

O Polígono do Túmulo de Gauss

Otacília Meira de Freitas Neta¹, Daniel Cordeiro de Moraes Filho²

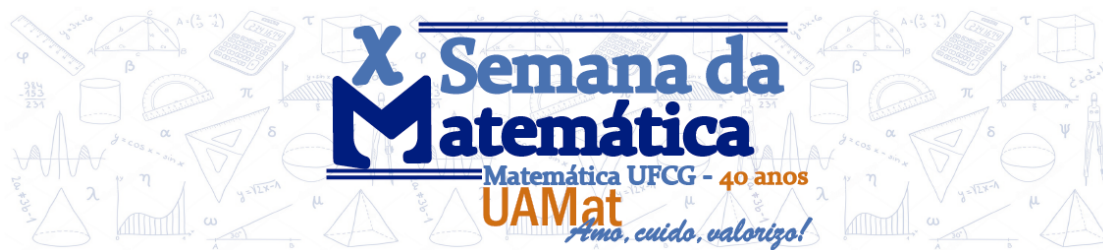
Na Grécia Antiga, os geômetras usavam régua e compasso para suas construções e as medidas de grandezas eram associadas a segmentos de reta. O jovem Gauss (1777 – 1855), em meados de 1786, mostra pela primeira vez, que é possível construir um heptadecágono usando régua e compasso. Mais tarde Gauss demonstra o caso geral, que é possível construir um polígono de n lados desde que $n = 2^k \cdot p_1 \cdot p_2 \cdots p_r$, onde $p_1, p_2, \dots, p_r$, com $r \in \mathbb{N}$, são primos de Fermat, um resultado surpreendente. Tendo em mente o resultado do matemático Gauss, em nosso trabalho temos o objetivo de estudar a demonstração feita por ele, sobre a construção do heptadecágono. Primeiramente ele faz uma associação dos vértices do polígono com pontos do plano cartesiano e com as raízes complexas de uma equação do tipo $x^n - 1 = 0$, em seguida organiza essas raízes em blocos com 8, 4, e 2 raízes, usa que tais raízes são construtíveis, deduzindo daí a possibilidade da construção do heptadecágono. A proposta para desenvolvimento de tal trabalho foi orientada pelo professor Dr. Daniel Cordeiro, tutor do Grupo PET-Matemática-UFCG, onde a metodologia do trabalho foi baseada em atividades do Grupo PET-Matemática.

References

- [1] PRASOLOV, VIKTOR VASIL'EVICH. **Construction of a Regular 17-gon**, In: PRASOLOV, Viktor Vasil'evich. *Essays On Numbers And Figures*. Moscou, Rússia: Amer Mathematics Society, 2000
- [2] GONÇALVES, ADILSON, **Introdução à Álgebra**, Rio de Janeiro: IMPA, 1979
- [3] MELO FILHO, RENATO DE. **Números Construtíveis, os Três Problemas Gregos Clássicos e o Fabuloso Teorema de Gauss Sobre Construtibilidade de Polígonos Regulares**. Disponível em: <http://mat.ufcg.edu.br/pgmat/wp-content/uploads/sites/2/2016/09/Renato-de-Melo-Filho.pdf>. Acesso em: 04/10/2019

¹Graduanda, Bolsita PET-Matemática-UFCG, Parcialmente financiada pelo FNDE/MEC, Universidade Federal de Campina Grande - UFCG

²Doutor, Tutor PET-Matemática-UFCG, Parcialmente financiado pelo FNDE/MEC, Universidade Federal de Campina Grande - UFCG



Uma resposta à pergunta que nem sempre se sabe responder: para que servem os Números Irracionais?

Isabella Tito de Oliveira Silva¹, Jonas Barros Lima de Medeiros², Daniel Cordeiro de Moraes Filho³

Os Números Irracionais são apresentados aos estudantes desde o Ensino Fundamental, quando há a necessidade de ampliar os conjuntos numéricos abordados em alguns conteúdos da Matemática. No entanto, pesquisas tem apontado para a dificuldade de se ensinar e aprender sobre esse conteúdo, pois não nos deparamos com situações em que precisamos do fato de um número ser irracional. Além disso, um erro frequente no ensino é o uso indevido das igualdades quando na realidade utilizamos de aproximações para esses números, por exemplo $\pi = 3,14$ ao invés de $\pi \approx 3,14$ [3]. Diante desse fato, o tutor do Grupo PET- Matemática-UFCG, professor Daniel Cordeiro, orientou esse trabalho que tem como objetivo mostrar por meio de uma situação real e determinados resultados matemáticos a utilidade de um número irracional. Neste contexto, como motivação, seguem os seguintes questionamentos: “Conseguimos colocar os pés de uma mesa, cujo formato é de um triângulo equilátero, nos vértices das cerâmicas do piso?”, “É sempre possível decompor um retângulo em quadrados de tamanhos iguais?”. E com isso mostramos algumas utilidades dos Números Irracionais, que são exemplos não usuais, porém simples e podem ser abordados em sala de aula.

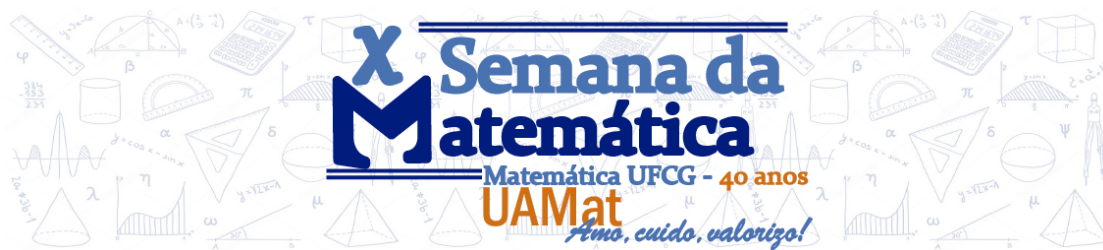
References

- [1] AIGNER, MARTIN; ZIEGLER, GÜNTER MATTHIAS. *Proofs from the book*. Berlim: Springer-Verlag, 2010.
- [2] HAVIL, JULIAN. *The Irrationals*. Princeton: Princeton University Press, 2012.
- [3] MOZER, GRAZIELE SOUZA; BORTOLOSSI, HUMBERTO JOSÉ. *Para que servem os números irracionais?*. Rio de Janeiro: IMPA, 2016.

¹Graduanda, bolsista PET-Matemática-UFCG. Parcialmente financiado pelo FNDE/MEC. Universidade Federal de Campina Grande – UFCG.

²Graduando, bolsista PET-Matemática-UFCG. Parcialmente financiado pelo FNDE/MEC. Universidade Federal de Campina Grande – UFCG.

³Doutor, tutor PET- Matemática- UFCG. Parcialmente financiado pelo FNDE/MEC. Universidade Federal de Campina Grande- UFCG.



Como os Números Racionais e os Números Irracionais Estão "Espalhados" na Reta Real

Fábio Lima de Oliveira¹, Leticia Dornellas Dias², Daniel Cordeiro de Moraes Filho³

O desenvolvimento desse trabalho teve início com a ideia de produzir demonstrações mais simples e didaticamente sequenciadas de temas da Análise Real para alunos da licenciatura, futuros professores do Ensino Médio. O trabalho se desenvolveu por meio de problemas propostos pelo professor Daniel Cordeiro de Moraes Filho, tutor do grupo PET Matemática UFCG, os quais foram resolvidos somente com conhecimentos adquiridos no Ensino Médio, sem a utilização de demonstrações de resultados prontos. Assim, demonstramos de forma construtiva que, dado qualquer intervalo aberto da reta, sempre há números racionais e números irracionais pertencentes a este intervalo. Dividimos a demonstração em três casos de intervalos: com extremos racionais; um dos extremos racional e o outro irracional; e com extremos irracionais. No final foi obtida uma demonstração geral desses casos. Intencionamos convencer de que o conceito de densidade pode ser construído naturalmente, por meio de atividades simples, fazendo questionamentos para levar o aluno à formalização do resultado de densidade de $\mathbb{Q}$ e de $\mathbb{R}/\mathbb{Q}$ em $\mathbb{R}$. Temos como objetivo apresentar o conceito de densidade dos números racionais e irracionais na reta real de forma inovadora, por meio de uma construção intuitiva, com apenas geométricos, sem ser necessário que o leitor tenha conhecimentos prévios de Análise Real.

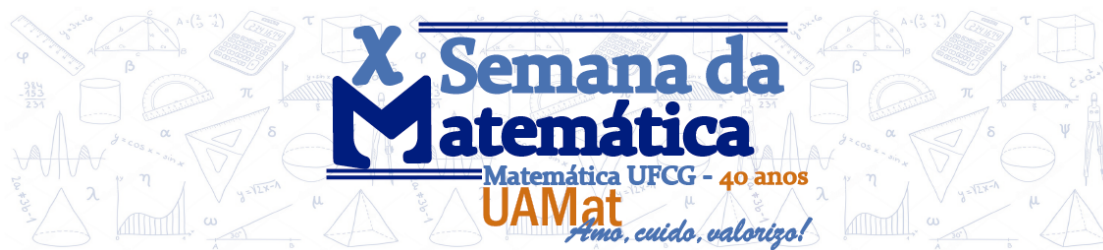
References

- [1] ÁVILA, GERALDO. *Introdução à Análise para Licenciatura*. 1ª ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2006.
- [2] FIGUEIREDO, DJAIR GUEDES. *Análise I*. Rio de Janeiro: L. T. C., 1974.
- [3] LIMA, ELON LAGES. *Curso de Análise*. vol. 1, 14ª ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2017.

¹Graduando, bolsista PET-Matemática-UFCG. Parcialmente financiado pelo FNDE/MEC. Universidade Federal de Campina Grande – UFCG.

²Graduanda, bolsista PET-Matemática-UFCG. Parcialmente financiado pelo FNDE/MEC. Universidade Federal de Campina Grande – UFCG.

³Doutor, tutor PET- Matemática- UFCG. Parcialmente financiado pelo FNDE/MEC. Universidade Federal de Campina Grande- UFCG.



Sequências ilimitadas de números irracionais do tipo $(2 + \sqrt{3})^n$ que, inesperadamente, se aproximam de números inteiros

Bruna Alves da Silva Santos¹, **Gabriel Pereira de Figueiredo**²,
Daniel Cordeiro de Moraes Filho³

Os números irracionais, apesar de serem maioria no corpo dos números reais, são, em grande parte, pouco trabalhados em livros do Ensino Médio. Os exemplos mais populares de números irracionais, geralmente, são expressos por raízes ou por aproximações de números decimais finitos, longe de uma ideia de que alguns deles podem se aproximar de números inteiros. Neste trabalho, desenvolvido no grupo PET-Matemática-UFCG, orientado pelo tutor professor Daniel Cordeiro, é apresentado um comportamento de potências de números irracionais que geram outros números irracionais, que inesperadamente, se aproximam de números inteiros a medida em que o expoente cresce. Com esta finalidade, exibiremos uma sequência de números irracionais do tipo $(2 + \sqrt{3})^n$. Esse é um resultado bem interessante, no qual utilizamos noções básicas sobre números irracionais e computação para verificar o comportamento desta sequência. Neste contexto, abordamos a propriedade supracitada de tal forma que professores e alunos do Ensino Médio pudessem compreender esse interessante fenômeno da Matemática.

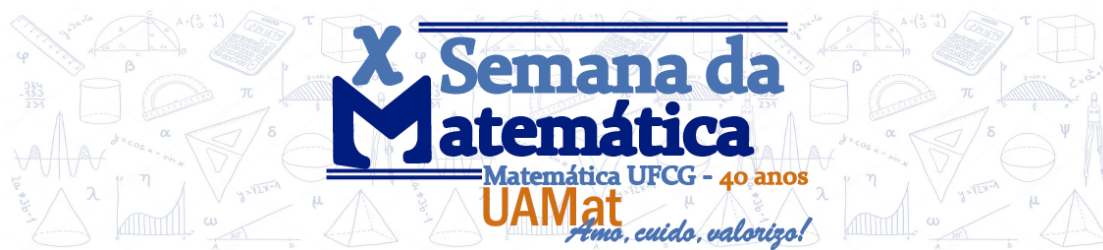
References

- [1] LIMA, ELON LAGES. *Análise Real: Funções de uma Variável*. vol. 1, 12ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2018.
- [2] MORAIS FILHO, DANIEL CORDEIRO DE. *Um convite a Matemática*. 3ed. Rio de Janeiro: SBM, 2016.
- [3] PRASOLOV, VICTOR V. *Essays on numbers and figures*. Moscow: American Mathematical Society, 2000. P. 1-3.

¹Graduanda, bolsista PET-Matemática-UFCG. Parcialmente financiado pelo FNDE/MEC. Universidade Federal de Campina Grande – UFCG.

²Graduando, bolsista PET-Matemática-UFCG. Parcialmente financiado pelo FNDE/MEC. Universidade Federal de Campina Grande – UFCG.

³Doutor, tutor PET- Matemática- UFCG. Parcialmente financiado pelo FNDE/MEC. Universidade Federal de Campina Grande- UFCG.



Demonstrações Geométricas, e só Geométricas, de Equipotência entre Conjuntos

Amanda de Araújo Queiroz¹, Matheus da Silva Nascimento²,
Daniel Cordeiro de Moraes Filho³

Contar é um ato corriqueiro, que praticamos desde a infância. Na verdade, pode ser considerada a primeira lição de Matemática que um ser humano aprende. Apesar disso, matematicamente, já parou para pensar o que, de fato, é contar? Bem, a princípio, contar é estabelecer correspondências biunívocas (funções bijetoras), associando elementos entre conjuntos; e podemos fazer isso para conjuntos finitos e até mesmo infinitos, que são os que nos interessam. Dois conjuntos são **equipotentes** se existe uma correspondência biunívoca entre eles. Nesse trabalho, demonstramos a equipotência entre diferentes tipos de conjuntos infinitos, tudo isso de forma geométrica. Partindo de casos mais simples até os que fogem à intuição comum. O desenvolvimento desse trabalho teve início com a ideia de criar demonstrações mais acessíveis e didaticamente sequenciadas sobre temas de Análise Real para alunos da Licenciatura em Matemática, com *ascendência* das dificuldades. O tema foi proposto pelo professor Daniel Cordeiro de Moraes Filho, tutor do grupo PET-Matemática-UFCG. Mostramos como o conceito de equipotência pode ser construído de forma natural, por meio de atividades simples, incitando a capacidade cognitiva dos alunos, até a formalização final dos resultados.

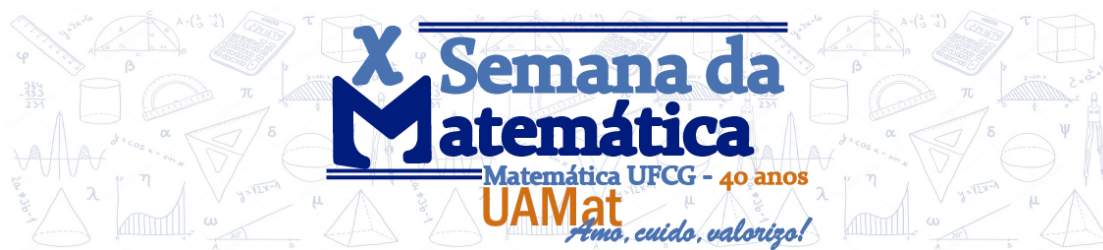
References

- [1] AVILA, GERALDO. *Introdução à Análise para Licenciatura*. 1a Ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2001.
- [2] DE MORAIS FILHO, D.C. *Lições de Análise Real, realmente para licenciandos*. Em preparação.
- [3] LIMA, ELON LAGES. *Curso de Análise*. vol. 1, 14^a ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2017.

¹Graduanda, bolsista PET-Matemática-UFCG. Parcialmente financiado pelo FNDE/MEC. Universidade Federal de Campina Grande – UFCG.

²Graduando, bolsista PET-Matemática-UFCG. Parcialmente financiado pelo FNDE/MEC. Universidade Federal de Campina Grande – UFCG.

³Doutor, tutor PET- Matemática- UFCG. Parcialmente financiado pelo FNDE/MEC. Universidade Federal de Campina Grande- UFCG.



Caminhando no Plano Euclidiano, evitando alguns tipos de pontos: Uma atividade da Análise Real para o Ensino

Rodrigo Marques Faustino da Silva¹, Daniel Cordeiro de Moraes Filho²

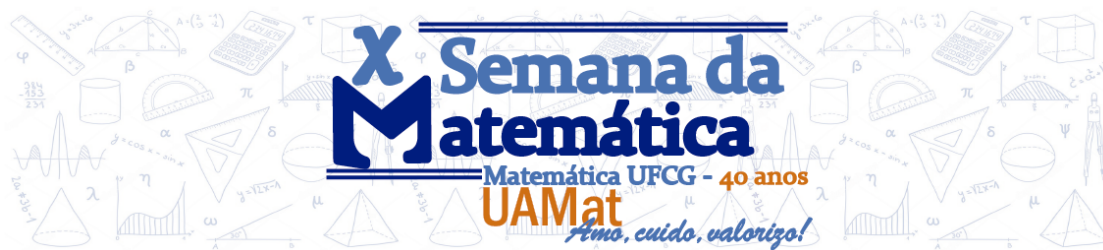
A Análise Real é uma disciplina presente na formação do professor de Matemática, e um dos desafios é elaborar maneiras de aplicá-la ao Ensino Médio. Tendo como objetivo evidenciar a importância da Análise Real no curso de Licenciatura em Matemática, neste trabalho é apresentada uma forma de aplicar de maneira simples, lúdica e desafiadora certos conceitos da Análise Real. Os conceitos que serão abordados elementarmente, em nível de Ensino Médio, são: Enumerabilidade, Função Contínua, Geometria Analítica, Caminhos, Densidade e as operações entre os Números Racionais e os Irracionais. A fundamentação teórica deste trabalho foi construída por meio de atividades realizadas no PET-Matemática-UFCG, onde foram propostas diversas perguntas e desafios matemáticos pelo tutor Daniel Cordeiro. Um dos desafios foi o de encontrar caminhos no plano Euclidiano que conectem dois pontos e evitem alguns tipos de pontos. Por exemplo: “Existe um caminho que conecte dois pontos com ambas coordenadas irracionais, evitando pontos que têm ambas as coordenadas racionais?”. As respostas às perguntas formuladas foram construídas utilizando-se conceitos da Análise Real, apresentados de maneira informal e, até mesmo, ingênua para que fossem entendidos por professores e alunos do Ensino Médio, mas preservando o rigor necessário. Ao exibir os resultados dessas pesquisas, esperamos que os licenciandos em Matemática obtenham um novo olhar em relação à Análise Real e sua utilidade no ensino de alguns conceitos do Ensino Básico.

References

- [1] LIMA, ELON LAGES. *Curso de Análise Real*. vol. 1, 12^a ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2013.
- [2] LIMA, ELON LAGES. *Curso de Análise Real*. vol. 2, 12^a ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2013.

¹Graduando, bolsista PET-Matemática-UFCG. Parcialmente financiado pelo FNDE/MEC. Universidade Federal de Campina Grande – UFCG.

²Doutor, tutor PET- Matemática- UFCG. Parcialmente financiado pelo FNDE/MEC. Universidade Federal de Campina Grande- UFCG.



Uma aplicação da Teoria de Grupos de Permutações a um problema de Antropologia

Luis Filipe Ramos Campos da Silva ¹, Daniel Cordeiro de Moraes Filho ²

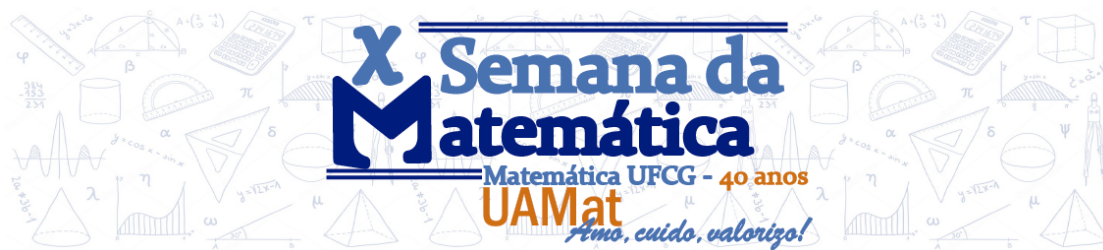
Na Álgebra o conceito de Grupo é essencial, pois outras estruturas algébricas como Anéis e Espaços Vetoriais por exemplo, podem ser vistas como grupos adicionando apenas algumas operações e axiomas. Não houve uma única pessoa responsável pelo surgimento da ideia de grupo, mas a figura que mais se sobressai nesse contexto foi o homem que deu o nome a esse conceito, o jovem Évariste Galois (1811-1832). Galois também deu continuidade a um trabalho de Lagrange e estudou sobre Grupos de Permutações, um assunto de extrema relevância na Álgebra [1]. Neste contexto, este trabalho tem como objetivo apresentar uma aplicação da Teoria de Grupos de Permutações a um problema da Antropologia, elucidando a questão da possibilidade de casamentos entre dois descendentes de ancestrais comuns, dentro das leis rígidas de casamento de sociedades primitivas. Iniciaremos com uma formulação matemática para as leis de casamento (axiomas) de uma sociedade primitiva e concluiremos com uma aplicação da Teoria de Grupos de Permutações. A ideia para este trabalho surgiu de uma apresentação no Workshop Didático Pedagógico, atividade desenvolvida pelo PET-Matemática-UFCG, orientada pelo professor Daniel Cordeiro de Moraes Filho. Assim, objetivamos que os resultados apresentados nesse trabalho sejam importantes para complementar a formação dos alunos de graduação, com uma aplicação não usual da Teoria de Grupos.

References

- [1] B.BOYER, CARL *História da Matemática* 2ª edição. São Paulo: Edgard Blucher, 1974.
- [2] SIMIS, ARON. *Introdução à Álgebra*. 2ª edição. Rio de Janeiro: IMPA, 1977.
- [3] SINGH, SIMON. *O Último Teorema de Fermat*. 3ª edição. Rio de Janeiro: Record, 1997.

¹Graduando, bolsista PET-Matemática-UFCG. Parcialmente financiado pelo FNDE/MEC. Universidade Federal de Campina Grande – UFCG.

²Doutor, tutor PET- Matemática- UFCG. Parcialmente financiado pelo FNDE/MEC. Universidade Federal de Campina Grande- UFCG.



Para onde converge o volume da esfera no $\mathbb{R}^n$ quando $n \rightarrow \infty$?

Pedro Henrique Alves Guedes¹, Daniel Cordeiro de Moraes Filho²

Os babilônicos e os egípcios, segundo historiadores, possuíam noções de algumas áreas e volumes, como a área de triângulos, volume de prismas e de cilindros circulares retos. Séculos depois, com o método de exaustão de Eudoxo, Arquimedes (287 a.C. - 212 a.C.) descobriu o volume da esfera no $\mathbb{R}^3$ [3]. Atualmente, utiliza-se as integrais do Cálculo Diferencial para calcular o volume de esferas em qualquer dimensão. Este trabalho é fruto de uma atividade do PET-Matemática-UFCG, orientada pelo tutor Daniel Cordeiro, de leitura de textos em inglês. Tem por objetivo é investigar e concluir qual o volume da esfera no $\mathbb{R}^n$, começando pelo cálculo de integrais de funções de várias variáveis, utilizando como ferramenta as funções Gama e Beta, a fim de obter formas mais acessíveis de calcular este volume. Para a construção deste trabalho, o tutor propôs a demonstração de alguns teoremas e resultados contidos na referência [1]. O resultado mais surpreendente é para onde converge o volume da esfera no $\mathbb{R}^n$ quando $n \rightarrow \infty$.

References

- [1] COSCIA, DONALD R. . *The volume of the n-sphere*. Suffolk County Community College, Nova Iorque, 1973.
- [2] DÍAZ, PABLO; LABARCA, RAFAEL. *Función Gamma: Propriedades Clásicas e Introducción a su Dinâmica*. Rio de Janeiro: 30º Colóquio Brasileiro de Matemática, 2019.
- [3] EVES, HOWARD. *Introdução a história da matemática*. 1ª ed. Campinas: Unicamp, 2004.

¹Graduando, bolsista PET-Matemática-UFCG. Parcialmente financiado pelo FNDE/MEC. Universidade Federal de Campina Grande – UFCG.

²Doutor, tutor PET- Matemática- UFCG. Parcialmente financiado pelo FNDE/MEC. Universidade Federal de Campina Grande- UFCG.