Introdução à Teoria Generalizada dos Pontos Críticos.

Ismael Sandro da Silva*
Centro de Ciências Exatas e Sociais Aplicadas - CCEA
Universidade Estadual da Paraíba - UEPB
Patos-PB, Brasil

Resumo

Os métodos variacionais constituem uma das mais proeminentes ferramenta para estudo da existência e perfil das soluções de um problema elíptico. Tal método é fortemente relacionado às informações de regularidade do dito *funcional energia* associado ao problema elíptico que se deseja investigar, a principal técnica que fundamento o método consiste em associar as soluções do problema elíptico com pontos críticos do funcional energia. As condições de regularidades, mesmo ante à ampla aplicabilidade, não permitem cobrir alguns aplicações e situações que recaem no estudo de funcionais descontínuos.

Vários estudos recentes pautam-se em estender o estudo dos métodos variacionais para classes de funcionais não-diferenciáveis (e.g., os importantes trabalhos de Chang [3] e Szulkin [6]), possibilitando o estudo de casos não abarcados com a teoria clássica. Esses estudam culminam no que se pode cognominar *Teoria Generalizada dos Pontos Críticos* (T.G.P.C.), em o corrente minicurso, nos propomos a apresentar, brevemente, os principais conceitos e resultado relativos à tal teoria. Apresentamos as noções dos métodos variacionais para funcionais localmente Lipschitz proposta por Chang, para funcionais semicontínuos inferiormente (s.c.i.) proposta por Szulkin e alguns resultados de contribuições pessoais recentes (*teoremas minimax* e aplicações) à T.G.P.C.. Ao final, apresentamos algumas generalizações de resultados - fruto de estudos recentes - que envolvem a classe de funcionais s.c.i. introduzida por Motreanu-Panagiotopoulos [5].

Palavras-chave: Teoria Generalizada dos Pontos Críticos, funcionais localmente Lipschitz, funcionais semicontínuos inferiormente, teoremas minimax.

Cronograma do Curso

É-se proposto um curso com duração de 8 horas, divididos em 4 encontros de 2 horas cada. Os tópicos de estudo em cada encontro são dispostos como segue:

1- **Encontro 1**:
a)- Revisão dos lemas de deformação e teoremas minimax clássicos.
b)- Introdução à Teoria dos Pontos Críticos para funcionais localmente Lipschitz (principais resultados e aplicações).

2- **Encontro 2**:
a)- Introdução à Teoria dos Pontos Críticos para funcionais s.c.i. (lemas de deformação e generalizações de teoremas minimax).
b)- O Teorema da Fonte e a generalização da versão simétrica do Teorema do Passo da Montanha para funcionais do tipo Szulkin.

3- **Encontro 3**:
a)- Aplicações dos teoremas minimax para funcionais do tipo Szulkin a problemas elípticos (Equações logarítmicas de Schrödinger, problemas envolvendo o operador 1-Laplaciano).

*e-mail: `ismaels@servidor.uepb.edu.br`

4- **Encontro 4**:
a)- Generalizações de teoremas minimax para funcionais do tipo Motreanu-Panagiotopoulos e aplicações (*Highlights*).

Referências

[1] Alves, C.O., da Silva, I.S., Molica Bisci, G.: *New minimax theorems for lower semicontinuous functions and applications*. to appear in ESAIM Control Optim. Calc. Var. (2024) https://doi.org/10.1051/cocv/2024005

[2] Carl, S., Le, V.K., Motreanu, D.: *Nonsmooth Variational Problems and Their Inequalities: Comparison Principles and Applications*, Springer, New York, (2007)

[3] Chang, K.C.: *Variational methods for nondifferentiable functionals and their applications to partial differential equations*, J. Math. Anal. Appl. 80, 102-129 (1981).

[4] da Silva, I.S.: *Sobre Princípios Minimax para uma Classe de Funcionais Semicontínuos Inferiormente*, Mest. Dissertação, UFCG, (2020).http://mat.ufcg.edu.br/ppgmat/banco-de-dissertacoes/

[5] Motreanu, D., Panagiotopoulos, P. D.: *Minimax Theorems and Qualitative Properties of The Solutions of Hemivariational Inequalities*, Springer Science + Business Media Dordrecht, (1999)

[6] Szulkin, A.: *Minimax principles for lower semicontinuous functions and applications to nonlinear boundary value problems*, Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Linéaire 3, 77-109 (1986)

[7] Willem, M.: *Minimax Theorems*, Birkhäuser, Boston, (1996)