O problema de Kurosh para PI-Álgebras

David Levi da Silva Macêdo [1],
Unidade Acadêmica de Matemática - UAMat
Universidade Federal de Campina Grande - UFCG
Campina Grande - PB, Brasil

Resumo

O famoso problema de Burnside sobre grupos formulado em 1902 impulsionou o desenvolvimento da teoria de grupos por quase 90 anos. Esse problema no caso de álgebras é conhecido como problema de Kurosh e foi formulado em 1941: "Seja A uma álgebra finitamente gerada tal que todo elemento é algébrico (ou nil). Podemos afirmar que A é de dimensão finita (ou nilpotente)?"

O problema foi resolvido afirmativamente para PI-álgebras associativas por Levitsky [4] e Kaplansky [3] com o uso da teoria estrutural de anéis associativos. As técnicas usadas por eles se mostraram ineficientes para o caso não associativo. Uma abordagem do problema de um ponto de vista combinatório foi feita por Shirshov. Ele obteve importantes novos resultados, como o Teorema da altura ([5, 6]) que tem como corolários os resultados de Levitsky e Kaplansky. Além disso, a partir de seus métodos é possível obter resposta afirmativa para o problema de Kurosh no caso de PI-álgebras alternativas e de Jordan especiais.

Neste minicurso demonstraremos o Teorema da altura de Shirshov e obteremos os resultados de Levitsky e Kaplansky sobre o problema de Kurosh para PI-álgebras associativas. Além disso, estabeleceremos um contraexemplo obtido por Golod e Shafarevich. Também discutiremos como os resultados de Shirshov podem ser usados nos casos de PI-álgebras não associativas.
Palavras chave: PI-álgebras, Problema de Kurosh, Teorema de Shirshov

Cronograma do curso

O curso terá duração de 8 horas, com 4 aulas de 2 horas cada. Segue abaixo o cronograma.

- **Aula 1** (Álgebras e identidades polinomiais)
  1.1. Álgebras
  1.2. Identidades polinomiais e PI-Álgebras
  1.3. Álgebras algébricas
- **Aula 2** (Lema de Shirshov)
  2.1. Palavras indecomponíveis e fatoráveis e particionáveis.
  2.2. Alguns resultados e exemplos
  2.3. Lema de Shirshov
- **Aula 3** (Problema de Kurosh para PI-álgebras)
  3.1. Álgebras de altura limitada
  3.2. Teorema da altura de Shirshov

[1] levi@mat.ufcg.edu.br

3.3. Teoremas de Levitzky e Kaplansky e alguns corolários.

- **Aula 4** (Problema de Kurosh no caso geral)

  4.1. Os casos não associativos.

  4.2. Construção do contraexemplo de Golod e Shafarevich

Referências

[1] V. Drensky, Free Algebras and PI-Algebras, Springer, 2000.

[2] I. Herstein, Noncommutative Rings, Carus Math. Monographs 15, MAA, 1968.

[3] I. Kaplansky, *On a problem of Kurosh and Jacobson*, Bull. Amer. Math. Soc. 52, 496-500 (1946).

[4] J. Levitzki, *On a problem of Kurosh*, Bull. Amer. Math. Soc. 52, 1033-1035 (1946).

[5] A. I. Shirshov, *On certain nonassociative nil rings and algebraic algebras*, Amer. Math. Soc. Transl. 119 (2), 119-132 (1983).

[6] A. I. Shirshov, *On rings with polynomial identities*, Amer. Math. Soc. Trans. 119 (2), 133-139 (1983).

[7] K. A. Zhevlakov, A. M. Slin'ko, I. P. Shestakov, A. I. Shirshov, Rings that are Nearly Associative, Translation: Academic Press, New York, 1982.