



# O PRIMEIRO TEOREMA DE INCOMPLETUDE DE GÖDEL E APLICAÇÕES

Marcos Natã Moreira do Nascimento<sup>1</sup> - m.nata@aluno.uepb.edu.br

Francisco Sibério Bezerra Albuquerque (Orientador)<sup>1</sup> - fsiberio@servidor.uepb.edu.br

<sup>1</sup>Universidade Estadual da Paraíba, Departamento de Matemática - Campina Grande, PB, Brasil

**Resumo:** Este trabalho tem como objetivo introduzir e discutir o Primeiro Teorema da Incompletude, formulado por Kurt Gödel, no contexto da crise dos fundamentos da Matemática no início do século XX. Parte-se do problema da busca por sistemas formais completos e consistentes, associado ao Programa de Hilbert, e dos paradoxos ligados à autorreferência, como o Paradoxo de Russell e o Paradoxo do Mentiroso. O método adotado consiste em uma abordagem teórico-conceitual de caráter expositivo e analítico, baseada em revisão bibliográfica e apresentação clara e sintética dos principais conceitos envolvidos, buscando tornar acessível a noção de incompletude sem recorrer a demonstrações técnicas formais. Como resultados, evidencia-se que, em sistemas formais suficientemente expressivos para a aritmética, existem proposições verdadeiras que não podem ser demonstradas dentro do próprio sistema, o que impõe limites estruturais aos projetos de fundamentação completa da matemática. Conclui-se que os teoremas de Gödel tiveram impacto profundo não apenas na lógica e na filosofia da Matemática, mas também em áreas como a computação teórica, ao influenciar discussões sobre decidibilidade, limites da formalização e alcance dos sistemas computacionais formais.

**Palavras-chave:** Incompletude; sistemas formais; autorreferência; fundamentos da Matemática; computação teórica.

## 1. Introdução

É possível que algo seja verdadeiro, tenha uma razão para ser verdadeiro, e ainda assim não possa ser explicado ou demonstrado? Embora pareça paradoxal, essa questão foi formalizada por Kurt Gödel em seus Teoremas da Incompletude. No início do século XX, muitos matemáticos buscavam fundamentos absolutamente seguros para a Matemática. O principal representante desse ideal foi David Hilbert, cujo projeto visava formalizar a Matemática em um sistema axiomático completo e consistente. Contudo, dificuldades lógicas surgiram com paradoxos associados à autorreferência, como o formulado por Bertrand Russell, evidenciando limites internos aos sistemas formais.

Nesse contexto, Gödel demonstrou que, em qualquer sistema formal suficientemente expressivo para a aritmética, há proposições verdadeiras que não podem ser demonstradas no próprio sistema, o que impõe restrições estruturais à completude e à consistência. Tal resultado abalou decisivamente o projeto de fundamentação total da Matemática e redefiniu a compreensão dos limites da formalização.

Diante disso, este trabalho tem como objetivo introduzir o Primeiro Teorema de incompletude de Gödel de forma clara, direta e resumida, destacando seu impacto nos fundamentos da Matemática e suas implicações para a computação teórica, especialmente no que se refere aos limites da demonstração e da decidibilidade em sistemas formais.

## 2. Metodologia

A metodologia adotada neste trabalho é de natureza teórico-conceitual, com caráter expositivo e analítico. O estudo foi desenvolvido por meio de revisão bibliográfica baseada em artigos acadêmicos e textos de divulgação científica que abordam os fundamentos da Matemática, os paradoxos da autorreferência e o Primeiro Teorema da Incompletude, formulado por Kurt Gödel, bem como o contexto histórico do projeto de fundamentação formal da Matemática associado a David Hilbert.

Inicialmente, realizou-se a seleção de materiais relevantes disponíveis em meios acadêmicos e de divulgação científica, priorizando textos introdutórios e explicativos que apresentassem os conceitos centrais de forma acessível. Em seguida, procedeu-se à leitura analítica desses materiais, com o objetivo de identificar ideias



fundamentais, definições conceituais e argumentos essenciais para a compreensão do problema da incompletude, evitando o uso de formalismos técnicos e demonstrações matemáticas rigorosas.

Por fim, os conteúdos analisados foram organizados de maneira progressiva e coerente, partindo da contextualização histórica e dos paradoxos lógicos até a apresentação do resultado de Gödel e de suas principais implicações. Essa organização teve como finalidade garantir clareza, objetividade e encadeamento lógico, permitindo ao leitor compreender o percurso conceitual adotado ao longo do trabalho.

### 3. Resultado e discussão

A partir da revisão de artigos acadêmicos e textos de divulgação científica, constatou-se que o Primeiro Teorema da Incompletude, formulado por Kurt Gödel, estabelece limites fundamentais para sistemas formais suficientemente expressivos, ao indicar que há proposições verdadeiras que não podem ser demonstradas no interior desses sistemas. Esse resultado mostrou-se consistente com o referencial teórico dos fundamentos da Matemática, especialmente no que se refere à impossibilidade de se alcançar simultaneamente completude e consistência em sistemas formais abrangentes.

A análise do material revelou ainda que o impacto dos teoremas de Gödel ultrapassa o campo da lógica Matemática, alcançando áreas como a filosofia da ciência e a computação teórica. Em particular, os resultados dialogam com discussões sobre os limites da formalização e da decidibilidade, contribuindo para a compreensão das fronteiras do que pode ser provado ou computado por sistemas formais. Essa convergência com o referencial teórico evidencia a relevância do teorema para debates contemporâneos sobre os fundamentos do conhecimento formal.

Como vantagem da abordagem expositiva adotada neste trabalho, destaca-se a possibilidade de apresentar conceitos complexos de forma acessível, favorecendo a compreensão inicial do tema. Por outro lado, uma limitação identificada é a ausência de demonstrações formais e de aprofundamento técnico, o que restringe o alcance do estudo a um nível introdutório. Ainda assim, os resultados obtidos cumprem o objetivo proposto, ao evidenciar a importância dos teoremas de Gödel para os fundamentos da Matemática e suas implicações para áreas correlatas, como a computação teórica.

### 4. Conclusões

Este trabalho teve como objetivo adentrar o Primeiro Teorema da Incompletude, formulado por Kurt Gödel, de forma clara, direta e resumida, situando-o no contexto dos fundamentos da Matemática e discutindo suas principais implicações. A partir da análise de artigos acadêmicos e textos de divulgação científica, foi possível compreender que há limites estruturais para sistemas formais suficientemente expressivos, nos quais proposições verdadeiras não podem ser demonstradas no interior do próprio sistema.

Os resultados obtidos indicam que os objetivos propostos foram alcançados, uma vez que o trabalho evidenciou o impacto dos teoremas de Gödel tanto na lógica e na filosofia da Matemática quanto em áreas correlatas, especialmente na computação teórica.

Conclui-se que a abordagem teórico-conceitual e expositiva adotada se mostrou adequada para uma introdução ao tema, ainda que apresente limitações quanto ao aprofundamento técnico. Como perspectiva de continuidade, sugere-se o estudo de demonstrações formais do teorema e de seus desdobramentos na teoria da computação, ampliando o nível de compreensão dos limites dos sistemas formais.

### Agradecimentos

Agradeço à Universidade Estadual da Paraíba (UEPB) pelo suporte institucional e pelo ambiente acadêmico que possibilitou o desenvolvimento deste trabalho. Agradeço, igualmente, à FAPESQ pelo apoio financeiro e pelo incentivo à pesquisa, fundamentais para a realização das atividades acadêmicas e para a continuidade da formação científica.

O suporte oferecido por essas instituições foi essencial para a viabilização deste estudo e para o fortalecimento das condições necessárias à produção e difusão do conhecimento científico.



## Referências

BORGES, H. H. *O teorema da incompletude de Gödel*. Fortaleza: [s.n.]. Trabalho de graduação / monografia. Citado na página 3.

FIGUR, A. O teorema da incompletude de gödel. *Acta Legalicus*, n. 3, sep 2017. Citado na página 3.

OLIVEIRA, J. d. Q. *O primeiro teorema de incompletude de Gödel*. Fortaleza: [s.n.], 2004. Monografia de Graduação. Citado na página 3.

SILVA, M. M. V. d. Bertrand russell, matemático, filósofo, intelectual e ativista. *Folha de S.Paulo*, apr 2025. Coluna de Marcelo Viana. Disponível em: <https://www1.folha.uol.com.br/colunas/marceloviana/2025/04/bertrand-russel-matematico-filosofo-intelectual-e-ativista.shtml>. Citado na página 3.

SILVA, M. M. V. d. Paradoxo de russell: a maçã no paraíso de cantor. *Folha de S.P.*, mar 2025. Coluna de Marcelo Viana. Disponível em: <https://www1.folha.uol.com.br/colunas/marceloviana/2025/03/paradoxo-de-russel-a-maca-no-paraíso-de-cantor.shtml>. Citado na página 3.

SILVA, M. M. V. d. Poincaré e russell, duelo de gigantes. *Folha de S.Paulo*, apr 2025. Coluna de Marcelo Viana. Disponível em: <https://www1.folha.uol.com.br/colunas/marceloviana/2025/04/henri-poincare-e-bertrand-russell-duelo-de-gigantes.shtml>. Citado na página 3.

TEIXEIRA, J. d. F. *Mentes e máquinas: uma introdução à ciência cognitiva*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998. 155 p. Citado na página 3.

(TEIXEIRA, 1998) (OLIVEIRA, 2004, p. 5–18) (BORGES, ) (FIGUR, 2017) (SILVA, 2025b) (SILVA, 2025a) (SILVA, 2025c)