



31^a

**OLIMPIADA CAMPINENSE DE
MATEMÁTICA**
 PROFESSOR JOSÉ VIEIRA ALVES
 www.ufcg.edu.br/~ocm

PROVA NÍVEL I

UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE | CENTRO DE CIÊNCIA DE TECNOLOGIA
 UNIDADE ACADÊMICA DE MATEMÁTICA - UAMat

NOME COMPLETO DO ALUNO

<input style="width: 100%; height: 18px;" type="text"/>

ENDEREÇO

<input style="width: 613px; height: 17px;" type="text"/>
--

NÚMERO

<input style="width: 125px; height: 17px;" type="text"/>
--

COMPLEMENTO

<input style="width: 472px; height: 18px;" type="text"/>
--

BAIRRO

<input style="width: 267px; height: 18px;" type="text"/>
--

CIDADE

<input style="width: 448px; height: 18px;" type="text"/>
--

UF

<input style="width: 50px; height: 18px;" type="text"/>

CEP

<input style="width: 123px; height: 18px;" type="text"/>
--

<input style="width: 79px; height: 18px;" type="text"/>

ENDEREÇO ELETRÔNICO (EMAIL)

<input style="width: 448px; height: 18px;" type="text"/>
--

DDD

<input style="width: 74px; height: 18px;" type="text"/>

TELEFONE FIXO

<input style="width: 195px; height: 18px;" type="text"/>
--

ESCOLA

<input style="width: 448px; height: 18px;" type="text"/>
--

DDD

<input style="width: 74px; height: 18px;" type="text"/>

TELEFONE CELULAR

<input style="width: 195px; height: 18px;" type="text"/>
--

GABARITO

1	A	B	C	D	E
2	A	B	C	D	E
3	A	B	C	D	E
4	A	B	C	D	E
5	A	B	C	D	E
6	A	B	C	D	E
7	A	B	C	D	E
8	A	B	C	D	E
9	A	B	C	D	E
10	A	B	C	D	E

Instruções

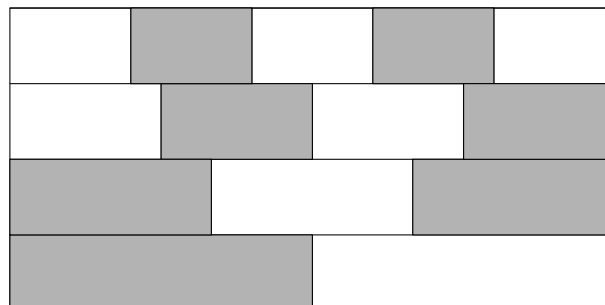
1. A prova será realizada no dia 26/05/2018 das 14h às 18h.
2. Cada questão da 1ª parte vale 10 pontos, enquanto que cada problema da 2ª parte vale 40 pontos.
3. Todas as soluções da 2ª parte devem ser justificadas. Uma simples resposta, sem indicar como foi obtida, receberá uma pontuação inferior.
4. Não é permitido o uso de calculadora nem consulta a notas de livros. É permitido o uso de régua, esquadro e compasso não graduados.
5. Nas 10 primeiras questões da 1ª parte assinale com *X* a alternativa que julgar correta na tabela ao lado. Assinale, com caneta, somente uma alternativa para cada questão.

1ª Parte - Questões Objetivas

1. Nas faces do dado mostrado na figura são pintados de 1 a 6 pontos pretos de modo que o total de pontos em faces opostas é 7. Olhando para o dado de modo que apenas 3 faces podem ser vistas contamos o total de pontos visíveis, por exemplo, na figura abaixo 12 pontos são visíveis. Quantos são os possíveis resultados para tal contagem?



- (a) 8 (b) 7 (c) 6 (d) 5 (e) 4
2. Um balde está com um volume de água que corresponde a $\frac{1}{3}$ de sua capacidade. Acrescentamos um copo de água e o volume total corresponde a $\frac{1}{2}$ da capacidade do balde. Quantos copos de água a mais são necessários para encher o balde?
- (a) 5 (b) 4 (c) 3 (d) 2 (e) 1
3. Quantos divisores de 180 são múltiplos de 6?
- (a) 9 (b) 8 (c) 7 (d) 6 (e) 5
4. Uma faixa retangular de 120cm^2 de área foi dividida em 4 faixas horizontais iguais e divididas em 2, 3, 4 e 5 partes iguais, respectivamente, conforme a figura abaixo:



A área hachurada da figura, mede:

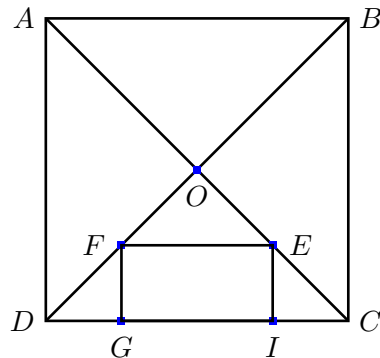
- (a) 58cm^2 (b) 60cm^2 (c) 62cm^2 (d) 80cm^2 (e) 120cm^2
5. Daniel gastou $\frac{3}{7}$ do seu dinheiro. Depois gastou a metade do resto e ficou com R\$276,00. Quanto ele tinha inicialmente?

2^a Parte - Questões Discursivas

1. Mostre que para quaisquer números naturais a_1, \dots, a_k vale a desigualdade: $a_1 + \dots + a_k \leq a_1 \cdots a_k + (k - 1)$.

2. Daniel numerou todas as páginas de seu livro e usou 1002 algarismos. Calcule o número de páginas do livro de Daniel.

3. Traça-se as duas diagonais de um quadrado $ABCD$, cujo lado mede l centímetros. Une-se os pontos médios de dois lados de um triângulo formado, conforme figura. Sejam E e F de OC e OD , respectivamente. Trace, a partir dos pontos E e F paralelas a BC até encontrarem os pontos G e I de interseção com o lado CD do quadrado. Determine a medida dos lados do retângulo $FEIG$ formado.



4. José e João decidiram fazer um dado atípico. Ao invés de enumerar as faces de um 1 à 6 como é feito usualmente eles numeraram as mesmas somente com números primos naturais e distintos. Sabendo-se que a soma de todas as faces é igual a 123, responda JUSTIFICANDO o valor do menor número utilizado para numerar uma das faces.

5. João convidou seus amigos, Arnaldo, Breno, Caio, Daniel, Elton, Fabrício e Gabriel para jogarem um jogo, com as seguintes regras:

- I. João pensaria em 10 números naturais;
 - II. Em cada rodada, Arnaldo iniciaria escolhendo um número natural e ganharia 1 ponto se esse fosse um dos números pensados por João. Em seguida, Breno escolheria outro número natural e também ganharia 1 ponto se esse fosse um dos números pensados por João. Em seguida, seria Caio e assim sucessivamente, procedendo em ordem alfabética;
 - III. O jogo acabaria quando todos os números pensados por João tivessem sido escolhidos. Assim, ao final de uma rodada, se ainda não tivessem sido escolhidos todos os números pensados por João, eles iniciariam uma nova rodada. Sabendo que:
 - João pensou nos números da forma $204 \times n + 17$, com $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ e 10 .
 - Arnaldo iniciou a primeira rodada escolhendo o número 1.
 - O jogo procedeu de forma que se um jogador escolhesse o número n , o próximo jogador escolheria o número $n + 1$.
- a) Quantas rodadas durou o jogo?
 - b) Quantos pontos cada participante obteve?