

ATIVIDADE 3

1) Classifique as afirmações abaixo em Verdadeira ou Falsa e em cada caso dê um argumento que justifique sua resposta.

- a) $\sqrt{x^2} = x$ para todo número real x
- b) $|7 - 15| = |7| - |15|$
- c) $|a|^3 = a^3$ para todo número real a
- d) $\frac{1}{a} \leq \frac{1}{|a|}$ para todo número real $a \neq 0$
- e) $|a| = |b| \Leftrightarrow a^2 = b^2$ para quaisquer a e b números reais
- f) $(77 + 935)^2 = 77^2 + 935^2$
- g) $\frac{x^2 - 4}{x + 2} = x - 2$ para todo número real x
- h) $\frac{a-b}{b-a} = -1$ para números reais a e b , $a \neq b$

2) Justifique as igualdades abaixo algebricamente para a e b números reais quaisquer.

Use a idéia de área de quadrados e retângulos de lados com medidas $a, b, a + b$ ou $a - b$, com a e b números reais positivos, $a > b$, para justificar essas igualdades geometricamente.

- a) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- b) $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- c) $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

3) Simplifique as expressões algébricas.

- a) $(a + b)^2 + (a - b)^2$
- b) $(a + 1)^3 - (a - 2)^3$
- c) $\frac{x^2 + 2xy + y^2}{x^2 + xy - 3x - 3y}$
- d) $a(a - 3b + 1) + \frac{2a - 6b + 2}{2}$
- e) $\sqrt{\frac{a^2b + ab^2}{a + b}}$
- f) $\left[\frac{2a^3(b-2)^3}{0,2b^{-2}(a^{-1} \cdot b^2)^2} \right]^3$

4) Considere dois números reais a e b , com $a < b$. Analise os procedimentos operatórios descritos e identifique o(s) erro(s) cometido(s) nos mesmos.

- 1. Multiplicando os dois membros da desigualdade por a , obtemos que $a^2 < ab$
- 2. Subtraindo b^2 nos dois membros, temos que $a^2 - b^2 < ab - b^2$
- 3. Fatorando cada membro, podemos escrever $(a + b)(a - b) < b(a - b)$
- 4. Dividindo os dois membros da desigualdade por $a - b$, obtemos que $a + b < b$
- 5. Substituindo $a = 2$ e $b = 3$ na última desigualdade, vem que $5 < 3$.

5) Sabendo que x, y e z são números reais com $x > y > 0$ e $z \neq 0$, diga qual (ou quais) das desigualdades abaixo nem sempre é verdadeira.

- a) $x + z > y + z$
- b) $x \cdot y > y \cdot z$
- c) $x \cdot z^2 > y \cdot z^2$
- d) $\frac{z^2}{x} - \frac{z^2}{y} < 0$

6) Há números que, por terem determinadas características, possuem representações e denominações específicas. Verifique que números cada uma dessas expressões representa e dê uma denominação para esses números.

- a) $2n + 1$, com $n \in N$ c) n^2 , com $n \in N$
b) $2n$, com $n \in N$ d) $5n$, com $n \in N$

7) Considere a e b números naturais ímpares.

- a) É verdade que o número $a^2 + b^2$ é sempre par? Por quê?
b) É verdade que o número $a \cdot b$ é sempre ímpar? Por quê?
c) Os números a e b são primos entre si? Justifique.