Classificação e estimativas da norma da segunda forma fundamental de hipersuperfícies Weingarten em $\mathbb{R}^{n+1}$

Eudes de Lima

Resumo

Uma hipersuperfície do espaço Euclidiano $\mathbb{R}^{n+1}$ é dita uma *hipersuperfície Weingarten* se existe uma função W das curvaturas principais $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$ tal que $W(\lambda_1, \ldots, \lambda_n)$ é constante [1, 5]. Em particular, hipersuperfícies com curvatura média constante, curvatura escalar constante ou, mais geralmente, com alguma curvatura média de ordem superior constante são exemplos de hipersuperfícies Weingarten.

Neste minicurso estamos interessados em hipersuperfícies imersas no espaço Euclidiano $\mathbb{R}^{n+1}$ cujas curvaturas média de ordem superior H_r e H_r, com $1 \leq k < r \leq n$, são linearmente relacionadas, ou seja,

$$H_r = aH_k + b,$$

para certas constantes $a, b \in \mathbb{R}$. Neste sentido, primeiro, provaremos um resultado de classificação de hipersuperfícies Weingarten rotacionais completes, através de uma análise detalhada dos conjuntos de nível de uma função apropriada que detectar todas tais hipersuperfícies. Na sequência, obtemos estimativas ótimas para a norma da segunda forma fundamental de hipersuperfícies Weingarten completas com duas curvaturas principais distintas, uma delas sendo simples. Neste caso, nossa principal ferramente é o chamado Teorema da Curvatura Principal.

Cronograma do Curso

Pretendemos desenvolver o minicurso em 8 horas, divido em quatro encontros de 2h cada. Os tópicos a serem tratatos são os seguintes:

1. Aula 1: hipersuperfícies com curvatura média de ordem superior constante
    (a) Classificação das rotacionais;
    (b) Estimativas da norma da segunda forma fundamental;

2. Aula 2: hipersuperfícies Weingarten
   (a) Classificação de hipersuperfíces Weingarten rotacionais;
3. Aula 2: hipersuperfícies Weingarten
   (a) Classificação de hipersuperfíces Weingarten rotacionais;
   (b) Estimativas da norma da segunda forma fundamental;
3. Aula 2: hipersuperfícies Weingarten
   (a) Estimativas da norma da segunda forma fundamental.

References

[1] S.S. Chern, Some new characterizations of the Euclidean sphere, Duke Math. J. **12** (1945), 279–290.

[2] E.L de Lima, A short note on a class of Weingarten hypersurfaces in $\mathbb{R}^{n+1}$, Geom. Dedicata, **213** (2021), 283–293.

[3] E.L. de Lima, On the complete rotation Weingarten hypersurfaces under assumptions on the Gauss-Kronecker curvature, Potential Anal. **60** (2024), 921–933.

[4] E.L. de Lima, Remarks on complete Weingarten hypersurfaces in the Euclidean space, to appear in Portugaliae Mathematica, (2024), DOI 10.4171/PM/2130.

[5] P. Hartman, On complete hypersurfaces of nonnegative sectional curvatures and constant m-th mean curvature, Trans. Amer. Math. Soc. **245** (1978), 363–374.

*Unidade Acadêmica de Ciências Exatas e da Natureza, Universidade Federal de Campina Grande, Cajazeiras 58.900-000, Paraíba, Brazil.

Email address: `eudes.leite@professor.ufcg.edu.br`