



# GEOGEBRA NO ENSINO DE TRIGONOMETRIA: UMA PERSPECTIVA HISTÓRICO-TECNOLÓGICA DE ENSINO

Sérgio Cândido da Silva<sup>1</sup> - [sergio.csilva@educacao.pe.gov.br](mailto:sergio.csilva@educacao.pe.gov.br)  
José Neto dos Santos<sup>2</sup> - [jose.ntsantos@gmail.com](mailto:jose.ntsantos@gmail.com)

<sup>1</sup> Escola Tomé Francisco da Silva - Quixaba, PE, Brasil

<sup>2</sup> Escola Tomé Francisco da Silva - Quixaba, PE, Brasil

**Resumo:** Neste trabalho buscamos apresentar uma alternativa metodológica para o ensino de funções trigonométricas a partir de uma perspectiva histórica, conceitual e tecnológica, destacando o uso da Modelagem Matemática com auxílio do aplicativo GeoGebra como ferramenta pedagógica. Buscamos integrar o ensino de matemática por meio da resolução de problemas com o uso de ferramentas tecnológicas visando propiciar uma aprendizagem mais significativa e completa. Para isso, apresentamos os fundamentos teóricos das funções trigonométricas, uma revisão da eficácia do uso de tecnologias no ensino de Matemática e uma proposta de atividades baseada na exploração gráfica e interativa dos conceitos.

**Palavras-chave:** Funções Trigonométricas; Ensino de Matemática; Geogebra; Tecnologias Educacionais;

## 1. Introdução

Que a matemática está presente em inúmeras áreas de nossa vida não é novidade, entretanto, é muito comum que ela seja ensinada, pelos professores, de forma dissociada de problemas presentes na vida real aos alunos de forma geral. Isso pode acontecer por vários motivos, entre eles: falta de tempo para elaborar aulas mais interativas, falta de recursos tecnológicos e de materiais didáticos ou até mesmo por despreparo e comodismo de sua parte. O fato é, que quando isso acontece a aprendizagem se torna sem significado para o estudante, o que pode causar desinteresse e afetar o seu aprendizado. No ensino das funções trigonométricas esse problema se agrava devido a natureza complexa e abstrata do conteúdo. Tal fato provoca uma dificuldade muito grande no processo de Ensino-Aprendizagem. GOIS (2017) comenta a respeito:

“Enquanto os alunos recebem uma grande quantidade de conteúdos ao longo da formação básica, em um número reduzido de aulas e passam por avaliações por meio de exames, os professores têm uma jornada extensa de trabalho, desvalorização profissional, limitação e restrição às matrizes escolares nos espaços em que atuam”(GOIS, 2017, p.13).

Além disso, um outro problema que assola a educação é a falta de interesse dos alunos que foi impulsionada pelo desenvolvimento das tecnologias. (SOUZA, 2014, p. 12) comenta que “Diversos estudos apontam para o fracasso no ensino tradicional e sugerem renovações na prática docente”. Ele ainda completa que o professor deve procurar meios de alterar sua prática pedagógica e buscar formas que coloquem o aluno no centro do processo educativo.

Desse modo, o nosso estudo justifica-se pela relevância da trigonometria na formação matemática. Nossa pesquisa tem como objetivo apresentar uma alternativa que possa ser introduzida de forma complementar na prática adotada pelo professor. Para tanto, trazemos uma proposta baseada na resolução de problemas associados ao contexto mais próximo do aluno, ademais, unimos a isso, a utilização de recursos tecnológicos como forma de tornar a experiência educativa mais atrativa.

Sobre a resolução de problemas Costa (2021) argumenta que:

“a Resolução de Problemas promove um ensino em que o aluno é o protagonista do seu aprendizado, ou seja, ele busca a solução de um problema e para isso utiliza o seu repertório matemático de modo que a resolução desse problema o leva à construção ou reconstrução das ideias, conceitos e conteúdos matemáticos”(COSTA; ALLEVATO, 2021, p.97).

A partir da nossa prática e da pesquisa realizada identificamos que uma grande parte dos alunos apresentam



uma dificuldade elevada em assimilar os conceitos de funções trigonométricas. Assim, incorporamos na nossa proposta o uso do aplicativo Geogebra como recurso para a resolução dos problemas propostos. (SOUZA, 2014, p.14) comenta a respeito que: “Não se pode mais permitir que o ensino de Matemática continue obsoleto como está, meramente expositivo, descontextualizado em dimensão de ensino em que o professor fala e o aluno escreve”.

A fim de lograr êxito em nossos objetivos, trazemos em nosso trabalho um panorama histórico acerca das funções trigonométricas com intuito de entender melhor o caminho percorrido até aqui no desenvolvimento desse conteúdo. Em seguida, apresentamos algumas definições formais sobre essa espécie de funções. E seguimos com uma proposta de atividade que pode ser trabalhada em sala buscando o entendimento mais aprofundado do conteúdo.

## 2. Metodologia

Este trabalho caracteriza-se como uma pesquisa de cunho qualitativo e exploratório, com abordagem metodológica fundamentada na Resolução de Problemas e no uso de recursos tecnológicos educacionais como instrumentos mediadores no processo de ensino e aprendizagem das funções trigonométricas. A proposta foi elaborada à luz de referenciais teóricos que defendem a centralidade do aluno na construção do conhecimento, bem como a integração de contextos significativos e tecnológicos no ambiente escolar.

Inicialmente, realizou-se um levantamento bibliográfico em obras e artigos científicos que abordam o ensino de trigonometria, metodologias ativas, tecnologias digitais e o uso do GeoGebra no ensino da Matemática. Essa revisão teórica subsidiou a construção de uma proposta didática pautada em situações-problema contextualizadas, buscando associar o conteúdo às vivências dos alunos.

A proposta consiste na aplicação de uma sequência de atividades com o uso do software GeoGebra, com o objetivo de promover uma aprendizagem mais dinâmica, visual e interativa. As atividades foram planejadas de forma a permitir que os alunos explorem, de maneira investigativa, conceitos como razão trigonométrica, gráfico das funções seno, cosseno e tangente, bem como as suas variações.

## 3. Resultado e discussão

### 3.1 Panorama Histórico das Funções Trigonométricas

Assim como muitas outras áreas da matemática, não se pode precisar a gênese da trigonometria. (COSTA, 2003, p.2) comenta que “Os primeiros indícios de rudimentos da trigonometria surgiram tanto no Egito quanto na Babilônia, a partir do cálculo de razões entre números e entre lados de triângulos semelhantes”. O papiro de *Ahmes* encontrado no Egito que data de aproximadamente 1650 a.C. contém quatro problemas que versam a esse respeito.

Durante a construção das pirâmides, os egípcios faziam uso desse conteúdo, pois necessitavam manter a razão entre o afastamento horizontal e a elevação vertical. Ademais, surgiu, também no Egito, a ideia de comparar o comprimento das sombras formadas por uma vara vertical com horas do dia, dando assim, início ao uso dos relógios solares.

Já os babilônios utilizavam seus conhecimentos, em grande parte, na área da astronomia para estudar as fases da lua, os pontos cardeais e as estações do ano. A partir daí, criaram, em 747 a.C. uma tábua de eclipses lunares que chegaram até os dias atuais.

Muitos matemáticos tiveram contribuições importantes para o desenvolvimento da trigonometria, entre eles, o matemático e físico francês Gilles de Roberval que viveu no século XVII (1602-1675) apresentou problemas que não se resumiam apenas a cálculos algébricos esboçando, assim, o primeiro gráfico de uma função seno. Já no século XVIII, Leonhard Euler, ao empregar o círculo trigonométrico de raio unitário, formalizou os conceitos de seno, cosseno e tangente, interpretando-os como razões, números ou coordenadas de pontos no plano, além de sistematizar as notações que permanecem em uso até os dias atuais.



### 3.2 Fundamentos Teóricos: Conceitos e Definições

As funções trigonométricas são fundamentais no estudo da matemática, especialmente no campo da geometria e da análise. Elas surgem inicialmente da relação entre os ângulos e os lados de triângulos retângulos, mas se estendem para modelar fenômenos periódicos como ondas sonoras, vibrações e movimentos circulares. Este capítulo apresenta os conceitos essenciais que definem essas funções, suas propriedades e aplicações.

As funções trigonométricas básicas são: seno, cosseno e tangente, definidas a partir do círculo unitário:

- **Seno** ( $\text{sen}(x)$ ) é a ordenada (componente vertical) do ponto no círculo unitário correspondente ao ângulo  $x$  em radianos.
- **Cosseno** ( $\text{cos}(x)$ ) é a abscissa (componente horizontal) desse mesmo ponto.
- **Tangente** ( $\text{tg}(x)$ ) é a razão entre seno e cosseno, ou seja,  $\text{tg}(x) = \frac{\text{sen}(x)}{\text{cos}(x)}$ , definida quando  $\text{cos}(x) \neq 0$ .

Cada função trigonométrica possui características próprias:

Tabela 1: Características das Funções Trigonômétricas

Função	Expressão	Período	Amplitude	Domínio	Imagem
Seno	$\text{sen}(x)$	$2\pi$	1	$\mathbb{R}$	$[-1, 1]$
Cosseno	$\text{cos}(x)$	$2\pi$	1	$\mathbb{R}$	$[-1, 1]$
Tangente	$\text{tg}(x)$	$\pi$	–	$\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \}$	$\mathbb{R}$

Fonte: Elaborado pelo autor.

O seno e a tangente são funções ímpares, enquanto o cosseno é par — características que refletem simetrias importantes no plano cartesiano. Além disso, essas funções são periódicas, ou seja, repetem seus valores em intervalos regulares, e apresentam simetrias importantes. As funções trigonométricas podem ser escritas em formas generalizadas, permitindo a manipulação de seus parâmetros:  $f(x) = a + b \cdot \text{sen}(cx + d)$ ,  $g(x) = a + b \cdot \text{cos}(cx + d)$  e  $h(x) = a + b \cdot \text{tg}(cx + d)$ .

Cada coeficiente tem um papel específico:  $a$  representa o deslocamento vertical,  $b$  a amplitude,  $c$  a frequência angular e  $d$  a deslocamento horizontal (fase). Segundo (PEREIRA; CORREIA, 2022, p. 123), “essa abordagem dinâmica do GeoGebra é essencial para representar fenômenos periódicos como ondas sonoras, vibrações mecânicas e sinais elétricos, facilitando a compreensão desses conceitos por meio da visualização gráfica”.

### 3.3 Aplicações e Resolução de Problemas com Funções Trigonômétricas

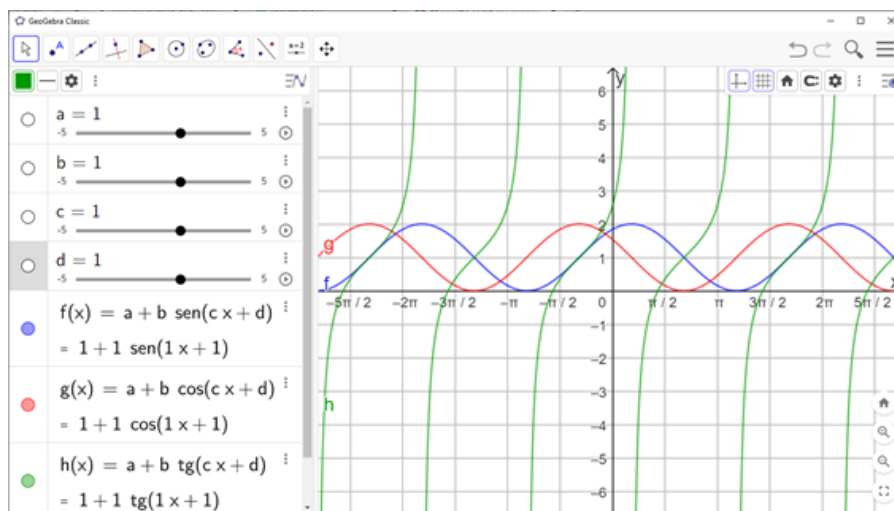
O ensino das funções trigonométricas muitas vezes apresenta desafios relacionados à abstração de seus conceitos e à visualização de seus comportamentos. Ferramentas tecnológicas como o GeoGebra oferecem oportunidades significativas para tornar o processo de aprendizagem mais interativo, dinâmico e significativo. Segundo (RAMOS; LISBOA; NUNES, 2021, p. 1224), “o GeoGebra se destaca por oferecer uma abordagem dinâmica e interativa no ensino de funções trigonométricas, promovendo maior engajamento dos estudantes e facilitando a construção de significado”.

Como exemplo prático, propõe-se a exploração gráfica das funções  $f(x) = a + b \cdot \text{sen}(cx + d)$ ,  $g(x) = a + b \cdot \text{cos}(cx + d)$  e  $h(x) = a + b \cdot \text{tg}(cx + d)$ , representando respectivamente, as funções seno, cosseno e tangente utilizando o ambiente interativo do GeoGebra. A partir da manipulação dos parâmetros  $a, b, c$  e  $d$  por meio dos controles deslizantes, os estudantes podem observar de forma dinâmica as alterações no comportamento das funções e compreender o papel de cada coeficiente na construção dos gráficos.

Como ponto de partida, será realizada a inserção das três funções do exemplo prático: uma função seno, uma cosseno e uma tangente. Cada uma delas deverá ser digitada individualmente na caixa de entrada localizada na parte inferior da interface, permitindo a visualização imediata dos respectivos gráficos e possibilitando sua exploração por meio dos recursos interativos do software. Após a inserção das funções na caixa de entrada, a interface do GeoGebra será atualizada conforme mostrado na *figura 1*.

Clicar com o botão direito do mouse sobre o eixo  $x$ , escolher a opção janela de visualização, depois o menu eixo  $X$  e em distância escolher a opção  $\frac{\pi}{2}$ .

Figura 1: Interface do Geogebra



Fonte: Elaborada pelo autor

No painel lateral esquerdo, é possível visualizar tanto as expressões das funções trigonométricas quanto os controles deslizantes correspondentes aos parâmetros  $a, b, c$  e  $d$ . Esses controles permitem a manipulação interativa dos coeficientes, possibilitando a análise em tempo real das transformações nos gráficos. Já na área principal da tela, são exibidas as representações gráficas das funções, cujas variações podem ser observadas conforme os parâmetros são ajustados.

Neste momento, iniciaremos a exploração a partir da forma padrão da função seno, representada por  $f(x) = \text{sen}(x)$ . Nesse caso, os parâmetros assumem os seguintes valores:  $a = 0$  (sem deslocamento vertical),  $b = 1$  (amplitude unitária),  $c = 1$  (frequência angular padrão) e  $d = 0$  (sem deslocamento horizontal), permitindo a observação do comportamento original da função seno.

### 3.4 Exemplo de problema a ser trabalhado

Um técnico precisa consertar o termostato do aparelho de ar-condicionado de um escritório, que está desregulado. A temperatura  $T$ , em graus Celsius, no escritório, varia de acordo com a função  $t(h) = A + B \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{12}(h - 12)\right)$ , sendo  $h$  o tempo, medido em horas, a partir da meia-noite e  $A$  e  $B$  os parâmetros que o técnico precisa regular. Os funcionários do escritório pediram que a temperatura máxima fosse  $26^\circ\text{C}$ , a mínima  $18^\circ\text{C}$ , e que durante a tarde a temperatura fosse menor do que durante a manhã. Quais devem ser os valores de  $A$  e de  $B$  para que o pedido do cliente seja atendido?

Segue no link a seguir um tutorial com o passo a passo para a construção das representações gráficas essenciais para a compreensão das funções trigonométricas e seus respectivos parâmetros: <https://encurtador.com.br/2n9A2>

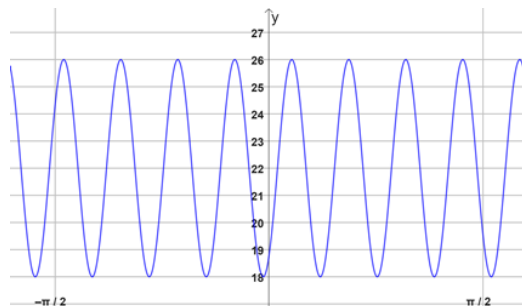
**Solução:** Com o auxílio do Geogebra (figura 2), a representação gráfica da função permite identificar os coeficientes  $A$  e  $B$ , que representam, respectivamente, o deslocamento vertical e a amplitude da senoide. Considerando uma reta  $r$  que corta a senoide verticalmente em seu ponto central, o parâmetro  $A$  corresponde à distância entre essa reta  $r$  e o eixo  $x$ . Como essa reta intercepta o eixo  $y$  no ponto  $(22, 0)$ , conclui-se que  $A = 22$ .

O parâmetro  $B$  representa a amplitude da função senoide e pode ser determinado pela metade da diferença entre os valores máximo e mínimo da curva. No caso do gráfico, temos:

$$B = \frac{(26 - 18)}{2}.$$

Esse valor corresponde à distância entre o ponto médio da função e seus extremos.

Figura 2: Representação da função no Geogebra



Fonte: Elaborada pelo autor

Para identificar o sinal de  $B$ , é necessário observar o comportamento da curva ao longo de um ciclo completo da função seno. Consideramos o trecho que vai de um ponto médio até o próximo ponto médio, passando por um máximo e um mínimo. Na função seno padrão, esse ciclo começa com a curva subindo a partir do ponto médio. No gráfico analisado, a curva desce ao cruzar o ponto médio, mesmo após considerar possíveis deslocamentos horizontais. Isso indica uma inversão vertical da função original. Portanto, o valor de  $B$  é  $-4$ .

#### 4. Conclusões

O trabalho evidenciou que a combinação da Resolução de Problemas com o uso do GeoGebra constitui uma alternativa eficaz para o ensino das funções trigonométricas, tornando o aprendizado mais dinâmico, visual e significativo. A proposta mostrou que, ao contextualizar os conteúdos e possibilitar a exploração interativa dos gráficos, o estudante assume papel ativo na construção do conhecimento, o que contribui para superar a abstração típica do tema e aproximar a matemática da realidade dos alunos. Dessa forma, os objetivos da pesquisa foram alcançados, ao apresentar uma estratégia didática que valoriza o protagonismo discente e favorece a aprendizagem das funções trigonométricas.

#### Referências

- COSTA, F. de A.; ALLEVATO, N. S. G. O ensino das funções trigonométricas através da resolução de problemas com o uso do geogebra. *TANGRAM-Revista de Educação Matemática*, v. 4, n. 4, p. 92–113, 2021. Citado na página 1.
- COSTA, N. M. L. da. História da trigonometria. *Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática*, 2003. Citado na página 2.
- GOIS, V. H. d. S. Modelagem matemática no ensino de funções trigonométricas: uma proposta por meio da trajetória hipotética de aprendizagem. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2017. Citado na página 1.
- PEREIRA, Â. E. F.; CORREIA, H. O geogebra no estudo de funções trigonométricas a partir da análise gráfica. *Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo*, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, v. 11, n. 2, p. 119–137, 2022. Citado na página 3.
- RAMOS, F. M.; LISBOA, C. A.; NUNES, D. M. A utilização do software geogebra no ensino da trigonometria na educação básica. *Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação*, v. 7, n. 6, p. 1217–1227, 2021. Citado na página 3.
- SOUZA, J. I. G. d. Utilização do software geogebra no ensino das funções trigonométricas. 2014. Citado 2 vezes nas páginas 1 e 2.