento da tabela, basta utilizar os dados da quarta coluna para construir a representação gráfica solicitada para finalizar a resolução do problema.

Figura 3.2: Solução do Problema 3.4



Fonte: OBMEP.

Além da representação de dados, o Problema 3.4 também pode servir para se trabalhar com abstração, algoritmos, análise e decomposição, pelo menos.

Competência 4: Decomposição

Esta competência treina a habilidade de extrair, interpretar, compreender e manipular expressões matemáticas contidas em um problema, obedecendo ordens de precedência e outras características algébricas. Explorar o processo de decomposição é importante para fazer com que os alunos aprendam a dividir o problema em problemas mais simples, sendo capazes de identificar a melhor ordem para resolvê-los [21].

Problema 3.5 *Um produtor de café irrigado em Minas Gerais recebeu um relatório de consultoria estatística, constando, entre outras informações, o desvio padrão das produções de uma safra dos talhões de sua propriedade. Os talhões têm a mesma área de $30\,000\text{ m}^2$ e o valor obtido para o desvio padrão foi de 90 kg/talhão . O produtor deve apresentar as informações sobre a produção e a variância dessas produções em sacas de 60 kg por hectare (10000 m^2). A variância das produções dos talhões expressa em $(\text{sacas/hectare})^2$ é:*

- a) 20,25 b) 4,50 c) 0,71 d) 0,50 e) 0,25

Fonte: ENEM 2012

Solução 3.5: Esse problema pode ser dividido em vários subproblemas de transformação de unidades de medida. O aluno precisa determinar a ordem adequada para efetuá-las. O desvio padrão dado foi de $90\text{kg}/\text{talhão}$, portanto:

$$90\text{kg}/\text{talhão} = 90\text{kg}/30000\text{m}^2 = 30\text{kg}/10000\text{m}^2 = 30\text{kg}/\text{hectare} = 0,5\text{saca}/\text{hectare}.$$

Como a variância é igual ao quadrado do desvio padrão, tem-se:

$$(0,5\text{saca}/\text{hectare})^2 = 0,25(\text{saca}/\text{hectare})^2. \blacksquare$$

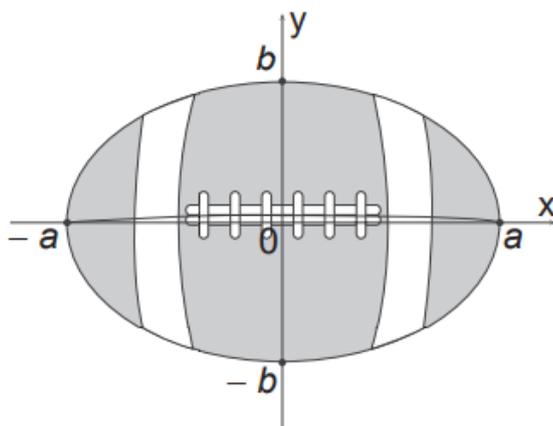
Outras competências que poderiam ser estimuladas com o auxílio do Problema 3.5: abstração, análise de dados, algoritmos e automação.

Competência 5: Abstração

Abstrair é interpretar um problema proposto e extrair suas hipóteses, variáveis e restrições, usando tais informações para traçar estratégias de resolução dos problemas. Ensina a analisar um contexto real, visando obter dados e expressões relevantes que irão auxiliar a resolução do problema proposto. A abstração é necessária para que o aluno aprenda a realizar assimilações teóricas a partir de situações reais [21].

Problema 3.6 A figura representa a vista superior de uma bola de futebol americano, cuja forma é um elipsoide obtido pela rotação de uma elipse em torno do eixo das abscissas. Os valores a e b são, respectivamente, a metade do seu comprimento horizontal e a metade do seu comprimento vertical. Para essa bola, a diferença entre os comprimentos horizontal e vertical é igual à metade do comprimento vertical.

Figura 3.3: Abstração



Considere que o volume aproximado dessa bola é dado por $V = 4ab^2$. O volume dessa bola, em função apenas de b , é dado por:

- a) $8b^3$ b) $6b^3$ c) $5b^3$ d) $4b^3$ e) $2b^3$

Fonte: ENEM 2015

Solução 3.6: De acordo com o enunciado do problema, pode-se extrair a seguinte expressão:

$$2a - 2b = b, \text{ portanto } a = \frac{3b}{2}.$$

Substituindo a na equação dada para o volume da bola, obtém-se:

$$V = 4 \frac{3b}{2} b^2 = 6b^3. \blacksquare$$

O Problema 3.6 também pode ser resolvido dando ênfase às competências decomposição e da análise de dados, no mínimo.

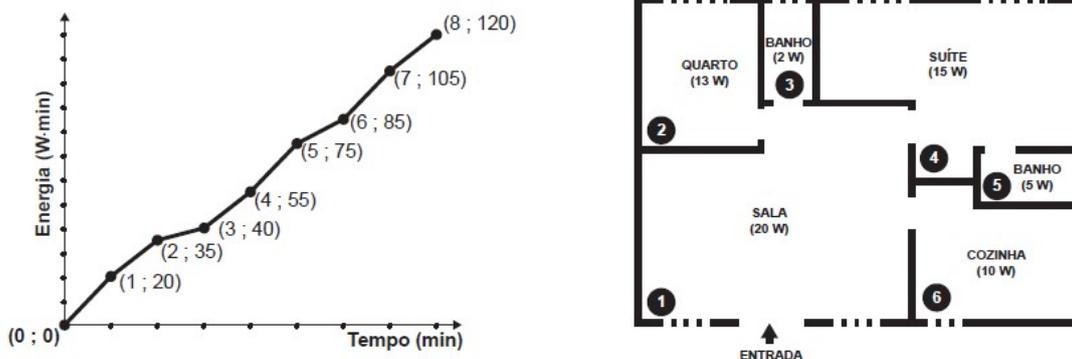
Competência 6: Algoritmos

Trabalhar com algoritmos é resolver um problema utilizando uma sequência lógica de passos que não estejam explícitos. Estimular o desenvolvimento dessa competência faz com que o estudante aprenda que elaborar e executar uma sequência bem definida de etapas é uma atitude fundamental para se encontrar a solução de um problema [21].

Problema 3.7 *Nos seis cômodos de uma casa há sensores de presença posicionados de forma que a luz de cada cômodo acende assim que uma pessoa nele adentra, e apaga assim que a pessoa se retira desse cômodo. Suponha que o acendimento e o desligamento sejam instantâneos.*

O morador dessa casa visitou alguns desses cômodos, ficando exatamente um minuto em cada um deles. O gráfico descreve o consumo acumulado de energia, em watt \times minuto, em função do tempo t , em minuto, das lâmpadas de LED dessa casa, enquanto a figura apresenta a planta baixa da casa, na qual os cômodos estão numerados de 1 a 6, com as potências das respectivas lâmpadas indicadas.

Figura 3.4: Algoritmos



A sequência de deslocamentos pelos cômodos, conforme o consumo de energia apresentado no gráfico, é:

- a) $1 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 1 \rightarrow 6 \rightarrow 1 \rightarrow 4$
- b) $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 4 \rightarrow 1 \rightarrow 4 \rightarrow 4$
- c) $1 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 1 \rightarrow 6 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$
- d) $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 1 \rightarrow 6 \rightarrow 1 \rightarrow 4$
- e) $1 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 1 \rightarrow 6 \rightarrow 1 \rightarrow 4$

Fonte: ENEM 2019

Solução 3.7: A partir do gráfico, percebe-se que no primeiro minuto, ele gastou $20W \times \text{min}$, portanto, ele está no cômodo 1.

No segundo minuto, há um aumento de $15 W \times \text{min}$, portanto, ele está no cômodo 4.

No terceiro minuto, houve um aumento de $5 W \times \text{min}$, o que mostra que ele está no cômodo 5.

No quarto minuto, há um aumento de $15 W \times \text{min}$, logo está de volta ao cômodo 4.

No quinto minuto, o consumo aumentou $20 W \times \text{min}$, o que mostra que ele retornou ao cômodo 1.

No sexto minuto, houve um aumento de $10 W \times \text{min}$, o que mostra que ele está no cômodo 6.

No sétimo minuto, houve um aumento de $20 W \times \text{min}$, o que mostra que ele está no cômodo 1.

No oitavo minuto, houve um aumento de $15 W \times \text{min}$, o que mostra que ele está no cômodo 4.

Portanto, conclui-se que alternativa correta é:

$$1 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 1 \rightarrow 6 \rightarrow 1 \rightarrow 4. \blacksquare$$

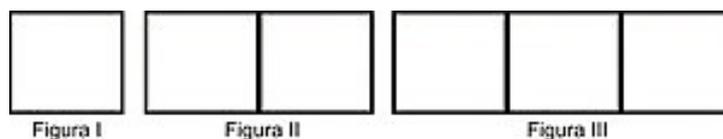
Além de algoritmos, o Problema 3.7 pode ser utilizado para explorar algumas outras competências como, coleta de dados, análise de dados e decomposição.

Competência 7: Simulação

Realizar alterações de valores, na intenção de dar significado às variáveis dispostas no problema. Fazer reflexões e suposições envolvendo os dados compilados e formular um modelo, geralmente uma função, que represente a situação que está sendo simulada. Usar o modelo construído para tomar decisões que levem à solução do problema [21].

Problema 3.8 Uma professora realizou uma atividade com seus alunos utilizando canudos de refrigerante para montar figuras, onde cada lado foi representado por um canudo. A quantidade de canudos (C) de cada figura depende da quantidade de quadrados (Q) que a formam. A estrutura de construção das figuras está representada a seguir.

Figura 3.5: Simulação



Que expressão fornece a quantidade de canudos em função da quantidade de quadrados de cada figura?

- a) $C = 4Q$ b) $C = 3Q + 1$ c) $C = 4Q + 1$ d) $C = Q + 3$ e) $C = 4Q - 2$

Fonte: OBMEP 2008

Solução 3.8: Inicialmente, é preciso compreender o mecanismo de construção dos quadrados. A princípio, são necessários quatro canudos para se montar um quadrado. Para a montagem de dois quadrados, a quantidade de canudos utilizados será sete, pois aproveita-se um canudo do primeiro quadrado na construção do segundo. Para formar três quadrados ou mais, o raciocínio é análogo ao anterior, ou seja, três canudos extras para cada quadrado adicional construído. Utilizando esse raciocínio, pode-se simular valores para a quantidade de canudos em função da quantidade de quadrados. A tabela 3.4 ilustra alguns valores obtidos na simulação.

Tabela 3.4: Solução do Problema 3.8 - Parte 1

Quantidade de Quadrados (Q)	Quantidade de Canudos (C)
1	4
2	$4+3=7$
3	$4+3+3=10$
4	$4+3+3+3=13$
5	$4+3+3+3+3=16$
6	$4+3+3+3+3+3=19$
7	$4+3+3+3+3+3+3=22$

Fonte: Elaborado pelo autor.

É esperado que, feita a análise das expressões obtidas pela simulação, perceba-se um padrão.

Tabela 3.5: Solução do Problema 3.8 - Parte 2

Quantidade de Quadrados (Q)	Quantidade de Canudos (C)
1	$3.1+1=4$
2	$3.2+1=7$
3	$3.3+1=10$
4	$3.4+1=13$
5	$3.5+1=16$
6	$3.6+1=19$
7	$3.7+1=22$

Fonte: Elaborado pelo autor.

De acordo com o padrão reconhecido no conjunto de dados extraídos das simulações, tem-se a expressão que fornece a quantidade de canudos (C) em função da quantidade de quadrados (Q),

$$C(Q) = 3Q + 1. \blacksquare$$

Conforme o interesse do professor, o Problema 3.8 também pode ser apropriado para se trabalhar as competências: análise de dados, representação de dados, abstração, decomposição e automação.

Competência 8: Automação

Estimula o uso de ferramentas, como planilhas eletrônicas, calculadoras e softwares, para auxiliar o processo de resolução de um problema. É muito importante que sejam criadas oportunidades para que os alunos se familiarizem com o uso dessas ferramentas. Além disso, automação é uma ótima aliada da simulação, colaborando como facilitadora do processo de obtenção dos dados [21].

Sobre a presença das calculadoras em sala de aula, Bigode [54] defende que:

Não cabe mais discutir se as calculadoras devem ou não ser utilizadas no ensino, o que se coloca é como utilizá-las. Cabe ao professor explorar por si as calculadoras e as atividades a elas associadas, propondo aos alunos situações didáticas que os preparem verdadeiramente para enfrentar problemas reais.

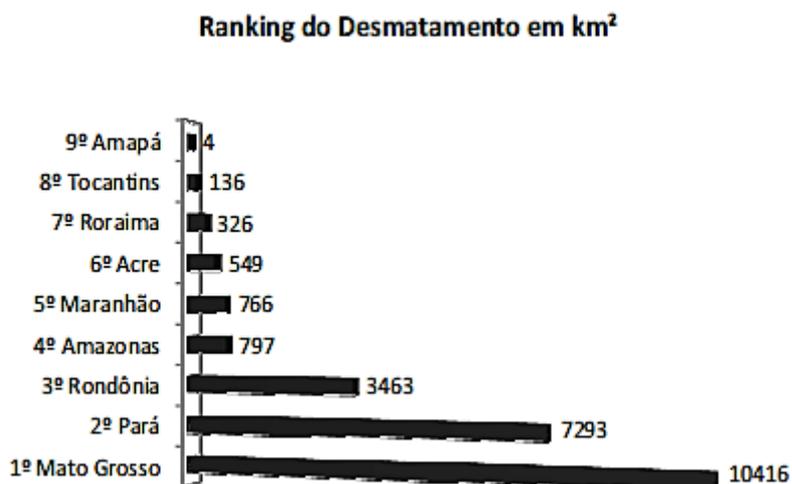
Os PCNs do Ensino Fundamental [30] apontam os benefícios da utilização da calculadora na resolução de problemas de Matemática:

[...] ela abre novas possibilidades educativas, como a de levar o aluno a perceber a importância do uso dos meios tecnológicos disponíveis na sociedade contemporânea. A calculadora é também um recurso para verificação de resultados, correção de erros, podendo ser um valioso instrumento de auto-avaliação.

Apesar do Problema 3.9 abaixo não exigir explicitamente o uso de uma ferramenta auxiliar, a calculadora é uma ferramenta muito útil para resolvê-lo, visto que, poupará os alunos dos cálculos envolvidos, que tomariam muito tempo se resolvidos manualmente. Além disso, é uma ótima oportunidade para se familiarizar com operações envolvendo números decimais na calculadora. Como alternativa à calculadora, seria possível a utilização de uma planilha de cálculos. O professor tem autonomia para inserir em sua prática o uso de ferramentas auxiliares sempre que julgar que a sua utilização contribuirá de alguma forma com o processo de ensino-aprendizagem.

Problema 3.9 Em sete de abril de 2004, um jornal publicou o ranking de desmatamento, conforme gráfico, da chamada Amazônia Legal, integrada por nove estados.

Figura 3.6: Automação



Considerando-se que até 2009 o desmatamento cresceu 10,5% em relação aos dados de 2004, o desmatamento médio por estado em 2009 está entre:

- a) 100km^2 e 900km^2 b) 1000km^2 e 2700km^2 c) 2800km^2 e 3200km^2
d) 3300km^2 e 4000km^2 e) 4100km^2 e 5800km^2

Fonte: ENEM 2011

Solução 3.9: O desmatamento médio M por estado em 2004 foi, em km^2 , de:

$$M_{2004} = \frac{4 + 136 + 326 + 549 + 766 + 797 + 3463 + 7293 + 10416}{9} = 2638,9.$$

Com um crescimento de 10,5% em 2009, essa média passou a ser de:

$$M_{2009} = 1,105 \times M_{2004} = 1,105 \times 2638,9 \approx 2916.$$

Valor que pertence ao intervalo de extremos 2800 e 3200. ■

Além de automação, o Problema 3.9 também pode ser utilizado como oportunidade para trabalhar, a abstração, a coleta de dados, a análise de dados e a decomposição.

Competência 9: Paralelização

Possibilitar que alguns procedimentos da resolução do problema proposto possam ser realizados simultaneamente e em cooperação entre os envolvidos. É necessário dividir o problema em partes menores para que seja possível paralelizar. É uma ótima oportunidade para estimular nos estudantes a habilidade de trabalhar em grupo [21].

Para trabalhar essa competência, o professor pode dividir os alunos em grupos e determinar um tempo para que resolvam o problema. A ideia estimular os alunos a perceberem que poupariam tempo se fracionassem o problema em tarefas menores que seriam distribuídas entre os integrantes do grupo e resolvidos de forma simultânea. Em seguida, o grupo reuniria todos os resultados parciais para chegar à conclusão final do problema. Após todos concluírem, seria interessante que cada grupo apresentasse aos demais as estratégias de resolução utilizadas. Assim, poderiam discutir entre si, quais métodos se mostraram mais eficientes, ou seja, chegaram ao resultado correto em menos tempo.

Problema 3.10 *Quatro corredores treinam usando seus relógios para registrar seus ritmos cardíacos. Ao final da corrida, verificando seus relógios, eles podem determinar o tipo de esforço realizado. Aqui você tem algumas informações para ajudá-los:*

- *A frequência cardíaca de reserva (fcr) é igual à diferença entre a frequência cardíaca máxima e a frequência cardíaca em repouso;*
- *cada pessoa tem sua próprio fcr;*
- *durante um esforço, a frequência cardíaca aumenta.*

Tabela 3.6: Paralelização - Parte 1

E : Diferença entre a frequência cardíaca medida e a frequência cardíaca em repouso	Tipo de esforço
$E < 0,6 \times fcr$	Aquecimento ou Recuperação
$0,6 \times fcr \leq E < 0,7 \times fcr$	Resistência Básica
$0,7 \times fcr \leq E < 0,8 \times fcr$	Resistência Ativa
$E \geq 0,8 \times fcr$	Anaeróbico

Tabela 3.7: Paralelização - Parte 2

Nome	Frequência em Repouso	Frequência Máxima	fcr	Frequência Medida
Marc	60	180	120	108
Luc	65	175		155
Matthieu	70	170		135
Jean	80	162		142

O esforço de Marc é do tipo “aquecimento ou recuperação”. Descubra qual o tipo de esforço feito por Luc, por Matthieu e por Jean. Justifique a resposta.

Fonte: Olimpíada Matemática sem fronteiras 2018

Solução 3.10: A tabela 3.8 ilustra a solução desse problema.

Tabela 3.8: Solução do Problema 3.10

Nome	Frequência em Repouso	Frequência Máxima	fcr	Frequência Medida	$E = \text{Frequência Medida} - \text{Frequência de Repouso}$	$E \div fcr$
Marc	60	180	120	108	48	0,4
Luc	65	175	110	155	90	0,81
Matthieu	70	170	100	135	65	0,65
Jean	80	162	82	142	62	0,76

Fonte: Elaborado pelo autor.

Conclui-se, a partir dos dados obtidos, que o esforço de Luc é anaeróbico, o de Matthieu é do tipo de resistência básica e o esforço de Jean é do tipo de resistência ativa. ■

Apesar da sugestão de uma solução para o Problema 3.10 que utiliza a paralelização, outro professor pode entender que esse não é adequado para estimular este ponto, e orientar

os alunos a resolvê-lo de outra forma, que trabalhem outra competência. Ainda com relação ao Problema 3.10, pode-se trabalhar a abstração, a coleta de dados, a análise de dados, a representação de dados, a automação e a decomposição.

As competências do Pensamento Computacional não devem ser vistas como conteúdos. Em outras palavras, não existem problemas de paralelização, abstração, decomposição, coleta, etc. O que existe são problemas que se configuram como boas oportunidades para estimular determinada competência. O professor que pretende trabalhar com as competências do Pensamento Computacional em suas aulas precisa ter esse conhecimento.

Dada a variedade de estratégias que podem existir para resolver um dado problema de Matemática, pode haver confusão entre os professores sobre quais seriam as competências que tem ou não vez na atividade em questão. Com o intuito de lidar com este tipo de situação, Costa *et al.* [55] desenvolveram um classificador automático de questões que utiliza processamento de linguagem natural e aprendizagem de máquina para identificar quais competências podem ser trabalhadas em um problema. A partir desse classificador automático, foi criada uma plataforma *on-line* na qual é possível confeccionar listas com as questões já catalogadas, além de inserir novas questões para classificação. A seguir, será explicado o funcionamento dessa plataforma e como ela foi utilizada neste estudo.

3.2 Construção do Banco de Questões

Nesta seção, será descrita a metodologia utilizada para selecionar os problemas que compõem as listas de sondagem, criadas para serem utilizadas na intervenção pedagógica que é proposta neste estudo.

Antes de iniciar as discussões referentes à criação do banco de questões, foi feita uma série de estudos acerca das competências do Pensamento Computacional e da BNCC; nesta oportunidade também foram discutidas e trabalhadas algumas técnicas de identificação destas competências em um dado problema.

A escolha das questões para compor o repositório foi uma tarefa que contou com a colaboração de todos os envolvidos neste trabalho, sendo iniciada logo após o término da etapa inicial de estudos. Tal banco é composto por problemas de autoria própria e/ou extraídos da literatura e exploram os conteúdo Noções de Probabilidade e Estatística Básica. A escolha desse tópico ocorreu devido à necessidade de se respeitar o planejamento pedagógico das turmas que seriam observadas na intervenção pedagógica.

A ferramenta escolhida para hospedar o banco de questões foi a Plataforma *ComPensar* [56]. Trata-se de um ambiente virtual desenvolvido por pesquisadores da UASC-UFCG² que explora o Pensamento Computacional de forma interdisciplinar para classificar automatica-

²Unidade Acadêmica de Sistemas e Computação da Universidade Federal de Campina Grande

mente questões de Matemática de acordo com as competências identificadas. A Figura 3.7 retrata a página inicial do *ComPensar*.

Figura 3.7: Página inicial da Plataforma *ComPensar*



Fonte: Plataforma *ComPensar* [56].

A inteligência artificial do *ComPensar* é capaz de apresentar um *feedback* sobre quais competências do Pensamento Computacional ela acredita que estão sendo estimuladas em uma dada questão. A princípio, qualquer pessoa pode utilizar os itens já catalogados ou inserir novos para classificação. O mecanismo de inserção de problemas nesta plataforma, mostrado na Figura 3.8, é bastante intuitivo e permite que sejam adicionadas questões objetivas e subjetivas.

Ao inserir um problema na plataforma, o usuário tem a opção de indicar quais competências ela acredita que são estimuladas. Em seguida, o rotulador automático do *ComPensar*, utilizando processamento de linguagem natural e aprendizagem de máquina [55] executa uma análise classificatória para identificar quais competências são abordadas no problema. Com o intuito de tornar o processo de classificação mais robusto, questões registradas na plataforma não ficam imediatamente disponíveis: é necessário que dois usuários do ambiente com permissão para julgar questões analisem os itens. Superada esta etapa, na qual há intervenção humana na indicação das competências, os problemas adicionados são, por fim, mostrados no ambiente, sendo rotulados, no que diz respeito às competências, em caráter majoritário entre todas as avaliações - isto é, uma determinada competência só é atribuída ao problema se esta foi identificada na maioria das etapas de avaliação. Ao final do processo de inserção das questões, foram contabilizadas 104 questões acrescentadas ao repositório, todas relacionadas ao tema

Noções de Probabilidade e Estatística. Destas, 56 foram utilizadas para montar as listas de exercícios e testes de sondagem que compõem a intervenção pedagógica.

Figura 3.8: Página de inserção de questões na Plataforma *ComPensar*

Início Buscar Questões **Criar Questões** Sobre Contato

CRIAR QUESTÃO

Tipo de Questão:

Objetiva

Subjetiva

Fonte:

Ex.: PISA, ENEM ou Autoral

Continuar ➔

Fonte: Plataforma *ComPensar* [56].

3.3 Criação das Listas de Exercícios

Com o processo de adição de questões na plataforma concluído, a próxima etapa compreendeu a montagem das listas de exercícios. A produção das listas foi feita a partir do mecanismo interno de busca existente na própria plataforma (ver Figura 3.9). Nele é possível filtrar os problemas por tipo, conteúdo, termos do enunciado, fonte, autor ou, ainda de acordo com as competências que se deseja trabalhar. Estabelecidos os critérios da busca, o usuário deve clicar no botão azul identificado com a figura de uma lupa localizado na parte inferior da página, donde será direcionado para uma outra página na qual terá acesso à todas as questões catalogadas na plataforma que correspondem aos critérios definidos.

Figura 3.9: Página inicial de busca da Plataforma *ComPensar*

Início Buscar Questões Criar Questões Sobre Contato

Conteúdo:
Todos os conteúdos

Competências:

<input checked="" type="checkbox"/> Abstração	<input checked="" type="checkbox"/> Coleta	<input checked="" type="checkbox"/> Simulação
<input checked="" type="checkbox"/> Algoritmos	<input checked="" type="checkbox"/> Decomposição	<input checked="" type="checkbox"/> Todas
<input checked="" type="checkbox"/> Análise	<input checked="" type="checkbox"/> Paralelização	
<input checked="" type="checkbox"/> Automação	<input checked="" type="checkbox"/> Representação	

Enunciado:

Tipo: Objetiva Todos Subjetiva

Fonte:

Autor:

Fonte: Plataforma *ComPensar* [56].

Além de permitir a realização de buscas criteriosas de problemas, a plataforma também possui uma ferramenta de geração de listas que é bem simples e intuitiva (ver Figura 3.10). A criação de uma lista tem início com a atribuição de um nome a ela; em seguida, tem-se a etapa de inserção de questões, na qual são escolhidos e adicionados quantos itens se deseja; por fim, a nova lista é disponibilizada para impressão.

Figura 3.10: Página de Criação de Listas na Plataforma *ComPensar*

Início Buscar Questões Criar Questões Sobre Contato

NOVA LISTA

Nome da Lista:

Continuar →

Fonte: Plataforma *ComPensar* [56].

Para a realização da intervenção pedagógica proposta neste estudo, foram geradas 17 listas de exercícios, contendo quatro problemas cada uma. Todas as questões das listas abordam o conteúdo Noções de Probabilidade e Estatística - mais especificamente probabilidade, população e amostra, tabelas e gráficos, média, moda, mediana, variância e desvio-padrão. Todas as listas geradas encontram-se nos Apêndices A, B e C.

3.4 A Estrutura da Intervenção Pedagógica

A realização desse estudo tem como principal objetivo propor uma intervenção pedagógica que tem como finalidade investigar como o aumento gradual da quantidade de competências do Pensamento Computacional estimuladas a partir de problemas de Matemática se relaciona com o desempenho acadêmico dos estudantes. Em outras palavras, busca-se contribuir com a construção de uma resposta para a seguinte pergunta: O que acontece com o desempenho dos alunos quando aumenta-se a quantidade de competências do Pensamento Computacional nos problemas de Matemática que são trabalhados no Ensino Básico? Será que um número maior de competências implica, necessariamente, em maior dificuldade, ou a

presença de mais competências tornaria o problema mais acessível, facilitando a construção de uma solução? - afinal, de certa forma, um número maior de competências pode ser visto como sendo mais ferramentas que poderão ser utilizadas na construção da resposta.

A proposta de intervenção pedagógica está formatada para ser realizada preferencialmente em duas turmas do primeiro ano do Ensino Médio. A modalidade de pesquisa escolhida para nortear a intervenção foi a quase experimentação, já que para a atividade proposta não conta-se com duas características importantes de um experimento: um controle completo e a aleatoriedade na seleção dos grupos.

Esse modelo de pesquisa é o mesmo que foi utilizado por [21], que investigou como a Resolução de Problemas em conformidade com as competências do Pensamento Computacional pode influenciar o desempenho dos alunos. Estes autores realizaram uma intervenção pedagógica no formato de quase experimento com duas turmas do oitavo ano em uma escola estadual de Campina Grande - PB. Uma das turmas trabalhou com problemas que usualmente são utilizados nas escolas estaduais, enquanto a outra trabalhou com questões elaboradas pelos autores em conformidade com algumas competências do Pensamento Computacional. Nesse estudo, os autores deram ênfase à abstração e à decomposição. Ao final foi constatado que o grupo que trabalhou com as questões elaboradas explorando as competências obteve melhores resultados.

Apesar de estar sendo replicada a metodologia utilizada por [21], este trabalho possui objetivos bem distintos. Afinal, em [21] investiga-se se a resolução de problemas elaborados de acordo com as competências ocasionaria alguma melhora nos resultados em comparação com problemas produzidos sem essa conformidade. Neste estudo, todos os problemas utilizados estão em consonância com as competências, apenas variando, de forma controlada, a quantidade destas em cada questão.

Os critérios metodológicos estabelecidos para a realização do quase experimento proposto nessa dissertação, foram os seguintes:

- a) A intervenção pedagógica foi pensada para ser aplicada em duas turmas de primeiro ano do Ensino Médio;
- b) A duração da intervenção pedagógica será de quatro semanas letivas;
- c) Para cada uma das turmas, em cada semana serão aplicadas duas listas de exercícios contendo quatro problemas cada uma (ver Apêndices A e B). Uma destas listas deverá ser resolvida pelos discentes durante a etapa presencial da intervenção e a outra poderá ser levada para casa e devolvida na semana posterior ao recebimento;
- d) Deverá ocorrer semanalmente, pelo menos uma aula expositiva dialogada sobre os conteúdos abordados antes da aplicação das listas;

- e) Uma das turmas resolverá listas contendo questões que exploram até duas competências do Pensamento Computacional. A outra turma receberá listas constituídas de problemas cujo número de competências exploradas aumenta gradativamente da seguinte forma: até duas para a primeira semana, três ou quatro para a segunda semana, cinco ou seis para a terceira semana e sete, oito ou nove para a quarta semana;
- f) A primeira lista aplicada presencialmente será a mesma para as duas turmas, visto que o número de competências exploradas na primeira semana é o mesmo para ambas;
- g) Serão aplicados três testes de sondagem (ver Apêndice C) em ambas as turmas: o primeiro será aplicado antes da primeira intervenção, o segundo logo após a segunda intervenção e o terceiro teste após o quarto momento de intervenção. Cada um dos problemas que irão compor os testes de sondagem irão explorar quatro ou cinco competências;
- h) Ao final da intervenção deve-se analisar os resultados obtidos pelos alunos em todas as listas e testes de sondagem, na intenção de verificar se a quantidade de competências do Pensamento Computacional exploradas em um problema interfere de alguma forma no desempenho dos estudantes. Deve-se ainda, ser feita uma análise qualitativa das soluções apresentadas para os problemas, na intenção de tentar identificar se as competências identificadas foram desenvolvidas pelos alunos.

Ainda com relação à metodologia é importante ressaltar que mesmo não sendo possível escolher as amostras aleatoriamente, elas precisam ser uniformes. Caso contrário, a validade dos resultados pode ser ameaçada. Então, aspectos como: número de repetentes em cada turma, número de homens e mulheres, idade e conhecimentos prévios sobre as competências devem ser considerados.

Capítulo 4

Identificação das Competências do Pensamento Computacional em Questões Catalogadas

Este capítulo é dedicado à resolução de algumas questões extraídas das listas de exercícios e dos testes de sondagem elaborados para a intervenção pedagógica (ver Apêndices A, B e C). Cada uma das soluções é acompanhada por uma análise sobre as competências que se planeja estimular em cada problema.

4.1 Resolução e Análise das Questões Seleccionadas

As dez questões apresentadas e resolvidas a seguir, foram seleccionadas das listas de exercícios criadas para a intervenção pedagógica. Tendo como base as descrições apresentadas no Quadro 2.4, é feita uma análise de como as competências do Pensamento Computacional podem ser estimuladas em cada um deles.

Problema 4.1 *No lançamento de dois dados, qual a probabilidade de se fazer um total de 8 pontos?*

Fonte: Não Informada.

Solução 4.1: No lançamento de dois dados há um total de $6 \times 6 = 36$ resultados possíveis. Destes, irão interessar apenas aqueles cuja soma dos pontos é igual a 8, que são (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3) e (6, 2). Portanto, a probabilidade procurada será

$$P = \frac{5}{36} = 13,9\%.$$

Análise das Competências 4.1: A solução desse problema exige que o aluno conheça e saiba utilizar a definição de probabilidade. O trabalho envolvendo fórmulas e operações matemáticas em geral, estimulando o desenvolvendo da competência Decomposição. Além disso, é necessário que seja feita uma análise de um contexto real (lançamento de dados) visando obter informações relevantes para a compreensão do problema. Portanto, esse problema também desenvolve a Abstração.

Problema 4.2 *Um médico está estudando um novo medicamento que combate um tipo de câncer em estágios avançados. Porém, devido ao forte efeito dos seus componentes, a cada dose administrada há uma chance de 10% de que o paciente sofra algum dos efeitos colaterais observados no estudo, tais como dores de cabeça, vômitos ou mesmo agravamento dos sintomas da doença. O médico oferece tratamentos compostos por 3, 4, 6, 8 ou 10 doses do medicamento, de acordo com o risco que o paciente pretende assumir.*

Se um paciente considera aceitável um risco de até 35% de chances de que ocorra algum dos efeitos colaterais durante o tratamento, qual é o maior número admissível de doses para esse paciente?

- a) 3 doses b) 4 doses c) 6 doses d) 8 doses e) 10 doses

Fonte: ENEM 2009

Solução 4.2: A probabilidade do paciente não sentir efeitos colaterais em n doses é de $(1 - 10\%)^n = (1 - 0,1)^n = 0,9^n$. Como a probabilidade aceitável de risco é de 35%, a probabilidade de não ocorrer efeitos colaterais deve ser maior que $100\% - 35\% = 65\%$.

Para $n = 3$, tem-se $0,9^3 = 0,729 > 0,65$.

Para $n = 4$, tem-se $0,9^4 = 0,6561 > 0,65$.

Para $n = 5$, tem-se $0,9^5 = 0,5905 < 0,65$.

Nota-se que é suficiente calcular os valores de $0,9^n$ até $n = 5$. Pois a partir dele, o risco aceitável já superaria 35%.

Como o paciente considera aceitável um risco de até 35%, deve-se considerar, dentre os valores maiores que 0,65, o valor que está mais próximo deste. Portanto, a resposta do problema é $n = 4$. ■

Análise das Competências 4.2: A presença dos conceitos de probabilidade, porcentagem, potenciação e demais tópicos da Matemática envolvidos na solução do problema estimulam a competência Decomposição. A ação de identificar conceitos matemáticos em uma situação contextualizada (estudos acerca de um novo medicamento contra o câncer) indica que está

sendo estimulado a Abstração. A solução do problema exige que se utilize dados numéricos apresentados no enunciado, isso caracteriza a competência Coleta de Dados. Além de efetuar os cálculos necessários para a resolução do problema, é preciso analisar os resultados destes cálculos e determinar qual deles mais se adéqua ao que é solicitado, este tipo de ação estimula o desenvolvimento da Análise de Dados.

Problema 4.3 *A estação espacial Mir permaneceu em órbita por 15 anos e deu cerca de 86500 voltas em torno da Terra, durante o tempo em que esteve no espaço. O peso total da Mir era de 143000kg. Quando a Mir retornou à Terra, cerca de 80% da estação queimou-se ao atravessar a atmosfera. O restante quebrou-se em aproximadamente 1500 pedaços e caiu no Oceano Pacífico. Qual é o peso médio dos pedaços que caíram no Oceano Pacífico?*

a) 19kg b) 76kg c) 95kg d) 480kg e) 510kg

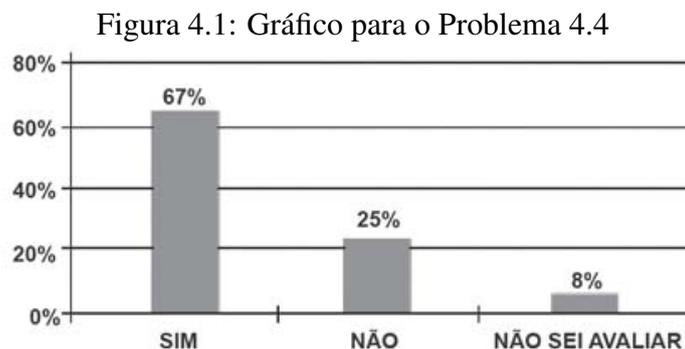
Fonte: PISA 2012.

Solução 4.3: Como 80% da estação queimou-se ao atravessar a atmosfera, restaram apenas $\frac{20}{100} \cdot 143000\text{kg} = 28600\text{kg}$. Foram gerados 1500 pedaços com peso médio de:

$$P_m = \frac{28600}{1500} = 19\text{kg}.$$

Análise das Competências 4.3: Esse problema trabalha as competências: Decomposição, Análise de Dados e Abstração. De fato, a necessidade de se extrair dados de uma situação contextualizada estimula a Abstração. A sequência de cálculos necessária para a construção de uma resposta estimula a decomposição. A Análise de Dados está presente no momento em que faz-se necessário selecionar adequadamente os dados que serão utilizados nos cálculos.

Problema 4.4 *Uma enquete, realizada em março de 2010, perguntava aos internautas se eles acreditavam que as atividades humanas provocam o aquecimento global. Eram três alternativas possíveis e 279 internautas responderam à enquete, como mostra o gráfico.*



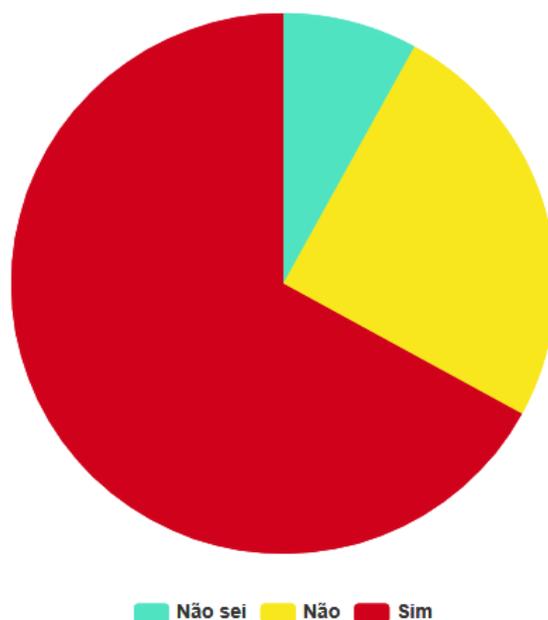
Analisando os dados do gráfico, quantos internautas responderam “NÃO” à enquete? Tendo em vista o tratamento dos dados da questão, este tipo de gráfico é o que melhor se enquadra para a situação? Porquê? Em caso negativo, indique e construa um gráfico mais adequado.

Fonte: Enem 2011 - Adaptada.

Solução 4.4: Dos 279 internautas que responderam à enquete, 25% disseram “NÃO”. Tem-se que, 25% de 279 é $0,25 \times 279 = 69,75 \approx 70$ internautas.

Um gráfico de barras não é adequado para esse tipo de situação. Dados expressos em porcentagens, costumam ser melhor apresentados em um gráfico de setores (pizza), por ser um modelo de gráfico que trabalha melhor a relação entre as partes e o todo.

Figura 4.2: Solução do Problema 4.4



Fonte: Elaborado pelo autor. ■

Análise das Competências 4.4: Quando problema solicita a realização de cálculos para a obtenção da quantidade de internautas que responderam “não” à pesquisa, está sendo estimulada a competência Decomposição. É necessário identificar conceitos envolvidos em uma situação real, portanto tem-se a presença da Abstração. A resolução do problema exige a extração de dados do gráfico. Portanto, há a presença da competência Coleta de Dados. Além disso, é necessário fazer uma análise crítica do gráfico expondo suas possíveis desvantagens, seguida da sugestão e construção de uma representação gráfica mais adequada, o que mostra a presença das competências Análise e Representação de Dados.

Problema 4.5 Eduardo joga em um time de futebol e a tabela abaixo contabiliza os gols que ele fez no último campeonato:

Tabela 4.1: Dados para o Problema 4.5

Quantidade de Jogos	Gols Marcados
1	0
4	1
5	3
2	4
1	5

- a) Determine a média de gols marcados por Eduardo.
- b) Caso seja retirado da tabela o jogo em que Eduardo não fez gol, a média será alterada? Justifique sua resposta.
- c) Represente as informações da tabela em um gráfico de barras.

OBS: Leia atentamente toda a questão antes de começar a responder. O uso da calculadora é permitido.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Solução 4.5:

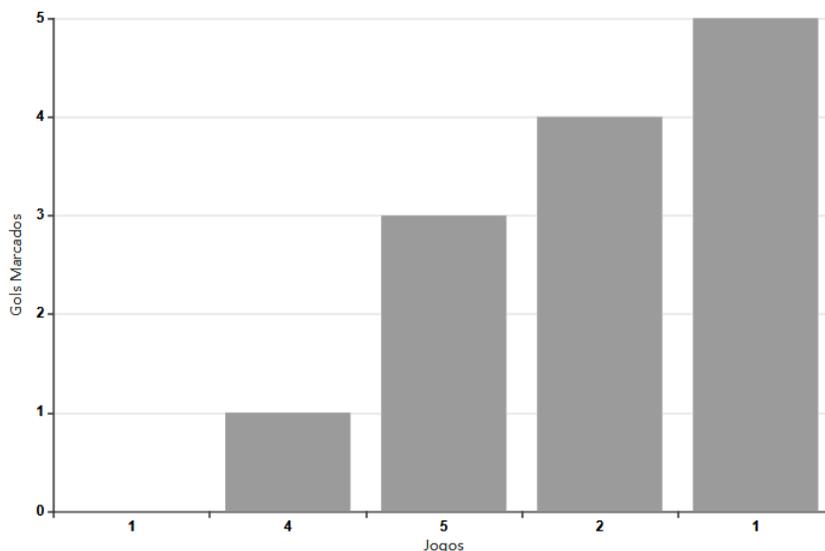
a) $\bar{M}_1 = \frac{0 \cdot 1 + 1 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 1}{13} = \frac{0 + 4 + 15 + 8 + 5}{13} = \frac{32}{13} = 2,46.$

- b) Sim. Pois o denominador será alterado e o numerador permanecerá o mesmo.

$$\bar{M}_2 = \frac{1 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 1}{12} = \frac{4 + 15 + 8 + 5}{12} = \frac{32}{12} = 2,67.$$

c)

Figura 4.3: Solução do Problema 4.5 (c)



Fonte: Elaborado pelo autor.

Análise das Competências 4.5: A necessidade de se extrair dados do problema e efetuar os cálculos das médias solicitadas indicam a presença das competências Decomposição e Coleta de Dados. A Abstração está presente pois o problema é apresentado a partir de uma situação envolvendo jogos de futebol. No item (b) é necessário fazer uma Análise dos dados obtidos. A construção do gráfico solicitado no item (c) pede para que se faça uso da Representação de Dados. A Automação é trabalhada nesse problema, na medida em que se sugere o uso de uma calculadora, além disso, a construção do gráfico poderia ser feita utilizando um software.

Problema 4.6 Na tabela abaixo estão as notas de matemática de um estudante em um determinado ano.

Tabela 4.2: Dados para o Problema 4.6

Bimestre	Notas
1 ^o	4
2 ^o	6
3 ^o	7
4 ^o	6

De acordo com a tabela, responda:

- a) Qual a média final desse estudante?
- b) Sabendo que a média mínima para aprovação é 6, esse estudante estaria aprovado ou reprovado?
- c) O professor resolve acrescentar 10% a mais na nota de cada bimestre, qual será a média desse estudante após esse acréscimo?
- d) Construa uma nova tabela com as notas após os acréscimos.

OBS: Caso julgue necessário pode usar uma calculadora.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Solução 4.6:

a) $\bar{M}_f = \frac{4 + 6 + 7 + 6}{4} = \frac{23}{4} = 5,75.$

b) Como $5,75 < 6$, o estudante está reprovado.

c) $\bar{M}_f = \frac{4,4 + 6,6 + 7,7 + 6,6}{4} = \frac{25,3}{4} = 6,325.$

d)

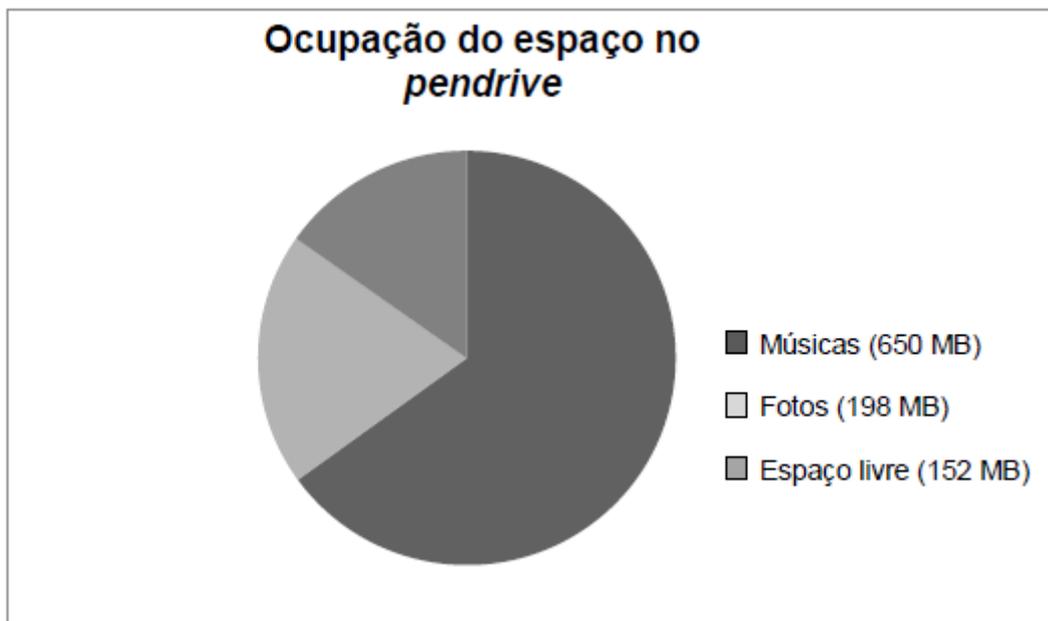
Tabela 4.3: Solução do Problema 4.6 (d)

Bimestre	Notas
1 ^o	4,4
2 ^o	6,6
3 ^o	7,7
4 ^o	6,6

Análise das Competências 4.6: Essa questão trabalha seis competências do Pensamento Computacional. A extração de dados da tabela e o cálculo das médias são ações que estimulam as competências Coleta de Dados e Decomposição, respectivamente. A Abstração está presente já que o problema está inserido em um contexto de desempenho escolar. No item (b) quando se pede para verificar a situação final do estudante está sendo estimulada a competência Análise de Dados. O ato de aumentar cada nota em 10% e verificar como isso altera o resultado, estimula a competência Simulação. A sugestão de utilizar uma calculadora estimula a competência Automação. Finalmente, a solicitação de um gráfico com os novos dados obtidos contempla a competência Representação de Dados.

Problema 4.7 Um pendrive é um pequeno periférico removível que permite o armazenamento de dados. Ivan possui um pendrive para arquivar suas músicas e suas fotos. Seu pendrive tem uma capacidade de 1GB (1000 MB). O diagrama abaixo apresenta a ocupação atual do espaço de seu pendrive.

Figura 4.4: Pendrive 1



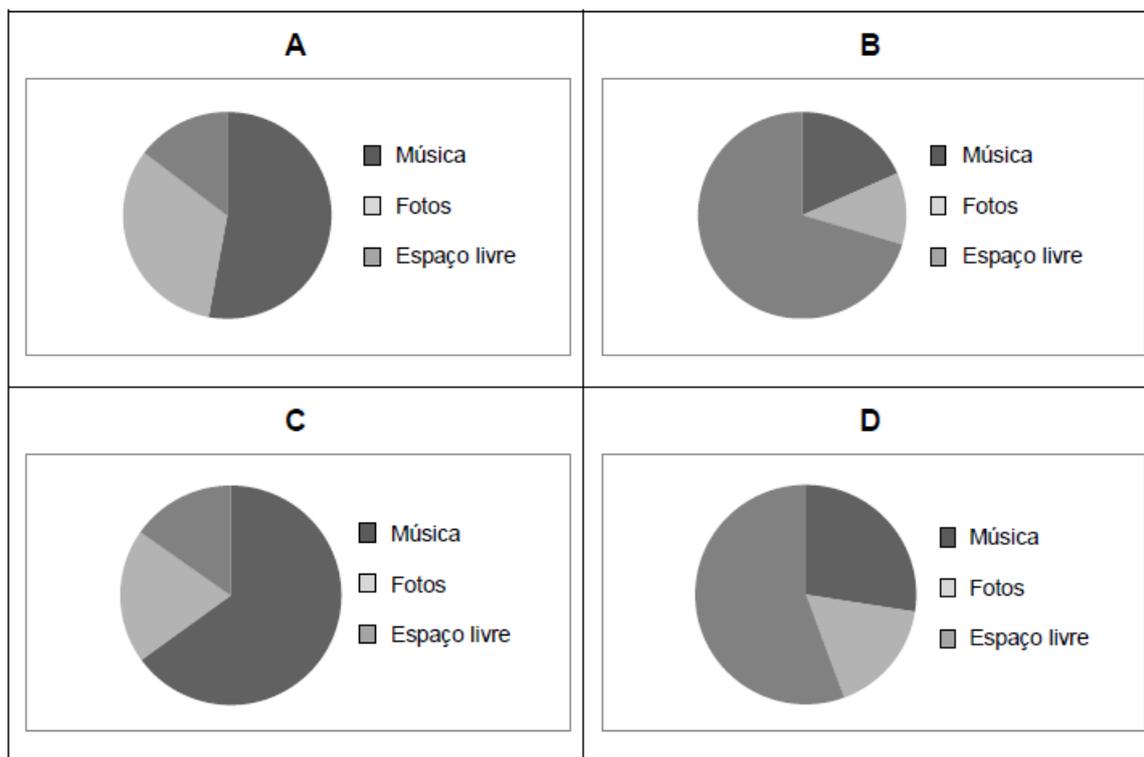
Durante as semanas seguintes, Ivan deletou algumas fotos e músicas, mas também adicionou novos arquivos de fotos e de música. A tabela abaixo indica a nova ocupação do espaço em seu pendrive:

Tabela 4.4: Pendrive 2

Músicas	550 MB
Fotos	338 MB
Espaço Livre	112 MB

Seu irmão lhe dá um pendrive novo totalmente vazio, com capacidade de 2GB (2000 MB). Ivan transfere o conteúdo de seu antigo pendrive para o pendrive novo. Qual dos seguintes diagramas representa a ocupação do espaço do novo pendrive? Circule A, B, C ou D.

Figura 4.5: *Pendrive 3*



Fonte: PISA 2012.

Solução 4.7: No novo *pendrive*, as músicas e fotos irão ocupar o mesmo espaço que ocupavam no dispositivo anterior, porém o espaço livre terá um acréscimo de 1GB. Assim, o espaço livre neste *pendrive* será 1112GB. Como o *pendrive* atual possui 2GB de capacidade, as porcentagens de ocupação do espaço serão:

Tabela 4.5: Solução do Problema 4.7

Músicas	550 MB	27,5%
Fotos	338 MB	16,9%
Espaço Livre	1112 MB	55,6%

Diante disso, conclui-se que o diagrama que representa a solução do problema encontra-se no item (d).

Análise das Competências 4.7: Esse problema estimula duas competências do Pensamento Computacional, Abstração e Análise de Dados. A Abstração está presente pois para a resolução do problema é necessário extrair conceitos matemáticos que estão inseridos em uma situação real. A Análise de Dados é necessária para que possa ser feita corretamente a escolha do gráfico.

Problema 4.8 Em Zedlândia, foram realizadas pesquisas de opinião para se avaliar a popularidade do Presidente, tendo em vista as próximas eleições. Quatro editores de jornais realizaram pesquisas independentes, em âmbito nacional. Os resultados das quatro pesquisas estão apresentados abaixo:

- *Jornal 1: 36,5% (pesquisa realizada em 6 de janeiro, com uma amostragem de 500 cidadãos com direito a voto, selecionados aleatoriamente);*
- *Jornal 2: 41,0% (pesquisa realizada em 20 de janeiro, com uma amostragem de 500 cidadãos com direito a voto, selecionados aleatoriamente);*
- *Jornal 3: 39,0% (pesquisa realizada em 20 de janeiro com uma amostragem de 1000 cidadãos com direito a voto, selecionados aleatoriamente);*
- *Jornal 4: 44,5% (pesquisa realizada em 20 de janeiro, com 1000 leitores do jornal que telefonaram para a redação a fim de votar).*

Que jornal forneceria o resultado mais provável para se prever o nível de apoio ao presidente se a eleição fosse realizada em 25 de janeiro?

Fonte: PISA 2012.

Solução 4.8: O Jornal 3 forneceria o resultado mais provável, pois a pesquisa foi feita com uma amostra mais representativa da população de eleitores.

Análise das Competências 4.8: O enunciado desse problema aborda os resultados de Pesquisas Eleitorais e para resolvê-lo é necessário apenas efetuar uma análise criteriosa dos dados apresentados. Portanto, esse problema estimula as competências Abstração e Análise de Dados.

Problema 4.9 O Monte Fuji é um famoso vulcão inativo, no Japão. O Monte Fuji está aberto ao público para escaladas somente entre 1 de julho e 27 de agosto, todos os anos. Cerca de 200 000 pessoas escalam o Monte Fuji nesse período. Em média, aproximadamente quantas pessoas escalam o Monte Fuji por dia?

- a) 340 b) 710 c) 3400 d) 7100 e) 7400

Fonte: PISA 2012.

Solução 4.9: De acordo com o enunciado, o Monte Fuji fica aberto ao público durante 58 dias. Portanto, a quantidade média de pessoas que escalam o Monte diariamente, é:

$$\bar{M} = \frac{200000}{58} = 3448,27 \approx 3400.$$

Análise das Competências 4.9: O problema está inserido em um contexto real, portanto, há a presença da Abstração. Para resolver essa questão faz-se necessário determinar uma média, o que estimula a Decomposição. Também está sendo estimulada a Análise de Dados, já que é necessário decidir entre os valores do gabarito que seria o mais próximo do valor encontrado no cálculo da média.

Problema 4.10 *Quer se estudar o número de erros de impressão de um livro. Para isso escolheu-se uma amostra de 50 páginas, encontrando-se o número de erros por página mostrados abaixo.*

Tabela 4.6: Dados para o Problema 4.10

Erros	Frequência
0	25
1	20
2	3
3	1
4	1

- Qual o número médio de erros por página?
- E o número mediano?
- Qual é o desvio padrão?
- Faça uma representação gráfica para a distribuição.
- Se o livro tem 500 páginas, qual o número total de erros esperado no livro?

OBS: *Leia atentamente toda a questão antes de começar a responder. O uso da calculadora é permitido.*

Fonte: Morettin & Bussab [57] - Adaptado.

Solução 4.10:

a) $\bar{M}_{erros} = \frac{0 \times 25 + 1 \times 20 + 2 \times 3 + 3 \times 1 + 4 \times 1}{50} = 0,66$ erros por página.

b) Para determinar o valor mediano (Md) do número de erros por página, deve-se ordenar os 50 valores tabelados e calcular a média aritmética dos valores que encontram-se na 25^a e 26^a posições. Assim:

$$Md = \frac{0 + 1}{2} = 0,5.$$

c) Antes de calcular o desvio padrão (dp), deve-se encontrar o valor da variância (var). Pois, o desvio padrão é igual à raiz quadrada da variância.

$var =$

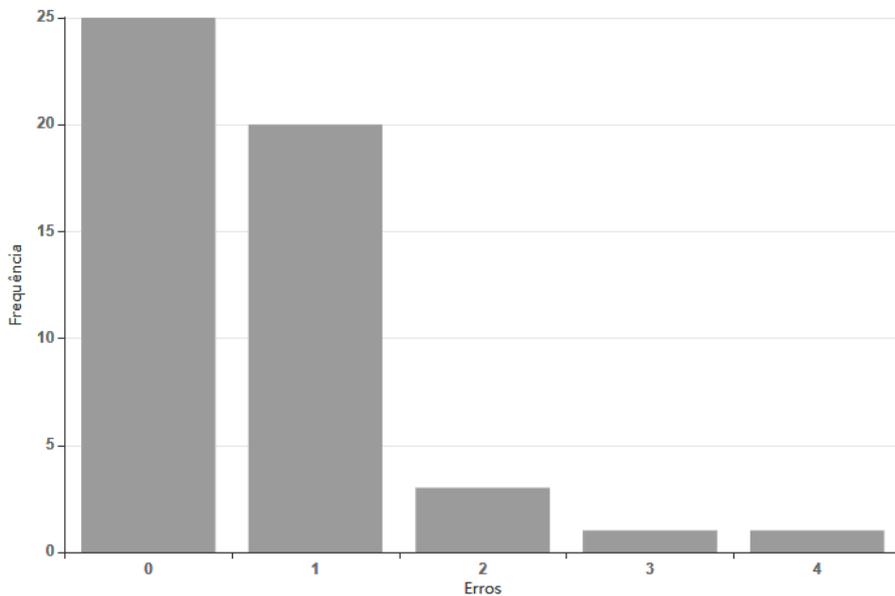
$$\frac{25 \times (0 - 0,66)^2 + 20 \times (1 - 0,66)^2 + 3 \times (2 - 0,66)^2 + 1 \times (3 - 0,66)^2 + 1 \times (4 - 0,66)^2}{50} =$$

0,7044.

Finalmente, $dp = \sqrt{0,7044} = 0,84$.

d)

Figura 4.6: Solução do Problema 4.10 (c)



e) Considerando a média aritmética, o erro esperado seria $0,66 \times 500 = 330$ erros. Porém, a média aritmética não é considerada um bom valor para este tipo de cálculo. A mesma consideração pode ser feita para a mediana: $0,50 \times 500 = 250$ erros. Como o desvio padrão e o desvio médio indicam em média qual será o erro cometido ao tentar substituir cada observação pela medida resumo do conjunto de dados, calcula-se a diferença entre a média e o desvio padrão, obtendo-se:

$$|0,86 - 0,66| = 0,18.$$

Assim,

$$0,18 \times 500 = 90 \text{ erros.}$$

Análise das Competências 4.10: A Abstração configura-se no fato de que tem-se uma situação contextualizada (falhas na impressão de um livro), da qual precisam ser extraídos os dados para a resolução da questão. A Decomposição está sendo estimulada fortemente nesse problema, tendo em vista que a sua resolução exige que sejam feitos os diversos cálculos que referem-se aos conceitos de valor médio, valor mediano, variância e desvio-padrão. Os dados necessários para a realização dos cálculos são retirados da tabela que é dada no enunciado, ou seja, também é trabalhada a Coleta de Dados. O item (d) aponta a presença da Representação de Dados, pois é solicitado que seja feita a construção de um gráfico. A sugestão para o uso de uma calculadora estimula a Automação. No item (e) pede-se que seja feita uma Simulação, além disso, para a conclusão desse item faz-se necessário realizar uma Análise dos dados obtidos nos itens anteriores. Portanto, esse problema estimula sete competências do Pensamento Computacional: Abstração, Decomposição, Coleta de Dados, Representação, Automação, Simulação e Análise.

4.2 Considerações Finais

Durante a realização desta pesquisa, foram feitas análises, buscando identificar as relações existentes entre as competências do Pensamento Computacional e os enunciados e resoluções das 104 questões catalogadas. Ao final desse processo, foi possível identificar diferentes perfis de questões e como cada um deles pode ser usado para estimular determinadas competências. Este capítulo consistiu de uma amostra de como se deu essa análise.

Capítulo 5

Conclusões e Recomendações para Trabalhos Futuros

Neste capítulo são apresentadas as conclusões obtidas a partir do processo de construção da intervenção pedagógica, bem como algumas recomendações para a realização de trabalhos futuros.

5.1 Comentários Finais Sobre a Proposta de Intervenção Pedagógica

A intervenção pedagógica proposta nesse estudo teve a sua execução iniciada em duas turmas do primeiro ano do Ensino Médio, no *Campus* Palmares do Instituto Federal de Pernambuco. No entanto, precisou ser interrompida após a segunda semana de atividades, devido à suspensão do ano letivo ocorrida nacionalmente, visando cumprir as medidas de distanciamento social recomendadas pelo poder público, com o objetivo de diminuir os riscos de contágio pela COVID-19.

Diante da impossibilidade de finalizar a proposta de intervenção, em função da já justificada interrupção do ano letivo, não foi possível obter dados conclusivos sobre como o número de competências do Pensamento Computacional em questões de Matemática interfere no desempenho dos alunos. No entanto, toda a metodologia e o material necessários à execução completa desta proposta encontram-se organizados nesta dissertação.

5.2 Trabalhos Futuros e Perguntas em Aberto

Um levantamento realizado por [8] chama a atenção para a carência de pesquisas relacionadas ao uso do Pensamento Computacional no ensino de Matemática. Vale a pena comentar que, ainda neste estudo, os autores investigam quais são as competências do Pensamento

Computacional que estão presentes nas questões do PISA. Os resultados obtidos apontam para a existência de uma relação entre as competências do Pensamento Computacional e as questões analisadas. Nesta investigação, apenas três competências não foram encontradas em nenhuma das 161 questões analisadas: simulação, paralelização e automação; enquanto que duas delas, análise de dados e abstração figuraram em pelo menos 98% das questões.

A escassez de trabalhos nessa área e os importantes resultados obtidos por [8, 21] apontam para a relevância de se realizar pesquisas futuras. Diante disso, vislumbra-se os seguintes trabalhos para o futuro:

1. A realização por completo do quase experimento proposto nesse estudo;
2. A capacitação de professores de Matemática a respeito da utilização das competências do pensamento computacional em suas aulas, com a posterior coleta, compilação e divulgação dos *feedbacks* dos professores capacitados;
3. Levantamento das competências que são mais frequentes em provas como ENEM, Prova Brasil, OBMEP, etc.

Espera-se que os resultados obtidos nos próximos trabalhos que venham a ser realizados nessa área, ajudem a elucidar algumas questões que ainda encontram-se em aberto:

1. Que influência o aumento do número de competências tem no desempenho dos alunos? Ajuda ou atrapalha?;
2. Ter mais competências é o ideal, ou existe um número de competências mais adequado para cada tipo de questão?;
3. Quais competências são mais comuns em problemas de Matemática. Por quê?;
4. Quais competências são menos frequentes em problemas de Matemática. Por quê?;
5. Quais conteúdos de Matemática oferecem mais dificuldades ao se tentar formular problemas que estimulem uma determinada competência. Por quê?;
6. O que é mais importante na hora de estimular uma competência, o enunciado ou a solução? Importa mais o que o aluno está fazendo ou o que está sendo pedido?;
7. Que tipo de teste seria mais adequado para medir o impacto das competências no desempenho dos estudantes?;
8. De que formas o aluno pode absorver (utilizar) as competências?

5.3 Conclusões

Mesmo sem ter tido condições de executar o quase experimento, vale a pena passar a impressão dos pesquisadores envolvidos sobre o que efetivamente foi realizado.

No que diz respeito à elaboração das questões, teve-se uma certa dificuldade em controlar o número de competências presentes quando a intenção era formular um problema que trabalhasse com poucas delas, visto que a abstração e a decomposição são extremamente difíceis de evitar, pelo menos com relação ao conteúdo escolhido. Portanto, a maioria dos problemas criados ou extraídos de alguma fonte pré-existente acabavam apresentando pelo menos três competências; como inicialmente, não se tinha ideia de que isso aconteceria, a intervenção pedagógica está baseada, em sua primeira etapa, no trabalho com duas competências; fica, então, para um trabalho futuro, a possibilidade de ir-se aumentando a quantidade de competências trabalhadas partindo de 3, e não de 1, como foi feito aqui. Por outro lado, competências como análise, coleta, representação e automação, se mostraram extremamente fáceis de inserir e igualmente fáceis de serem evitadas. Tais facilidades e dificuldades devem variar de acordo com o assunto com o qual se pretende trabalhar - aparentemente, alguns conteúdos tem mais afinidade com certas competências do que outros. A validade dessa tese ainda é uma pergunta em aberto.

Referências

- [1] COLOMBO, C. R., BAZZO, W. A. Educação Tecnológica contextualizada, ferramenta essencial para o desenvolvimento social brasileiro. *Biblioteca Digital da OEI*, pages 1–10, 2002.
- [2] ABAR, C. A. A. P. Educação Matemática na era digital. *Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 27:14–28, 2011.
- [3] MIZUKAMI, M. G. N. *Ensino: as abordagens do processo*. Temas básicos da educação e ensino. Editora Pedagógica e Universitária - USP, São Paulo, 1986.
- [4] DANTE, L.R. *Formulação e resolução de problemas de matemática: Teoria e Prática*. ÁTICA, 2010.
- [5] CARVALHO, M. *Problemas? Mas que problemas?: Estratégias de resolução de problemas matemáticos em sala de aula*. Vozes, 2005.
- [6] WING, J. M. Computational thinking. *Communications of the ACM*, 49(3):33–35, 2006.
- [7] BARR, V., STEPHENSON, C. Bringing Computational Thinking to K-12: What is involved and what is the role of the computer science education community? *ACM Inroads*, 2(1):48–54, 2011.
- [8] MESTRE, P. *et al.* Pensamento Computacional: Um estudo empírico sobre as questões de matemática do PISA. *Anais dos Workshops do Congresso Brasileiro de Informática na Educação*, 4:1281, 2015.
- [9] BUNDY, A. Computational thinking is pervasive. *Journal of Scientific and Practical Computing*, 1(2):67–69, 2007.
- [10] BRACKMANN, C. P. *Desenvolvimento do pensamento computacional através de atividades desplugadas na educação básica*. PhD thesis, UFRGS, 2017.
- [11] BRENNAN, K., RESNICK, M. New frameworks for studying and assessing the development of computational thinking. In *Proceedings of the 2012 annual meeting of the American educational research association, Vancouver, Canada*, volume 1, page 25, 2012.

- [12] DENNING, P. J. The profession of it beyond computational thinking. *Communications of the ACM*, 52(6):28–30, 2009.
- [13] KALELIOGLU, F.; GÜLBAHAR, Y. and KUKUL, V. A framework for computational thinking based on a systematic research review. *Baltic Journal of Modern Computing*, 4(3):583, 2016.
- [14] BARCELOS, T. S., SILVEIRA, I. F. Pensamento Computacional e Educação Matemática: Relações para o ensino de computação na educação básica. In *XX Workshop sobre Educação em Computação. Anais do XXXII CSBC*, volume 2, page 23, Curitiba, 2012.
- [15] GUERRERO, D. COSTA, E. J. F., SAMPAIO, L. Pensamento computacional na educação básica: Uma análise da relação de questões de matemática com as competências do pensamento computacional. In *Anais dos Workshops do Congresso Brasileiro de Informática na Educação*, volume 5, page 1060, 2016.
- [16] MARQUES, M. *et al.* Uma proposta para o desenvolvimento do Pensamento Computacional integrado ao Ensino de Matemática. In *Brazilian Symposium on Computers in Education (Simpósio Brasileiro de Informática na Educação-SBIE)*, volume 28, page 314, 2017.
- [17] OECD. Pisa 2018 assessment and analytical framework. <https://www.oecd-ilibrary.org/docserver/b25efab8-en.pdf?expires=1595261144&id=id&accname=guest&checksum=D848BAF91675DACADF95C4AA33477C04>, 2019. Último acesso em: 14/05/2020.
- [18] OECD. Pisa 2009 assessment and analytical framework. <https://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/44455820.pdf>. Último acesso em: 18/06/2020.
- [19] OECD. Pisa 2012 assessment and analytical framework. https://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/PISA%202012%20framework%20e-book_final.pdf. Último acesso em: 18/06/2020.
- [20] OECD. Pisa 2015 assessment and analytical framework. <https://www.oecd-ilibrary.org/docserver/9789264281820-en.pdf?expires=1595261964&id=id&accname=guest&checksum=066B49B64E4B23AE19627B9BAAA31F4D>. Último acesso em: 18/06/2020.
- [21] COSTA, E. J. F. Pensamento computacional na educação básica: Uma abordagem para estimular a capacidade de resolução de problemas na matemática. In *Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação, Centro de Engenharia Elétrica e Informática, Universidade Federal de Campina Grande, Paraíba, Brasil*, page 144, 2017.
- [22] <https://www.dicio.com.br/problema/>. Último acesso em: 09/06/2020.

- [23] <https://dicionario.priberam.org/problema>. Último acesso em: 09/06/2020.
- [24] <https://michaelis.uol.com.br/moderno-portugues/busca/portugues-brasileiro/problema/>. Último acesso em: 09/06/2020.
- [25] J. DEWEY. *Experiência e Natureza. Lógica: a teoria da investigação. A arte como experiência. Vida e educação. Teoria da vida moral*. Os pensadores. Abril Cultural, 1980.
- [26] POLYA, G. *A arte de resolver problemas: Um novo aspecto do método matemático*. Tradução: Heitor Lisboa de Araújo. Interciência, Rio de Janeiro, 1995.
- [27] VAN de WALLE, J.A., KARP, K. and BAY-WILLIAMS, J.M. *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*. Allyn & Bacon, 2010.
- [28] ONUCHIC, L. L. R. *Resolução de Problemas: teoria e prática*. Paco Editorial, 2019.
- [29] STANIC, G. M. A., KILPATRICK, J. Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. CHARLES, R.I. et al. *The Teaching and Assessment Problem Solving*, 1989.
- [30] BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática - Ensino Fundamental*. MEC, Brasília, 1997.
- [31] ECHEVERRÍA, M. P. P. *A solução de problemas em matemática*, pages 43–65. A solução de problemas: Aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: ArtMed, 1998.
- [32] BRITO, M. R. F. Alguns aspectos teóricos e conceituais da solução de problemas matemáticos. In *Solução de problemas e a matemática escolar*, pages 13–53, Campinas, 2006. Alínea.
- [33] DA SILVA, V. F. A Resolução de Problemas: Concepções evidenciadas na prática e no discurso de professores de matemática do Ensino Fundamental. *Anais do Simpósio Linguagens e Identidades da/na Amazônia Sul-Occidental*, 2016.
- [34] SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. *Bolema*, 13:66–91, 2000.
- [35] BRASIL. *Base Nacional Curricular Comum: Educação é a Base*. MEC, Brasília, 2017.
- [36] BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática - Ensino Médio*. MEC, Brasília, 2000.
- [37] DE CARVALHO, C.S. *A Aprendizagem Cooperativa no Ensino da Matemática*. Editora Appris, 2020.

- [38] BRASIL. *Orientações curriculares para o ensino médio; volume 2*. MEC, Brasília, 2006.
- [39] RODRIGUES, M. U., NASCIMENTO, A. R., BRITO, A. J. Contextualização e interdisciplinaridade na prova de matemática do novo ENEM no período 2009-2016. *Educação Matemática*, page 17, 2018.
- [40] SPLITZ, R. O uso inconsciente da tecnologia no cotidiano. *Strategic Design Research Journal*, 1:10–18, 2008.
- [41] FERLIN, E. P. O avanço tecnológico dos processadores e sua utilização pelo software. *Revista da Vinci*, 1(1):43–60, 2004.
- [42] B., ANDERSON, N. MCMASTER, K., RAGUE. Integrating Mathematical Thinking, Abstract Thinking, and Computational Thinking. In *2010 IEEE Frontiers in Education Conference (FIE)*, pages S3G–1. IEEE, 2010.
- [43] CTSA/ISTEB. Operational definition of computational thinking for k–12 education. Disponível em: <<http://www.iste.org/docs/ct-documents/computational-thinking-operationaldefinition-flyer.pdf>>, 2011.
- [44] MOHAGHEGH, M., MCAULEY, M. *Computational thinking: The skill set of the 21st century*. TechScience Publications, 2016.
- [45] RILEY, D. D., HUNT, K. A. *Computational thinking for the modern problem solver*. CRC press, 2014.
- [46] KRAUSS, J., PROTTSMAN, K. *Computational thinking and coding for every student: The teacher's getting-started guide*. Corwin Press, 2016.
- [47] NISS, M. Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project. In *3rd Mediterranean conference on mathematical education*, pages 115–124, 2003.
- [48] PRATER, M. L., MAZUR, J. M. Embedded standards-based digital gaming assessments: Pilot study with teachers. In *2014 Computer Games: AI, Animation, Mobile, Multimedia, Educational and Serious Games (CGAMES)*, pages 1–5. IEEE, 2014.
- [49] LU, J. J., FLETCHER, G. H. L. Thinking about computational thinking. In *Proceedings of the 40th ACM technical symposium on Computer science education*, pages 260–264, 2009.
- [50] FREUDENTHAL, E., OGREY, A. N., ROY, M. K., SIEGEL, A. A computational introduction to STEM studies. In *IEEE EDUCON 2010 Conference*, pages 663–672. IEEE, 2010.

- [51] DA COSTA BARBOSA, F., ALVES, D., MENEZES, D., ALEXANDRE, M., CAMPOS, G., NAKAMURA, Y., JÚNIOR, A., LOPES, C. Robótica educacional em prol do ensino de matemática. In *Anais do Workshop de Informática na Escola*, volume 21, page 271, 2015.
- [52] LOPES, C. C., DOS SANTOS GUEDES, M. S., SOUSA, E. A. D., DE SOUZA, R. P., PEREIRA, I. B. O ensino de algoritmos e lógica de programação como uma ferramenta pedagógica para auxiliar a aprendizagem de matemática: Um relato de experiência. In *Anais do Workshop de Informática na Escola*, volume 22, page 41, 2016.
- [53] COSTA, E. J. F., CAMPOS, L. M. R. S., GUERRERO, D. D. S. Computational thinking in mathematics education: A joint approach to encourage problem-solving ability. In *2017 IEEE Frontiers in Education Conference (FIE)*, pages 1–8. IEEE, 2017.
- [54] LOPES, A. J. Explorando o uso da calculadora no ensino de Matemática para jovens e adultos. *Alfabetização e Cidadania*, 6:67–79, 1998.
- [55] COSTA, E., CAMPELO, C., SAMPAIO, L. Classificação automática de questões problema de matemática para aplicações do pensamento computacional na educação. In *Anais dos Workshops do Congresso Brasileiro de Informática na Educação*, volume 7, page 569, 2018.
- [56] <http://compensar-testes.herokuapp.com>. Último acesso em: 13/07/2020.
- [57] W. O. MORETTIN, P. A., BUSSAB. *Estatística básica*. Saraiva, 2017.

Apêndice A

Listas de Exercícios do Grupo de Controle

Este apêndice é composto pelas listas de exercícios que foram geradas para serem aplicadas no Grupo de Controle. Todas as listas estão acompanhadas dos seus respectivos gabaritos, juntamente com a indicação de quais competências pretende-se estimular em cada uma das questões.

Semana 1 (Presencial) - Até duas Competências

Autor: Teofilo Viturino

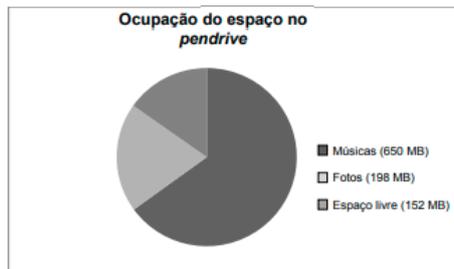
Aluno: _____

Questão 1 (Autor Desconhecido):

Em lançamento de dois dados, qual a probabilidade de se fazer um total de 8 pontos?

Questão 2 (PISA (2012)):

Um pendrive é um pequeno periférico removível que permite o armazenamento de dados. Ivan possui um pendrive para arquivar suas músicas e suas fotos. Seu pendrive tem uma capacidade de 1 GB (1 000 MB). O diagrama abaixo apresenta a ocupação atual do espaço de seu pendrive.

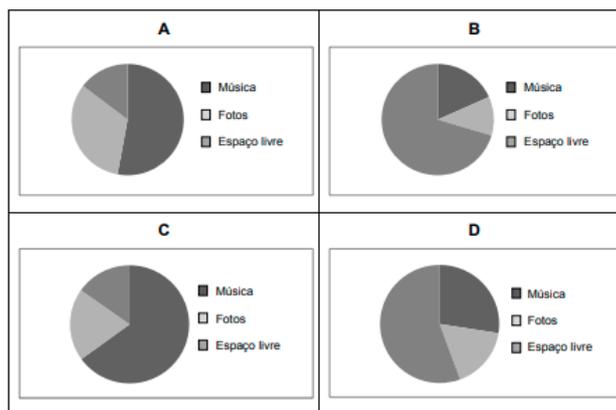


Durante as semanas seguintes, Ivan deletou algumas fotos e músicas, mas também adicionou novos arquivos de fotos e de música. O quadro abaixo indica a nova ocupação do espaço em seu pendrive:

Música	550 MB
Fotos	338 MB
Espaço livre	112 MB

Seu irmão lhe dá um pendrive novo totalmente vazio, com capacidade de 2 GB (2.000 MB). Ivan transfere o conteúdo de seu antigo pendrive para o pendrive novo.

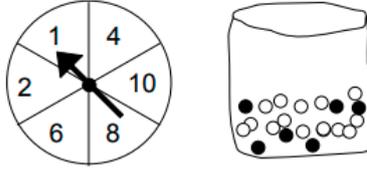
Qual dos seguintes diagramas representa a ocupação do espaço do novo pendrive? Escolha A, B, C ou D.



Questão 3 (PISA):

Uma barraca de uma quermesse propõe um jogo no qual se utiliza primeiro uma roleta.

Em seguida, se a roleta parar em um número par, o jogador poderá pegar uma bolinha de gude de dentro de um saco. A roleta e as bolinhas de gude, contidas no saco, estão representados na figura abaixo.



Os prêmios são distribuídos às pessoas que pegam uma bolinha de gude preta.

Sueli joga uma vez.

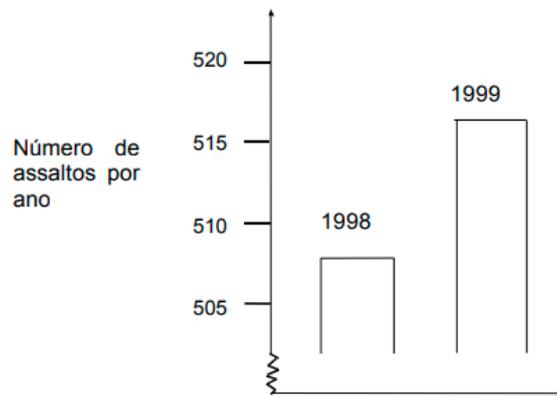
Qual é a probabilidade de Sueli ganhar um prêmio?

- a) Impossível.
- b) Não muito provável.
- c) Cerca de 50% de probabilidade.
- d) Muito provável.
- e) Certeza.

Questão 4 (PISA):

Um repórter de TV apresentou o gráfico abaixo e disse:

— O gráfico mostra que, de 1998 para 1999, houve um grande aumento no número de assaltos.



Você considera que a afirmação do repórter é uma interpretação razoável do gráfico? Dê uma explicação que justifique a sua resposta.

Semana 1 (Presencial) - Até duas Competências

Autor: Teofilo viturino

Folha de Respostas

Questão 1 (Autor Desconhecido): (Decomposição)

Espelho de correção:
5/36 ou 13,9%

Questão 2 (PISA (2012)): (Abstração, análise)

Espelho de correção:
D

Questão 3 (PISA): (Abstração, análise)

- a) Impossível.
- b) Não muito provável.**
- c) Cerca de 50% de probabilidade.
- d) Muito provável.
- e) Certeza.

Questão 4 (PISA): (Abstração, análise)

Espelho de correção:

Resposta argumentativa

Semana 1 (Casa) - Até duas Competências

Autor: Teofilo Vitorino

Aluno: _____

Questão 1 (Autorial):

Para a realização de um determinado experimento será necessário retirar uma amostra com 3 indivíduos de uma população formada por 10 indivíduos. Nessas condições, quantas são as amostras possíveis?

- a) 80
- b) 100
- c) 480
- d) 720
- e) 840

Questão 2 (Só Matemática):

Em uma pesquisa realizada em uma escola, identificou-se os seguintes indicadores

- (1) idade
- (2) anos de estudo
- (3) ano de escolaridade
- (4) renda
- (5) sexo
- (6) local de estudo
- (7) conceito obtido na última prova de biologia
- (8) Quantidade de livros que possui

a) Das variáveis acima, quais são as quantitativas e quais são as qualitativas?

b) Das variáveis quantitativas, diga quais são discretas?

Questão 3 (Só matemática):

Foi encomendado um estudo para avaliação de uma entidade de ensino superior. Para isso, aplicou-se um questionário e obteve-se respostas de 110 alunos.

Indique:

- a) a variável em estudo;
- c) a população em estudo;
- b) a amostra escolhida;

Questão 4 (Só Matemática):

Indique abaixo quais amostras são consideradas boas:

a) Em um cinema, desejou-se verificar quais eram as intenções de voto para a próxima eleição. As pessoas entrevistadas, eram as que estavam presentes

b) Para saber a opinião a respeito de métodos contraceptivos, resolveu-se aplicar um estudo em uma escola de ensino fundamental, junto aos alunos.

Semana 1 (Casa) - Até duas Competências

Autor: Teofilo viturino

Folha de Respostas

Questão 1 (Autorial): (Abstração, análise)

- a) 80
- b) 100
- c) 480
- d) 720**
- e) 840

Questão 2 (Só Matemática): (Abstração, análise)

Espelho de correção:
Resposta não informada

Questão 3 (Só matemática): (Abstração, análise)

Espelho de correção:
Resposta não informada.

Questão 4 (Só Matemática): (Abstração, análise)

Espelho de correção:

- a) Boa. Pois, o público alvo do cinema, em sua maioria, é votante.
- b) Ruim. Pois, o público alvo do ensino fundamental, em sua maioria, não usa métodos contraceptivos a depender da idade do indivíduo.

Semana 2 (Presencial) - Até duas Competências

Autor: Teofilo Vitorino

Aluno: _____

Questão 1 (PISA):

Em Zedlândia, foram realizadas pesquisas de opinião para se avaliar a popularidade do Presidente, tendo em vista as próximas eleições. Quatro editores de jornais realizaram pesquisas independentes, em âmbito nacional. Os resultados das quatro pesquisas estão apresentados abaixo:

- Jornal 1: 36,5% (pesquisa realizada em 6 de janeiro, com uma amostragem de 500 cidadãos com direito a voto, selecionados aleatoriamente);
- Jornal 2: 41,0% (pesquisa realizada em 20 de janeiro, com uma amostragem de 500 cidadãos com direito a voto, selecionados aleatoriamente);
- Jornal 3: 39,0% (pesquisa realizada em 20 de janeiro com uma amostragem de 1000 cidadãos com direito a voto, selecionados aleatoriamente);
- Jornal 4: 44,5% (pesquisa realizada em 20 de janeiro, com 1000 leitores do jornal que telefonaram para a redação a fim de votar).

Que jornal forneceria o resultado mais provável para se prever o nível de apoio ao presidente se a eleição fosse realizada em 25 de janeiro?

Questão 2 (PISA):

Certo dia, na aula de matemática, mediu-se a altura de todos os alunos. A altura média dos meninos foi 160 cm e a das meninas 150 cm. Aline era a mais alta – sua altura era 180 cm. André era o mais baixo – sua altura era 130 cm.

Dois alunos estavam ausentes naquele dia, mas compareceram no dia seguinte. Mediram-se suas alturas e as médias foram recalculadas. Surpreendentemente, a altura média das meninas e dos meninos não mudou.

Determine se as conclusões a seguir podem ser tiradas a partir destas informações.

Escolha "Sim" ou "Não" para cada conclusão.

Conclusão	Podemos tirar esta conclusão?
Ambos os alunos são meninas.	Sim / Não
Um dos alunos é um menino e o outro é uma menina.	Sim / Não
Ambos os alunos têm a mesma altura.	Sim / Não
A altura média de todos os alunos não mudou.	Sim / Não
André ainda é o mais baixo.	Sim / Não

Questão 3 (brasilecola.uol.com.br):

Em um grupo de pessoas, as idades são: 10, 12, 15 e 17 anos. Caso uma pessoa de 16 anos junte-se ao grupo, o que acontece com a média das idades do grupo?

Questão 4 (Só matemática):

Foi encomendado um estudo para avaliação de uma entidade de ensino superior. Para isso, aplicou-se um questionário e obteve-se respostas de 110 alunos.

Indique:

- a) a variável em estudo;
- b) a amostra escolhida;
- c) a população em estudo;

Semana 2 (Presencial) - Até duas Competências

Autor: Teofilo viturino

Folha de Respostas

Questão 1 (PISA): (Abstração, análise)

Espelho de correção:
Jornal 3.

Questão 2 (PISA): (Abstração, análise)

Espelho de correção:
"Não" para todas as conclusões.

Questão 3 (brasilecola.uol.com.br): (Abstração, análise)

Espelho de correção:
A média do conjunto inicial é

$$\frac{10 + 12 + 15 + 17}{4} = 13,5 \text{ anos.}$$

A média do novo conjunto, obtido a partir do anterior com a adição da pessoa de 16 anos, é

$$\frac{10 + 12 + 15 + 17 + 16}{5} = 14 \text{ anos.}$$

Portanto, a média aumenta, a saber, em 0,5 ano.

Questão 4 (Só matemática): (Abstração, análise)

Espelho de correção:
Resposta não informada.

Semana 2 (Casa) - Até duas Competências

Autor: Teofilo Viturino

Aluno: _____

Questão 1 (PISA (2012)):

Helena acabou de receber uma nova bicicleta, com um velocímetro fixado no guidão. O velocímetro pode indicar a distância que Helena percorre e sua velocidade média no trajeto.

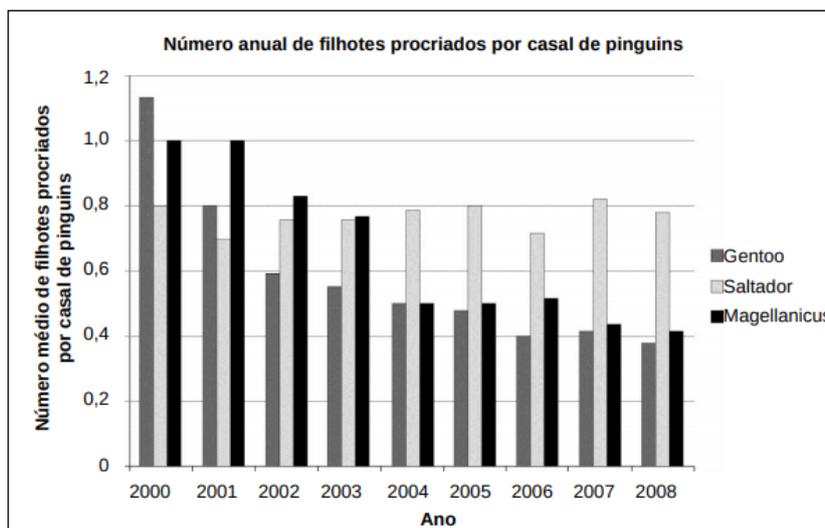
Em um passeio, Helena pedalou 4 km durante os 10 primeiros minutos e em seguida 2 km durante os 5 minutos seguintes. Dentre as afirmações abaixo, qual está correta?

- A) A velocidade média de Helena, durante os 10 primeiros minutos, foi superior à velocidade média durante os 5 minutos seguintes.
- B) A velocidade média de Helena, durante os 10 primeiros minutos, foi igual à velocidade média durante os 5 minutos seguintes.
- C) A velocidade média de Helena, durante os 10 primeiros minutos, foi inferior à velocidade média durante os 5 minutos seguintes.
- D) Não é possível dizer nada sobre a velocidade média de Helena, a partir das informações fornecidas.

Questão 2 (PISA (2012)):

O fotógrafo de animais Jean Baptiste fez uma viagem de um ano e tirou inúmeras fotos de pinguins e de seus filhotes. Ele se interessou particularmente pelo crescimento do tamanho de diferentes colônias de pinguins.

No retorno de sua expedição, Jean Baptiste dá uma olhada na Internet para ver quantos filhotes um casal de pinguins procria em média. Ele encontra o seguinte gráfico de barras para os três tipos de pinguins: Gentoo (*Pygoscelis papua*), Saltador (*Eudyptes chrysocome*) e o Magellanicus (*Spheniscus magellanicus*).



De acordo com o gráfico acima, as seguintes afirmações acerca desses três tipos de pinguins são Verdadeiras ou Falsas? Escolha "Verdadeira" ou "Falsa" para cada afirmação.

Afirmação	Esta afirmação é Verdadeira ou falsa?
Em 2000, o número médio de filhotes procriados por casal de pinguins era superior a 0,6.	Verdadeira / Falsa
Em 2006, em média, menos de 80% dos casais de pinguins procriaram um filhote.	Verdadeira / Falsa
Por volta de 2015, esses três tipos de pinguins terão desaparecido.	Verdadeira / Falsa
O número médio de filhotes procriados por casal de pinguins Magellanicus diminuiu entre 2001 e 2004.	Verdadeira / Falsa

Questão 3 (PISA (2012)):

A empresa Eletrix fabrica dois tipos de aparelhos eletrônicos: tocadores de áudio e tocadores de vídeo. Ao final da produção diária, os tocadores são testados e aqueles que apresentam defeito são retirados e enviados para conserto.

O quadro abaixo indica o número médio de tocadores de cada tipo, que são fabricados por dia, assim como a porcentagem média de tocadores defeituosos por dia.

Tipo de tocador	Número médio de tocadores fabricados por dia	Porcentagem média de tocadores defeituosos por dia
Tocador de vídeo	2 000	5%
Tocador de áudio	6 000	3%

Um dos técnicos de testes afirma que:

“Em média, há mais tocadores de vídeo enviados para conserto por dia, se comparado ao número de tocadores de áudio enviados para conserto por dia.”

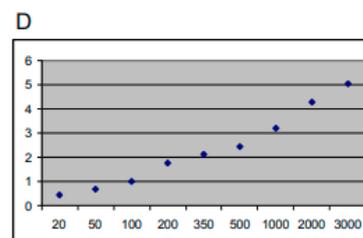
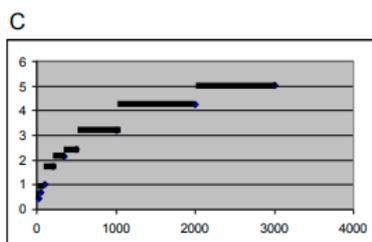
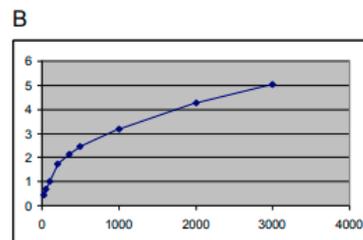
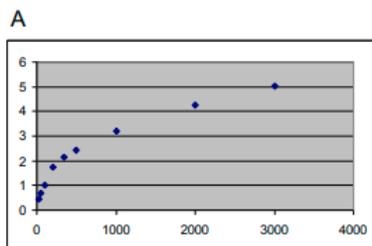
Decida se a afirmação do técnico é correta.

Questão 4 (PISA):

As tarifas postais em Zedelândia são calculadas em função do peso dos itens enviados (arredondando-se para o número inteiro de gramas mais próximo), como mostra a tabela :

Peso (arredondado para o número inteiro mais próximo)	Tarifa
Até 20 g	0,46 zeds
21 g – 50 g	0,69 zeds
51 g – 100 g	1,02 zeds
101 g – 200 g	1,75 zeds
201 g – 350 g	2,13 zeds
351 g – 500 g	2,44 zeds
501 g – 1000 g	3,20 zeds
1001 g – 2000 g	4,27 zeds
2001 g – 3000 g	5,03 zeds

Qual dos seguintes gráficos melhor representa as tarifas postais de Zedelândia? (O eixo horizontal representa o peso em gramas e o eixo vertical, a tarifa em zeds.)



Semana 2 (Casa) - Até duas Competências

Autor: Teofilo viturino

Folha de Respostas

Questão 1 (PISA (2012)): (Abstração, análise)

Espelho de correção:

Afirmção B

Questão 2 (PISA (2012)): (Abstração, análise)

Espelho de correção:

Verdadeira, Verdadeira, Falsa, Verdadeira, nesta ordem.

Questão 3 (PISA (2012)): (Abstração, análise)

Espelho de correção:

O técnico não está correto

Questão 4 (PISA): (Abstração, análise)

Espelho de correção:

C

Semana 3 (Presencial) - Até duas Competências

Autor: Teofilo Vitorino

Aluno: _____

Questão 1 (PISA (2012)):

Cristina encontrou este apartamento de férias à venda na Internet. Ela deseja comprá-lo com a finalidade de alugá-lo para veranistas.

Número de cômodos:	1 x sala de jantar e de estar 1 x quarto 1 x banheiro	Preço: 200 000 zeds 
Tamanho:	60 metros quadrados (m²)	
Vaga na garagem:	sim	
Tempo do trajeto até o centro da cidade:	10 minutos	
Distância da praia:	350 metros (m) em linha reta	
Ocupação média por veranistas nos últimos 10 anos:	315 dias por ano	

A ocupação média do apartamento por veranistas foi de 315 dias, nos 10 últimos anos.

Determine se é possível deduzir as afirmações seguintes a partir dessa informação. Escolha "Sim" ou "Não" para cada afirmação.

Afirmação	É possível deduzir essa afirmação a partir dos dados fornecidos?
Podemos afirmar com certeza que o apartamento de férias foi ocupado exatamente 315 dias, por veranistas, em pelo menos um ano, nos 10 últimos anos.	Sim / Não
Em teoria, é possível que nos últimos 10 anos o apartamento tenha sido ocupado por veranistas mais de 315 dias a cada ano.	Sim / Não
Em teoria, é possível que no curso de pelo menos um dos 10 últimos anos o apartamento não tenha sido ocupado por veranistas.	Sim / Não

Questão 2 (OBMEP):

Paulinho escreveu um número no quadro e depois inventou a seguinte brincadeira: Escolhe dois algarismos do número que sejam ambos pares ou ambos ímpares e troca cada um deles pela sua média aritmética. Ele repete este processo quantas vezes quiser, desde que o número disponha de dois algarismos com a mesma paridade. Por exemplo, ele escreveu o número 1368 e obteve a sequência na qual foram destacados os algarismos que serão trocados no passo seguinte.

$$1 \ 3 \ \textcircled{6} \ \textcircled{8} \longrightarrow \textcircled{1} \ 3 \ \textcircled{7} \ 7 \longrightarrow 4 \ \textcircled{3} \ 4 \ \textcircled{7} \longrightarrow 4 \ 5 \ 4 \ 5$$

Com esta brincadeira, é possível obter o número 434434 a partir do número 324561?

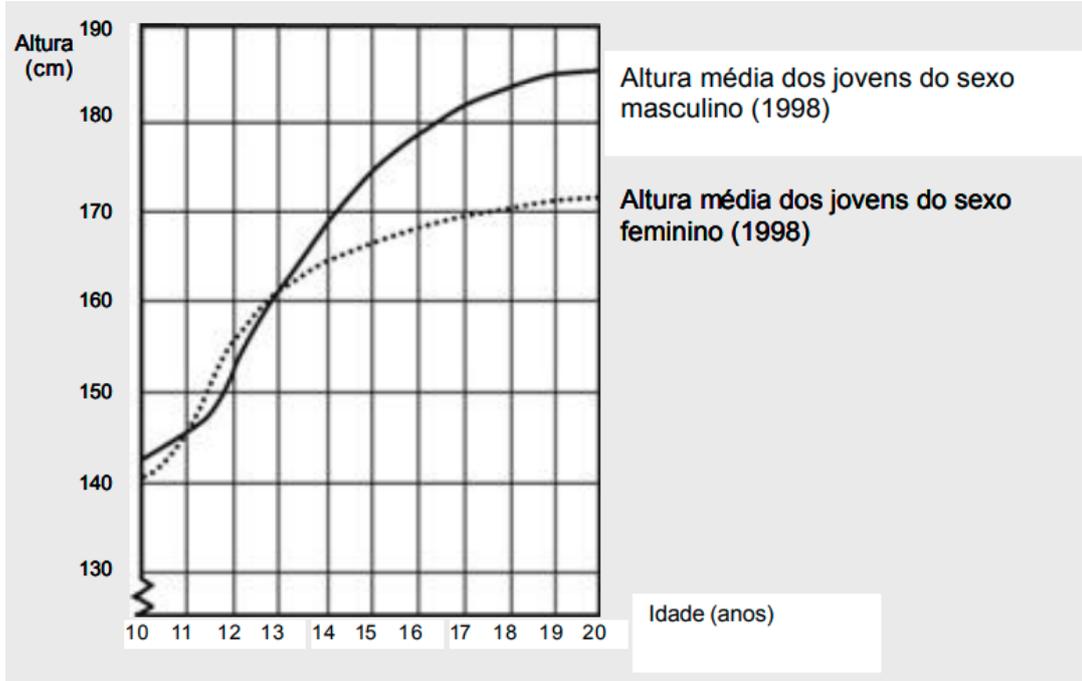
Questão 3 (OBM (2012)):

Na fase final da OBM, participaram 600 alunos de todo o Brasil. Seguindo a tradição das olimpíadas internacionais, na premiação são distribuídas medalhas de ouro, prata e bronze na proporção 1:2:3, respectivamente. Sabe-se que 60% do total de estudantes ganhou alguma das 3 medalhas. Quantos alunos ganharam medalha de prata?

- a) 60
- b) 120
- c) 180
- d) 240
- e) 300

Questão 4 (PISA):

A altura média dos jovens dos sexos masculino e feminino na Holanda, em 1998, encontra-se representada no gráfico abaixo.



De acordo com esse gráfico, durante qual período de sua vida, em média, as meninas são mais altas do que os meninos de sua idade?

Semana 3 (Presencial) - Até duas Competências

Autor: Teofilo viturino

Folha de Respostas

Questão 1 (PISA (2012)): (Abstração, análise)

Espelho de correção:

Não, Não, Sim

Questão 2 (OBMEP): (Algoritmos)

Espelho de correção:

Observemos que com este processo a soma dos algarismos do número não muda. Como a soma dos algarismos de 324561 é 21 e a soma dos algarismos de 434434 é 22, segue que é impossível obter 434434 a partir de 324561.

Questão 3 (OBM (2012)): (Análise, decomposição)

- a) 60
- b) 120**
- c) 180
- d) 240
- e) 300

Questão 4 (PISA): (Abstração, análise)

Espelho de correção: Entre 11 e 13 anos.

Semana 3 (Casa) - Até duas Competências

Autor: Teofilo Vitorino

Aluno: _____

Questão 1 (FGV):

A média aritmética de três números supera o menor desses números em 14 unidades, e é 10 unidades menor do que o maior deles. Se a mediana dos três números é 25, então a soma desses números é igual a:

- a) 60
- b) 61
- c) 62
- d) 63
- e) 64

Questão 2 (IBMEC SP):

A tabela a seguir mostra as quantidades de alunos que acertaram e que erraram as 5 questões de uma prova aplicada em duas turmas. Cada questão valia dois pontos.

Questão	Acertos	Erros	Acertos	Erros
	Turma A	Turma A	Turma B	Turma B
1	32	8	42	18
2	28	12	48	12
3	36	4	48	12
4	16	24	24	36
5	20	20	30	30

A média dos alunos da turma A e a média dos alunos da turma B nesta prova foram, respectivamente:

- a) 6,8 e 6,2
- b) 6,6 e 6,4
- c) 6,4 e 6,6
- d) 6,2 e 6,8
- e) 6,0 e 7,0

Questão 3 (PUC-RIO (2010)):

Quatro moedas são lançadas simultaneamente. Qual é a probabilidade de ocorrer coroa em duas moedas?

Questão 4 (Autor Desconhecido):

Uma urna contém 3 bolas numeradas de 1 a 3 e outra urna contém 5 bolas numeradas de 1 a 5. Ao retirar-se aleatoriamente uma bola de cada urna, a probabilidade da soma dos pontos ser maior do que 4 é:

- a) $\frac{3}{5}$
- b) $\frac{2}{5}$
- c) $\frac{1}{2}$
- d) $\frac{1}{3}$
- e) $\frac{2}{3}$

Semana 3 (Casa) - Até duas Competências

Autor: Teofilo viturino

Folha de Respostas

Questão 1 (FGV): (Análise, coleta)

- a) 60
- b) 61
- c) 62
- d) 63**
- e) 64

Questão 2 (IBMEC SP): (Abstração, coleta)

- a) 6,8 e 6,2
- b) 6,6 e 6,4**
- c) 6,4 e 6,6
- d) 6,2 e 6,8
- e) 6,0 e 7,0

Questão 3 (PUC-RIO (2010)): (Decomposição)

Espelho de correção:
50% ou 2/4

Questão 4 (Autor Desconhecido): (Análise, Decomposição)

- a) 3/5**
- b) 2/5
- c) 1/2
- d) 1/3
- e) 2/3

Semana 4 (Presencial) - Até duas Competências

Autor: Teofilo Viturino

Aluno: _____

Questão 1 (PISA (2012)):

Cris acabou de receber sua carteira de habilitação e quer comprar seu primeiro carro. A tabela abaixo mostra os detalhes de quatro carros que ela viu em uma concessionária de veículos local.

Modelo:	Argentum	Brisa	Corinto	Doral
Ano	2003	2000	2001	1999
Preço anunciado (em zeds)	4 800	4 450	4 250	3 990
Quilometragem (em quilômetros)	105 000	115 000	128 000	109 000
Capacidade do motor (em litros)	1,79	1,796	1,82	1,783

Cris terá que pagar um adicional de 2,5% em taxas sobre o preço anunciado do carro. Quanto é a taxa adicional para o Argentum?

Questão 2 (PISA (2012)):

A tabela abaixo apresenta dados sobre o número de lares equipados com aparelhos de televisão (TV) em cinco países. A tabela indica igualmente a porcentagem de lares equipados com aparelhos de TV e que também são assinantes de TV a cabo.

País	Número de lares equipados com TV	Porcentagem de lares equipados com TV dentre todos os lares	Porcentagem de lares assinantes de televisão a cabo dentre os lares equipados com TV
Japão	48,0 milhões	99,8 %	51,4 %
França	24,5 milhões	97,0 %	15,4 %
Bélgica	4,4 milhões	99,0 %	91,7 %
Suíça	2,8 milhões	85,8 %	98,0 %
Noruega	2,0 milhões	97,2 %	42,7 %

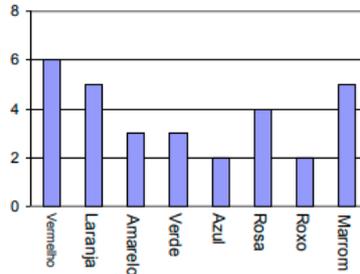
Fontes: UIT, Indicadores das telecomunicações no mundo 2004/2005.
UIT, Relatório sobre o Desenvolvimento das Telecomunicações/TIC no Mundo, 2006.

A tabela indica que na Suíça, 85,8 % dos lares estão equipados com TV. De acordo com as informações fornecidas na tabela, qual é a estimativa mais próxima do número total de lares na Suíça?

- a) 2,4 milhões
- b) 2,9 milhões
- c) 3,3 milhões
- d) 3,8 milhões
- e) 4,0 milhões

Questão 3 (PISA):

A mãe de Roberto permite que ele pegue um bombom de um saco. Ele não consegue ver os bombons. O gráfico abaixo mostra o número de bombons de cada cor contidas no saco.

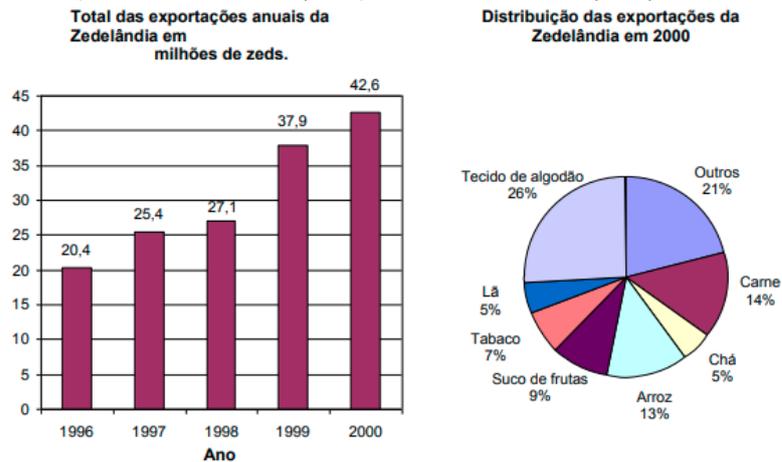


Qual é a probabilidade de Roberto pegar um bombom vermelho?

- a) 10%
- b) 20%
- c) 25%
- d) 30%
- e) 50%

Questão 4 (PISA):

Os gráficos abaixo fornecem informações relacionadas às exportações da Zedelândia, um país que utiliza o zed como sua moeda corrente.



Qual foi o valor total das exportações de suco de frutas da Zedelândia em 2000?

- a) 1,8 milhões de zeds.
- b) 2,3 milhões de zeds.
- c) 2,4 milhões de zeds.
- d) 3,4 milhões de zeds.
- e) 3,8 milhões de zeds.

Semana 4 (Presencial) - Até duas Competências

Autor: Teofilo viturino

Folha de Respostas

Questão 1 (PISA (2012)): (Abstração, análise)

Espelho de correção:

120 zeds

Questão 2 (PISA (2012)): (Abstração, análise)

- a) 2,4 milhões
- b) 2,9 milhões
- c) 3,3 milhões**
- d) 3,8 milhões
- e) 4,0 milhões

Questão 3 (PISA): (Abstração, análise)

- a) 10%
- b) 20%**
- c) 25%
- d) 30%
- e) 50%

Questão 4 (PISA): (Abstração, análise)

- a) 1,8 milhões de zeds.
- b) 2,3 milhões de zeds.
- c) 2,4 milhões de zeds.
- d) 3,4 milhões de zeds.
- e) 3,8 milhões de zeds.**

Semana 4 (Casa) - Até duas Competências

Autor: Teofilo Vitorino

Aluno: _____

Questão 1 (OBM (2013)):

Se Joana comprar hoje um computador de 2000 reais, ela conseguirá um desconto de 5%. Se ela deixar para amanhã, irá conseguir o mesmo desconto de 5%, mas o computador irá aumentar 5%. Se ela esperar, o que acontecerá?

- a) Nada, pois pagará a mesma quantia.
- b) Ela perderá 100 reais.
- c) Ela ganhará 105 reais.
- d) Ela perderá 95 reais.
- e) Ela perderá 105 reais.

Questão 2 (PISA (2012)):

O fotógrafo de animais Jean Baptiste fez uma viagem de um ano e tirou inúmeras fotos de pinguins e de seus filhotes. Ele se interessou particularmente pelo crescimento do tamanho de diferentes colônias de pinguins.

Normalmente, um casal de pinguins produz dois ovos por ano. Em geral, o filhote que nasce do maior dos dois ovos é o único a sobreviver.

Com os pinguins saltadores, o primeiro ovo pesa em torno de 78 g e o segundo em torno de 110 g.

Em que proporção aproximadamente o segundo ovo é mais pesado que o primeiro?

- a) 29 %
- b) 32 %
- c) 41 %
- d) 71 %
- e) Nenhuma das alternativas anteriores

Questão 3 (ENEM (2013)):

A figura apresenta dois mapas, em que o estado do Rio de Janeiro é visto em diferentes escalas.

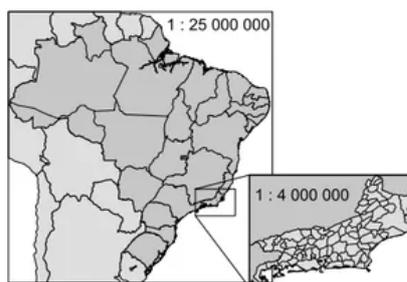


Imagem (Foto: Reprodução/Enem)

Há interesse em estimar o número de vezes que foi ampliada a área correspondente a esse estado no mapa do Brasil.

Esse número é:

- a) menor que 10.
- b) maior que 10 e menor que 20.
- c) maior que 20 e menor que 30.
- d) maior que 30 e menor que 40.
- e) maior que 40.

Questão 4 (PISA):

Os moradores de um prédio de apartamentos decidem comprar o prédio. Eles vão juntar o dinheiro de forma que cada um pague uma quantia proporcional ao tamanho de seu apartamento.

Por exemplo, se um homem morasse em um apartamento que ocupasse um quinto da área de todos os apartamentos, pagaria um quinto do preço total do prédio.

Escolha "Correta" ou "Incorreta" para cada uma das afirmações abaixo.

Afirmação	Correta / Incorreta
A pessoa que mora no maior apartamento pagará mais por metro quadrado de seu apartamento do que aquela que mora no menor apartamento.	Correta / Incorreta
Se soubermos as áreas de dois apartamentos e o preço de um deles, poderemos calcular o preço do segundo.	Correta / Incorreta
Se soubermos o preço do prédio e a quantia que cada proprietário pagará, poderemos calcular a área total de todos os apartamentos.	Correta / Incorreta
Se o preço total do prédio fosse reduzido de 10%, cada um dos proprietários pagaria 10% a menos.	Correta / Incorreta

Semana 4 (Casa) - Até duas Competências

Autor: Teofilo viturino

Folha de Respostas

Questão 1 (OBM (2013)): (Abstração, análise)

- a) Nada, pois pagará a mesma quantia.
- b) Ela perderá 100 reais.
- c) Ela ganhará 105 reais.
- d) Ela perderá 95 reais.**
- e) Ela perderá 105 reais.

Questão 2 (PISA (2012)): (Abstração, análise)

- a) 29 %
- b) 32 %
- c) 41 %**
- d) 71 %
- e) Nenhuma das alternativas anteriores

Questão 3 (ENEM (2013)): (Abstração, análise)

- a) menor que 10.
- b) maior que 10 e menor que 20.
- c) maior que 20 e menor que 30.
- d) maior que 30 e menor que 40.**
- e) maior que 40.

Questão 4 (PISA): (Abstração, análise)

Espelho de correção:

Incorreta, Correta, Incorreta, Correta (nesta ordem).

Apêndice B

Listas de Exercícios do Grupo Experimental

Este apêndice é composto pelas listas de exercícios que foram geradas para serem aplicadas no Grupo Experimental. As listas para a primeira semana coincidem com as utilizadas no Grupo de Controle. Pois, de acordo com o planejamento, ambas as turmas devem trabalhar questões com o mesmo número de competências na semana inicial. Portanto, só estão relacionadas aqui as listas para as semanas 2, 3 e 4.

Semana 2 (Presencial) - Até quatro Competências

Autor: Teofilo Vitorino

Aluno: _____

Questão 1 (Autor Desconhecido):

Um dado foi lançado 50 vezes. A tabela a seguir mostra os seis resultados possíveis e as suas respectivas frequência de ocorrências:

Resultado	1	2	3	4	5	6
Freqüência	7	9	8	7	9	10

A freqüência de aparecimento de um resultado ímpar foi de:

- a) 2/5
- b) 11/25
- c) 12/25
- d) 1/2
- e) 13/25

Questão 2 (PIS (2012)):

O Monte Fuji é um famoso vulcão inativo, no Japão.

O Monte Fuji está aberto ao público para escaladas somente entre 1º de julho e 27 de agosto, todos os anos. Cerca de 200 000 pessoas escalam o Monte Fuji nesse período.

Em média, aproximadamente quantas pessoas escalam o Monte Fuji por dia?

- a) 340
- b) 710
- c) 3400
- d) 7100
- e) 7400

Questão 3 (PISA):

Para uma atividade escolar sobre o meio ambiente, os alunos coletaram informações sobre o tempo de decomposição de vários tipos de lixo que as pessoas jogam fora:

Tipo de lixo	Tempo de decomposição
Casca de banana	1 a 3 anos
Casca de laranja	1 a 3 anos
Caixas de papelão	0,5 ano
Goma de mascar	20 a 25 anos
Jornais	Alguns dias
Copos de plástico	Mais de 100 anos

Um aluno pretende mostrar os resultados em um gráfico de barras.

Dê uma justificativa para o fato de que o gráfico de barras não é o mais apropriado para apresentar estes dados.

Questão 4 (PISA):

A estação espacial Mir permaneceu em órbita por 15 anos e deu cerca de 86500 voltas em torno da Terra, durante o tempo em que esteve no espaço.

O peso total da Mir era de 143 000 kg. Quando a Mir retornou à Terra, cerca de 80% da estação queimou-se ao atravessar a atmosfera. O restante quebrou-se em aproximadamente 1500 pedaços e caiu no Oceano Pacífico.

Qual é o peso médio dos pedaços que caíram no Oceano Pacífico?

- a) 19 kg
- b) 76 kg
- c) 95 kg
- d) 480 kg
- e) 510 kg

Semana 2 (Presencial) - Até quatro Competências

Autor: Teofilo viturino

Folha de Respostas

Questão 1 (Autor Desconhecido): (Decomposição, análise, abstração)

- a) 2/5
- b) 11/25
- c) 12/25**
- d) 1/2
- e) 13/25

Questão 2 (PIS (2012)): (Decomposição, análise, abstração)

- a) 340
- b) 710
- c) 3400**
- d) 7100
- e) 7400

Questão 3 (PISA): (Representação, análise, abstração)

Espelho de correção:

A justificativa se baseia na grande variação dos dados:

- As diferenças de comprimento das barras do gráfico de barras seriam muito grandes.
- Se colocarmos uma barra com 10 centímetros de comprimento para o plástico, a barra das caixas de papelão mediria 0,05 centímetros.

OU

A justificativa se baseia na variabilidade dos dados para determinadas categorias:

- O comprimento da barra correspondente aos "copos de plástico" é indeterminado.
- Não se pode representar uma barra para 1 a 3 anos, ou uma barra para 20 a 25 anos.

Questão 4 (PISA): (Decomposição, análise, abstração)

- a) 19 kg**
- b) 76 kg
- c) 95 kg
- d) 480 kg
- e) 510 kg

Semana 2 (Casa) - Até quatro Competências

Autor: Teofilo Viturino

Aluno: _____

Questão 1 (ENEM (2009)):

Um médico está estudando um novo medicamento que combate um tipo de câncer em estágios avançados. Porém, devido ao forte efeito dos seus componentes, a cada dose administrada há uma chance de 10% de que o paciente sofra algum dos efeitos colaterais observados no estudo, tais como dores de cabeça, vômitos ou mesmo agravamento dos sintomas da doença. O médico oferece tratamentos compostos por 3, 4, 6, 8 ou 10 doses do medicamento, de acordo com o risco que o paciente pretende assumir.

Se um paciente considera aceitável um risco de até 35% de chances de que ocorra algum dos efeitos colaterais durante o tratamento, qual é o maior número admissível de doses para esse paciente?

- a) 3 doses.
- b) 4 doses.
- c) 6 doses.
- d) 8 doses.
- e) 10 doses.

Questão 2 (Autorial):

O departamento de controle de qualidade de uma fábrica de agendas escolares selecionou, ao acaso, 25 unidades das que foram produzidas em uma determinada semana para serem submetidas a testes de qualidade. Identifique a população e a amostra desse experimento.

- a) A população são todas as agendas produzidas desde sempre e a amostra são as agendas produzidas naquela semana.
- b) A população são as agendas produzidas na fábrica durante aquela semana e a amostra são as agendas selecionadas.
- c) A população são todas as agendas do mundo e a amostra são todas as agendas produzidas naquela fábrica.
- d) A população são todas as agendas da fábrica e a amostra são todas as agendas produzidas no mundo.
- e) A população são todas as agendas produzidas desde sempre e a amostra são as agendas selecionadas.

Questão 3 (FGV):

Uma sala de aula é constituída por 10% de mulheres e 90% de homens. Em uma prova valendo de 0 a 100 pontos, todas as mulheres tiraram a mesma nota, a média aritmética das notas dos homens foi 83, e a média aritmética das notas de toda a classe foi 84. Nessas condições, cada mulher da sala fez um total de pontos igual a:

- a) 90
- b) 91
- c) 92
- d) 93
- e) 94

Questão 4 (Brasil Escola):

A distribuição de salários de uma empresa é fornecida pela tabela a seguir:

Salários (R\$)	Funcionários
500,00	10
1 000,00	5
1 500,00	6
2 000,00	15
5 000,00	8
10 000,00	2

Calcule a média salarial dessa empresa.

Semana 2 (Casa) - Até quatro Competências

Autor: Teofilo viturino

Folha de Respostas

Questão 1 (ENEM (2009)): (Decomposição, análise, abstração, coleta)

- a) 3 doses.
- b) 4 doses.**
- c) 6 doses.
- d) 8 doses.
- e) 10 doses.

Questão 2 (Autorial): (Análise, abstração, coleta)

- a) A população são todas as agendas produzidas desde sempre e a amostra são as agendas produzidas naquela semana.
- b) A população são as agendas produzidas na fábrica durante aquela semana e a amostra são as agendas selecionadas.**
- c) A população são todas as agendas do mundo e a amostra são todas as agendas produzidas naquela fábrica.
- d) A população são todas as agendas da fábrica e a amostra são todas as agendas produzidas no mundo.
- e) A população são todas as agendas produzidas desde sempre e a amostra são as agendas selecionadas.

Questão 3 (FGV): (Decomposição, análise, abstração)

- a) 90
- b) 91
- c) 92
- d) 93**
- e) 94

Questão 4 (Brasil Escola): Decomposição, análise, abstração, coleta)

Espelho de correção:

$$M = \frac{500 \cdot 10 + 1\,000 \cdot 5 + 1\,500 \cdot 6 + 2\,000 \cdot 15 + 5\,000 \cdot 8 + 10\,000 \cdot 2}{10 + 5 + 6 + 15 + 8 + 2}$$

$$M = \frac{5\,000 + 5\,000 + 9\,000 + 30\,000 + 40\,000 + 20\,000}{46}$$

$$M = \frac{109\,000}{46}$$

$$M = 2\,369,56$$

O salário médio dessa empresa é de R\$ 2 369,56.

Semana 3 (Presencial) - Até seis Competências

Autor: Teofilo Vitorino

Aluno: _____

Questão 1 (UFJF):

A editora de uma revista de moda resolveu fazer uma pesquisa sobre a idade de suas leitoras. Para isso selecionou, aleatoriamente, uma amostra de 25 leitoras. As idades que constaram da amostra foram:

19, 20, 21, 20, 19, 20, 19, 20, 21, 21, 21, 22, 20, 21, 22, 22, 23, 19, 20, 21, 21, 23, 20, 21, 19.

Considerando as informações dadas, faça o que se pede:

- Construa as tabelas de frequência absoluta e relativa, a partir dos dados acima.
- Foi escrita uma reportagem dirigida à leitoras de 21 anos. Considerando a pesquisa feita acima, quantas leitoras dessa idade leram a matéria, sabendo-se que foram vendidas 3.500 revistas?

OBS: O uso de calculadoras é permitido.

Questão 2 (UFJF - Adaptada):

Um professor de Matemática aplicou uma prova, valendo 100 pontos, em uma turma com **22** alunos e obteve, como resultado, a seguinte distribuição de notas:

40, 20, 10, 20, 70, 60, 90, 80, 30, 50, 50, 70, 50, 20, 50, 50, 10, 40, 30, 20, 60, 60.

Baseando nos dados acima:

- Determine a moda das notas.
- Determine a frequência relativa da moda.
- Construa um gráfico com as frequências relativas de todas as notas.
- Determine a mediana das notas.

Questão 3 (Unifor-CE):

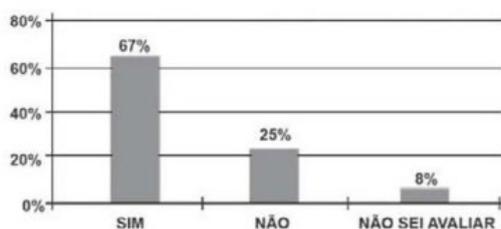
Em certa eleição municipal foram obtidos os seguintes resultados:

Candidato	Porcentagem do total de votos	Número de Votos
A	26%	
B	24%	
C	22%	
nulo ou em branco		196

Determine a quantidade de votos recebidos pelos candidatos. Usando o tipo adequado, represente graficamente as porcentagens de votos e os números de votos recebidos por cada candidato nesta eleição.

Questão 4 (ENEM):

Uma enquete, realizada em março de 2010, perguntava aos internautas se eles acreditavam que as atividades humanas provocam o aquecimento global. Eram três as alternativas possíveis e 279 internautas responderam à enquete, como mostra o gráfico.



Analisando os dados do gráfico, quantos internautas responderam "NÃO" à enquete?

Tendo em vista o tratamento dos dados da questão, este tipo de gráfico é o que melhor se enquadra para a situação? Porquê? Em caso negativo, indique e construa um gráfico mais adequado.

Semana 3 (Presencial) - Até seis Competências

Autor: Teofilo viturino

Folha de Respostas

Questão 1 (UFJF): (Coleta, representação, automação, análise, abstração, decomposição.)

Espelho de correção: a)

Idade	f	fr (%)
19	5	20
20	7	28
21	8	32
22	3	12
23	2	8
Total	25	100

b) 1 120 leitoras.

Questão 2 (UFJF - Adaptada): (Coleta, representação, análise, abstração, decomposição)

Espelho de correção:

Resposta não informada..

Questão 3 (Unifor-CE): (Decomposição, representação, análise, abstração, coleta)

Espelho de correção:

Calcular o índice percentual de votos nulos e brancos:

$$x + 26\% + 24\% + 22\% = 100\%$$

$$x = 100\% - 72\%$$

$$x = 28\%$$

Calcular o total de votos com base nos votos nulos e brancos:

$$28\% \text{ de } x = 196$$

$$0,28x = 196$$

$$x = 196/0,28$$

$$x = 700$$

O total de votos é igual a 700, e o candidato vencedor teve 26% desses votos, então:

$$26\% \text{ de } 700 = 0,26 \cdot 700 = 182 \text{ votos.}$$

Porcentagem: gráfico de setores circulares;

Quantidade absoluta de votos: gráfico de barras.

Questão 4 (ENEM): (Decomposição, representação, análise, abstração, coleta)

Espelho de correção:

Dos 279 internautas que responderam à enquete, 25% disseram "não". Isto totaliza 25% de 279, ou seja, $0,25 \times 279$, aproximadamente 70 internautas. Estes dados, apresentados em porcentagem, são melhor tratados em gráfico de setores (pizza), uma vez que dá uma melhor ideia da relação entre os partes com o todo.

Semana 3 (Casa) - Até seis Competências

Autor: Teofilo Viturino

Aluno: _____

Questão 1 (Erick Costa):

OBS. Leia atentamente toda a questão antes de começar a responder. O uso da calculadora é permitido, no entanto, todo o processo deve ser registrado e organizado de forma lógica.

Jurandir trabalha em uma empresa de vendas de calçados. Todo final do mês no dia do pagamento aos funcionários, o gerente sorteia um vale presente para o funcionário do mês.

Jurandir foi escolhido o funcionário do mês por conseguir bater a meta de vendas. Na sacola os vales presentes estão distribuídos de acordo com as informações a seguir:

Vale presente	Quantidade de vales
50 reais	5
100 reais	3
150 reais	2

Primeiramente, comece representando essas informações em um gráfico de barras. Após essa representação, calcule a probabilidade que Jurandir terá de ganhar 150 reais?

Se o gerente decidisse inserir mais um vale presente de 150 reais, a probabilidade de Jurandir ganhar 150 reais aumentaria? Mostre seus resultados.

Questão 2 (Brasil Escola (Adaptada)):

I) Quais valores são, respectivamente, a moda, média e mediana dos números da lista a seguir?

Lista = {133, 425, 244, 385, 236, 236, 328, 1000, 299, 325}

II) Considerando a inserção dos números 90 e 400. Quais valores são, respectivamente, a moda, média e mediana dos números da nova lista?

III) Considerando os valores ordenados, desenhe um gráfico de barras que caracterize os valores do conjunto.

IV) Considerando, inclusive os novos valores inseridos ao conjunto inicial, que esses valores são referentes a quantidade de chamadas para o suporte de produtos de uma empresa de computadores, qual mês houve mais e menos chamadas realizadas?

O uso de ferramentas de automação para realização dos cálculos e desenho dos gráficos é permitido.

O uso de ferramentas de automação para realização dos cálculos e desenho dos gráficos é permitido.

Questão 3 (Erick Costa):

OBS. Leia atentamente toda a questão antes de começar a responder. O uso da calculadora é permitido, no entanto, todo o processo deve ser registrado e organizado de forma lógica.

A empresa Pneumania fabrica dois tipos de pneus por dia: Pneu Classe A e Pneu Classe B. Ao final os pneus são testados e os que apresentam defeitos são descartados. O quadro abaixo indica a quantidade de pneus de cada tipo produzido diariamente, assim como a porcentagem média de pneus defeituosos.

Tipo de Pneu	Produção diária	Porcentagem defeituosa
Pneu Classe A	2000	5%
Pneu Classe B	6000	3%

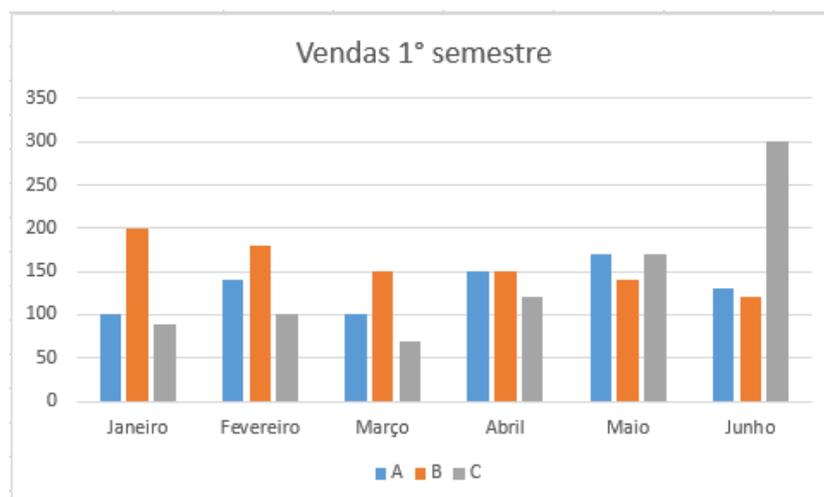
Qual seria a produção diária do "Pneu Classe A" caso a porcentagem de produção aumentasse em 15%? E a produção diária do "Pneu Classe B" se a porcentagem de produção fosse a metade desse valor? Quantos pneus defeituosos cada tipo de pneu teria com o aumento na produção?

Para melhor representar as mudanças na produção, use um gráfico de barras para representar as porcentagens correspondentes a cada tipo de pneu.

Questão 4 (Erick Costa):

OBS. Leia atentamente toda a questão antes de começar a responder. O uso da calculadora é permitido, no entanto, todo o processo deve ser registrado e organizado de forma lógica.

O setor de construção vem crescendo bastante nos últimos anos. Se você observar os dados do gráfico abaixo, pode analisar o faturamento de vendas na escala de mil reais de três grandes empresas nacionais representadas pelas letras A, B e C.



Analisando os dados acima, qual a média de faturamento da empresa A, B e C? Analisando o pico de crescimento no mês de junho da empresa C, qual a porcentagem de crescimento, em relação aos outros meses, que a empresa teve?

Se a venda de materiais de construção crescer em 15% nos próximos dois meses, quanto será o faturamento médio de cada empresa? Represente o crescimento graficamente para cada empresa.

Ao final, qual das empresas terá o maior faturamento?

Semana 3 (Casa) - Até seis Competências

Autor: Teofilo viturino

Folha de Respostas

Questão 1 (Erick Costa): (Decomposição, representação, análise, abstração, coleta, automação)

Espelho de correção:
Resposta não informada.

Questão 2 (Brasil Escola (Adaptada)): (Decomposição, representação, análise, abstração, coleta, automação)

Espelho de correção:
I)

Ordenando os números: {133,236,236,244,299,325,328,385,425,1000} Média = 361.10
Mediana = 312
Moda = {236} se repete por 2 vezes.

II)

Ordenando os números: {90,133,236,236,244,299,325,328,385,400,425,1000} Média = 341.75
Mediana = 312
Moda = {236} se repete por 2 vezes.

III)

I)
Menos = 90 mês 01
Mais = 1000 mês 12

Questão 3 (Erick Costa): (Abstração, algoritmos, análise, representação, automação)

Espelho de correção:
Resposta não informada.

Questão 4 (Erick Costa): (Abstração, análise, coleta, representação, automação)

Espelho de correção:
Resposta não informada.

Semana 4 (Presencial) - Até nove Competências

Autor: Teofilo Viturino

Aluno: _____

Questão 1 (Autorial):

OBS: Leia atentamente toda a questão antes de começar a responder. O uso da calculadora é permitido, no entanto, todo o processo deve ser registrado e organizado de forma lógica.

O Setor de TI de uma empresa possui 30 funcionários com a seguinte distribuição salarial em reais.

Nº de funcionários	Salário em R\$
10	2.000,00
12	3.600,00
5	4.000,00
3	6.000,00

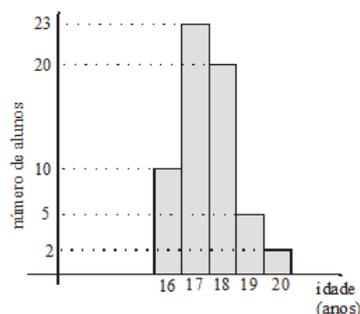
Baseando-se nas informações da tabela, resolva os itens a seguir:

- Determine a mediana e a média salarial nesse setor?
- Quantos funcionários que recebem R\$ 3.600,00 devem ser demitidos para que a mediana desta distribuição de salários seja de R\$ 2.800,00?
- Qual tipo de gráfico você acha mais adequado para representar os dados da tabela?
- Construa o gráfico que você escolheu no item anterior.

Questão 2 (Autorial):

OBS: Leia atentamente toda a questão antes de começar a responder. O uso da calculadora é permitido, no entanto, todo o processo deve ser registrado e organizado de forma lógica.

A distribuição das idades dos alunos de uma turma é dada pelo gráfico abaixo:



- Determine a média, a moda e a mediana das idades dos alunos dessa turma.
- Construa a tabela de distribuição de frequências das idades dos alunos, com seus respectivos percentuais.

Questão 3 (Autoral):

OBS: Leia atentamente toda a questão antes de começar a responder. O uso da calculadora é permitido, no entanto, todo o processo deve ser registrado e organizado de forma lógica.

Eduardo joga em um time de futebol e a tabela abaixo contabiliza os gols que ele fez no último campeonato:

Quantidade de Jogos	Gols Marcados
1	0
4	1
5	3
2	4
1	5

- Represente as informações da tabela em um gráfico de barras.
- Determine a média de gols marcados por Eduardo.
- Caso seja retirado da tabela o jogo em que Eduardo não fez gol, a média será alterada? Justifique sua resposta.

Questão 4 (Autoral):

Na tabela abaixo estão as notas de matemática de um estudante em um determinado ano.

Bimestre	Nota
1º	4
2º	6
3º	7
4º	6

De acordo com a tabela, responda:

- Qual a média final desse estudante?
- Sabendo que a média mínima para aprovação é 6, esse estudante estaria aprovado ou reprovado?
- O professor resolve acrescentar 10% a mais na nota de cada bimestre, qual será a média desse estudante após esse acréscimo?
- Construa uma nova tabela com as notas após os acréscimos.

OBS: Caso julgue necessário pode usar uma calculadora.

Semana 4 (Presencial) - Até nove Competências

Autor: Teofilo viturino

Folha de Respostas

Questão 1 (Autorial): (Coleta, algoritmos, representação, automação, análise, abstração, decomposição)

Espelho de correção:

Resposta não informada.

Questão 2 (Autorial): (Coleta, algoritmos, representação, automação, análise, abstração, decomposição)

Espelho de correção:

Resposta não informada.

Questão 3 (Autorial): (Coleta, algoritmos, representação, automação, análise, abstração, decomposição)

Espelho de correção:

Resposta não informada.

Questão 4 (Autorial): (Coleta, algoritmos, representação, automação, análise, abstração, decomposição)

Espelho de correção:

Resposta não informada.

Semana 4 (Casa) - Até nove Competências

Autor: Teofilo Viturino

Aluno: _____

Questão 1 (Moretin & Bussab):

OBS: Leia atentamente toda a questão antes de começar a responder. O uso da calculadora é permitido, no entanto, todo o processo deve ser registrado e organizado de forma lógica.

O Departamento Pessoal de uma certa firma fez um levantamento dos salários dos 120 funcionários do setor administrativo, obtendo os resultados (em salários mínimos) da tabela abaixo.

Faixa salarial	Frequência relativa
0 - 2	0,25
2 - 4	0,40
4 - 6	0,20
6 - 10	0,15

- Esboce o histograma correspondente.
- Calcule a média, a variância e o desvio padrão.
- Se for concedido um aumento de 100% para todos os 120 funcionários, haverá alteração na média? E na variância? Justifique sua resposta.
- Se for concedido um abono de dois salários mínimos para todos os 120 funcionários, haverá alteração na média? E na variância? E na mediana? Justifique sua resposta.

Questão 2 (Moretin & Bussab):

OBS. Leia atentamente toda a questão antes de começar a responder. O uso da calculadora é permitido, no entanto, todo o processo deve ser registrado e organizado de forma lógica.

Quer se estudar o número de erros de impressão de um livro. Para isso escolheu-se uma amostra de 50 páginas, encontrando-se o número de erros por página da tabela abaixo.

- Qual o número médio de erros por página?
- E o número mediano?
- Qual é o desvio padrão?
- Faça uma representação gráfica para a distribuição.
- Se o livro tem 500 páginas, qual o número total de erros esperado no livro?

Erros	Frequência
0	25
1	20
2	3
3	1
4	1

Questão 3 (Moretin e Bussab):

OBS. Leia atentamente toda a questão antes de começar a responder. O uso da calculadora é permitido, no entanto, todo o processo deve ser registrado e organizado de forma lógica.

Os dados abaixo representam as vendas semanais, em classes de salários mínimos, de vendedores de gêneros alimentícios:

Vendas semanais	Nº de vendedores
30-35	2
35-40	10
40-45	18
45-50	50
50-55	70
55-60	30
60-65	18
65-70	2

- Faça o gráfico de barras das observações.
- Calcule a média da amostra, \bar{x} .
- Calcule o desvio padrão da amostra, s .
- Qual a porcentagem das observações compreendidas entre $\bar{x} - 2s$ e $\bar{x} + 2s$?
- Calcule a mediana.

Questão 4 (Brasil Escola):

Obs. É permitido o uso de calculadora e de planilhas eletrônicas.

A tabela a seguir mostra a evolução da receita bruta anual nos três últimos anos de cinco microempresas (ME) que se encontram à venda.

ME	2009 (em milhares de reais)	2010 (em milhares de reais)	2011 (em milhares de reais)
Alfinetes V	200	220	240
Balas W	200	230	200
Chocolates X	250	210	215
Pizzaria Y	230	230	230
Tecelagem Z	160	210	245

Um investidor deseja comprar duas das empresas listadas na tabela. Para tal, ele calcula a média da receita bruta anual dos últimos três anos (de 2009 até 2011) e escolhe as duas empresas de maior média anual.

l) Todas as empresas tiveram um crescimento de 10% em 2012 considerando a média dos últimos anos. Insira uma nova coluna com os novos valores.

Com base nos dados originais, as empresas que esse investidor decidiu comprar são:

- Balas W e Pizzaria Y
- Chocolates X e Tecelagem Z.
- Pizzaria Y e Alfinetes V.
- Pizzaria Y e Chocolates X.
- Tecelagem Z e Alfinetes V.

Semana 4 (Casa) - Até nove Competências

Autor: Teofilo viturino

Folha de Respostas

Questão 1 (Estatística Básica - Moretin & Bussab): (coleta , algoritmos, representação, automação, análise, abstração, decomposição)

Espelho de correção:

Resposta não informada.

Questão 2 (Estatística Básica - Moretin & Bussab): (Coleta , algoritmos, representação, automação, análise, abstração, decomposição, simulação)

Espelho de correção:

Resposta não informada.

Questão 3 (Estatística Básica - Moretin e Bussab): (Coleta, algoritmos, representação, automação, análise, abstração, decomposição)

Espelho de correção:

Resposta não informada.

Questão 4 (Brasil Escola): (Coleta, simulação, representação, automação, análise, abstração, decomposição)

- a) Balas W e Pizzaria Y
- b) Chocolates X e Tecelagem Z.
- c) Pizzaria Y e Alfinetes V.
- d) Pizzaria Y e Chocolates X.**
- e) Tecelagem Z e Alfinetes V.

Apêndice C

Testes de Sondagem

Este apêndice é composto pelos três testes de sondagem que foram gerados para a intervenção pedagógica. Todos os testes estão acompanhados dos seus respectivos gabaritos.

1º Teste de Sondagem

Autor: Teofilo viturino

Aluno: _____

Questão 1 (ENEM (2009)):

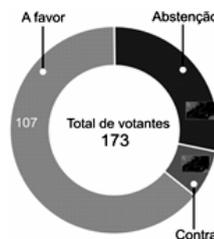
Um médico está estudando um novo medicamento que combate um tipo de câncer em estágios avançados. Porém, devido ao forte efeito dos seus componentes, a cada dose administrada há uma chance de 10% de que o paciente sofra algum dos efeitos colaterais observados no estudo, tais como dores de cabeça, vômitos ou mesmo agravamento dos sintomas da doença. O médico oferece tratamentos compostos por 3, 4, 6, 8 ou 10 doses do medicamento, de acordo com o risco que o paciente pretende assumir.

Se um paciente considera aceitável um risco de até 35% de chances de que ocorra algum dos efeitos colaterais durante o tratamento, qual é o maior número admissível de doses para esse paciente?

- a) 3 doses.
- b) 4 doses.
- c) 6 doses.
- d) 8 doses.
- e) 10 doses.

Questão 2 (UFG):

Um estudante encontrou um fragmento de jornal que apresentava o resultado da votação na Unesco sobre a admissão da Palestina como Estado-membro. Porém, as quantidades de abstenções e de votos contrários estavam ilegíveis, como indica a figura abaixo.



FOLHA DE S. PAULO, São Paulo, 1º nov. 2011. [Adaptado].

Curioso para saber quantos países votaram contra e observando que se trata de um gráfico de setores, o estudante mediu com um transferidor o ângulo do setor circular correspondente aos votos contrários e obteve, aproximadamente, 29 graus. Com base nesta informação, determine o número de países que votaram contra a admissão da Palestina na Unesco. Caso julgue necessário, utilize uma calculadora.

- a) 11
- b) 12
- c) 13
- d) 14
- e) 15

Questão 3 (ACAFE SC):

A tabela abaixo fornece dados sobre o número total de veículos emplacados circulando na cidade de Florianópolis no período de 2002 a 2011.

Frota de Veículos na Cidade de Florianópolis	
Ano	Total de Veículos
2002	159423
2003	178339
2004	186422
2005	196768
2006	208842
2007	223442
2008	237992
2009	254942
2010	270463
2011	281116

Fonte: DETRAN-SC

Segundo dados do IBGE, a população de Florianópolis em 2007 era de 396.723 habitantes, enquanto que em 2010 era de 421.203 habitantes.

Com base nessas informações, analise as seguintes afirmações:

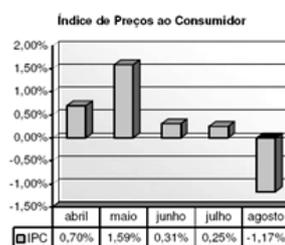
- I. O crescimento médio do número de veículos de 2003 a 2011 foi de 21.9774,9.
- II. O maior crescimento percentual na frota de veículos aconteceu no ano de 2002 para o ano de 2003.
- III. Considerando os dados do IBGE e do DETRAN-SC, conclui-se que a taxa percentual de crescimento do número de veículos em Florianópolis seja aproximadamente 3,4 maior que a taxa de crescimento de habitantes da cidade.

Assinale a alternativa correta:

- a) Apenas I e II estão corretas.
- b) Apenas II e III estão corretas.
- c) Apenas a afirmação III está correta.
- d) Todas as afirmações estão corretas.
- e) Todas as afirmações estão incorretas.

Questão 4 (UNIFOR CE):

O gráfico abaixo mostra a variação do IPC, Índice de Preços ao Consumidor, em uma capital brasileira pesquisada no período de abril a agosto de 2011.



Baseado nos dados do gráfico acima, podemos afirmar que a média do IPC durante esses cinco meses foi, aproximadamente, de:

- a) 0,10%
- b) 0,22%
- c) 0,33%
- d) 0,42%
- e) 0,50%

1º Teste de Sondagem

Autor: Teofilo viturino

Folha de Respostas

Questão 1 (ENEM (2009)): (Abstração, análise, decomposição e coleta)

- a) 3 doses.
- b) 4 doses.**
- c) 6 doses.
- d) 8 doses.
- e) 10 doses.

Questão 2 (UFG): (Abstração, coleta, análise e automação)

- a) 11
- b) 12
- c) 13
- d) 14**
- e) 15

Questão 3 (ACAFE SC): (Abstração, coleta, análise e decomposição)

- a) Apenas I e II estão corretas.
- b) Apenas II e III estão corretas.**
- c) Apenas a afirmação III está correta.
- d) Todas as afirmações estão corretas.
- e) Todas as afirmações estão incorretas.

Questão 4 (UNIFOR CE): (Abstração, coleta, análise e decomposição)

- a) 0,10%
- b) 0,22%
- c) 0,33%**
- d) 0,42%
- e) 0,50%

2º Teste de Sondagem

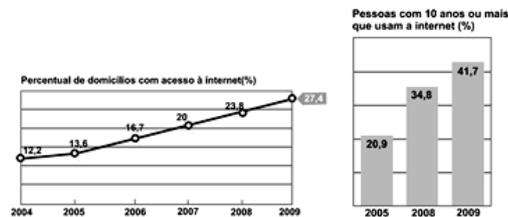
Autor: Teofilo viturino

Aluno: _____

Questão 1 (FGV):

Você usa a internet?

Observe os resultados de uma pesquisa sobre esse tema.



A pesquisa de 2009 foi feita em 500 domicílios e com 2000 pessoas com 10 anos ou mais de idade.

- Quantos domicílios pesquisados tinham acesso à internet em 2009?
- Em 2009, quantas pessoas disseram que usavam a internet?
- Considere que o gráfico das porcentagens de domicílios com acesso à internet, nos anos 2008, 2009 e 2010, seja formado por pontos aproximadamente alinhados. Faça uma estimativa da porcentagem de domicílios com acesso à internet em 2010.

Questão 2 (UNIRG):

Em 2011, a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP está realizando a sua 7ª edição. Ela é realizada em duas fases que acontecem em todo o país. Entre outras premiações, a OBMEP premia alunos das escolas públicas com medalhas de ouro, prata e bronze. Em 2010, participaram da 1ª fase das provas 19.665.928 alunos. Já na segunda fase, foram 863.000 alunos. A tabela a seguir apresenta o número de medalhas distribuídas para alunos dos estados da região norte.

Estado	Ouro	Prata	Bronze
Acre	0	1	15
Amazonas	4	8	24
Amapá	0	0	15
Pará	3	6	17
Rondônia	0	3	15
Roraima	0	1	18
Tocantins	1	1	15

Fonte: <http://www.obmep.org.br>

Dadas as informações acima, a média de medalhas de bronze da região norte é:

- 15
- 16
- 17
- 18
- 19

Questão 3 (Brasil Escola):

Em um grupo de pessoas, as idades são : 10, 12, 15 e 17 anos. Caso uma pessoa de 16 anos junte-se ao grupo, o que acontece com a média das idades do grupo?

Questão 4 (Brasil Escola):

A distribuição de salários de uma empresa é fornecida pela tabela a seguir:

Salários (R\$)	Funcionários
500,00	10
1 000,00	5
1 500,00	6
2 000,00	15
5 000,00	8
10 000,00	2

Calcule a média salarial dessa empresa.

2º Teste de Sondagem

Autor: Teofilo viturino

Folha de Respostas

Questão 1 (FGV): (Abstração, coleta, análise e decomposição)

Espelho de correção:

- a) 137 domicílios.
- b) 834 pessoas.
- c) 31%.

Questão 2 (UNIRG): (Abstração, coleta, análise e decomposição)

- a) 15
- b) 16
- c) 17**
- d) 18
- e) 19

Questão 3 (Brasil Escola): (Decomposição, abstração, análise e coleta)

Espelho de correção:

Média entre 10, 12, 15 e 17

$$M = \frac{10+12+15+17}{4} = 13,5$$

Média entre 10, 12, 15, 16 e 17

$$M = \frac{10+12+15+16+17}{5} = 14$$

A média das idades aumenta em menos de 1 ano.

Questão 4 (Brasil Escola): (Abstração, coleta, análise e decomposição)

Espelho de correção:

$$M = \frac{500*10+1\,000*5+1\,500*6+2\,000*15+5\,000*8+10\,000*2}{10+5+6+15+8+2}$$

$$M = \frac{5\,000+5\,000+9\,000+30\,000+40\,000+20\,000}{46}$$

$$M = \frac{109\,000}{46}$$

$$M = 2\,369,56$$

O salário médio dessa empresa é de R\$ 2 369,56.

3º Teste de Sondagem

Autor: Teofilo viturino

Aluno: _____

Questão 1 (UFSCar):

Em uma pesquisa, foram consultados 600 consumidores sobre sua satisfação em relação a uma certa marca de sabão em pó. Cada consumidor deu uma nota de 0 a 10 para o produto, e a média final das notas foi 8,5. O número mínimo de consumidores que devem ser consultados, além dos que já foram, para que essa média passe para 9, é igual a:

- a) 250
- b) 300
- c) 350
- d) 400
- e) 450

Questão 2 (UFU MG):

Um concurso avaliou n candidatos atribuindo-lhes notas de 0 a 100 pontos. Sabe-se que exatamente 20 deles obtiveram nota máxima e, nesse caso, a média aritmética foi de 80 pontos. Agora, se consideradas apenas as notas inferiores a 100 pontos, a média passa a ser de 70 pontos. Nessas condições, pode-se afirmar que n é igual a:

- a) 50
- b) 60
- c) 70
- d) 80
- e) 90

Questão 3 (UFJF - Adaptada):

Um professor de Matemática aplicou uma prova, valendo 100 pontos, em uma turma com **22** alunos e obteve, como resultado, a seguinte distribuição de notas:

40, 20, 10, 20, 70, 60, 90, 80, 30, 50, 50, 70, 50, 20, 50, 50, 10, 40, 30, 20, 60, 60.

Baseando nos dados acima:

- a) Determine a moda das notas.
- b) Determine a frequência relativa da moda.
- c) Construa um gráfico com as frequências relativas de todas as notas.
- d) Determine a mediana das notas.

Questão 4 (FUVEST SP):

Numa classe de um colégio existem estudantes de ambos os sexos. Numa prova, as médias aritméticas das notas dos meninos e das meninas foram respectivamente iguais a 6,2 e 7,0. A média aritmética das notas de toda a classe foi igual a 6,5.

- a) A maior parte dos estudantes dessa classe é composta de meninos ou de meninas?
- b) Que porcentagem do total de alunos da classe é do sexo masculino?

3º Teste de Sondagem

Autor: Teofilo viturino

Folha de Respostas

Questão 1 (UFSCar): (Coleta, análise, abstração e decomposição)

- a) 250
- b) 300**
- c) 350
- d) 400
- e) 450

Questão 2 (UFU MG): (Coleta, análise, abstração e decomposição)

- a) 50
- b) 60**
- c) 70
- d) 80
- e) 90

Questão 3 (UFJF - Adaptada): (Coleta, representação, análise, abstração e decomposição)

Espelho de correção:
Resposta não informada.

Questão 4 (FUVEST SP): (Coleta, análise, abstração e decomposição)

- Espelho de correção:
- a) Meninos
 - b) 62,5%