



SEIS PROBLEMAS NÃO TRIVIAIS EQUIVALENTES

Elias Daniel de Souza França¹ - elias.franca31415@gmail.com
Arlandson Matheus Silva Oliveira¹ - arlandsonm@servidor.uepb.edu.br

¹Universidade Estadual da Paraíba - Campina Grande, PB, Brasil

Resumo: Este trabalho analisa o artigo “Seis problemas não triviais equivalentes”, de Zalman Usiskin, com o objetivo de investigar as habilidades matemáticas envolvidas em cada problema e as conexões entre eles. A metodologia consiste em uma análise qualitativa do texto, com mapeamento das competências mobilizadas em diferentes contextos, como geometria, álgebra e teoria dos números. Os resultados indicam que, embora os problemas apresentem naturezas distintas, todos podem ser reduzidos a uma mesma equação diofantina, evidenciando a unidade da Matemática. Além disso, cada problema desenvolve habilidades específicas, como modelagem, interpretação, visualização e generalização. Conclui-se que essa abordagem favorece uma aprendizagem mais integrada e significativa, sendo uma estratégia didática relevante para o ensino básico.

Palavras-chave: Problemas equivalentes; Equação diofantina; Ensino de Matemática; Generalização; Habilidades matemáticas.

1. Introdução

A Matemática caracteriza-se pela capacidade de estabelecer conexões entre diferentes ideias por meio de estruturas abstratas. No ensino, essa característica pode ser explorada para promover uma aprendizagem mais significativa. Conforme discutido por Usiskin (1968), problemas aparentemente distintos podem ser equivalentes quando sua resolução envolve o mesmo tipo de estrutura matemática.

O artigo analisado apresenta seis problemas que, apesar de pertencerem a diferentes contextos, podem ser reduzidos a uma mesma equação. O objetivo deste trabalho é mapear as habilidades envolvidas em cada problema e analisar como essas diferentes abordagens se conectam.

2. Metodologia

Este trabalho caracteriza-se como uma pesquisa bibliográfica qualitativa. Foi realizada uma leitura analítica do artigo, com foco na identificação das habilidades matemáticas mobilizadas em cada problema e no processo de redução a uma equação diofantina comum.

3. Resultado e discussão

Os seis problemas não triviais equivalentes

P1: Expresse $\frac{1}{2}$ como soma de duas frações unitárias, i.e.,

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{2},$$

com p e q inteiros positivos.

P2: Determinar todos os retângulos cujos lados têm medidas inteiras e cuja área é numericamente igual ao perímetro.

P3: Determinar os pares de inteiros positivos cuja média harmônica é igual a 4.

P4: Determinar os pares de inteiros cujo produto é positivo e igual ao dobro de sua soma.

P5: Dado um ponto P , determinar todos os valores de n tais que o plano ao redor de P possa ser coberto, sem sobreposição, por polígonos regulares congruentes de n lados.



P6: Determinar os inteiros positivos $n > 2$ para os quais $2n$ é divisível por $n - 2$.

A análise dos problemas permite identificar diferentes habilidades matemáticas:

Problema 1: envolve manipulação algébrica e resolução de equações diofantinas, exigindo raciocínio lógico e domínio de operações com inteiros.

Problema 2: mobiliza interpretação geométrica e modelagem algébrica ao relacionar área e perímetro de retângulos.

Problema 3: exige compreensão de média harmônica, envolvendo conceitos de razão, proporção e manipulação algébrica.

Problema 4: destaca a tradução de linguagem verbal para linguagem matemática, enfatizando a modelagem algébrica.

Problema 5: requer visualização geométrica e compreensão de ângulos em polígonos regulares, além de raciocínio espacial.

Problema 6: envolve conceitos de divisibilidade e teoria dos números, exigindo manipulação simbólica.

Apesar dessas diferenças, todos os problemas se conectam ao serem reduzidos a uma mesma equação diofantina. Essa redução evidencia que diferentes habilidades — como interpretação, visualização e cálculo — convergem para uma mesma estrutura matemática.

Essa articulação mostra que a Matemática não é fragmentada, mas sim um sistema integrado, no qual diferentes áreas dialogam entre si. Do ponto de vista didático, isso favorece o desenvolvimento da generalização e do pensamento abstrato.

Um aspecto fundamental observado na análise é que a equivalência entre os problemas não ocorre apenas no nível algébrico, mas também implica um intercâmbio de habilidades matemáticas. Ao traduzir cada problema para a equação diofantina comum, diferentes formas de pensamento são mobilizadas e articuladas.

No Problema 2, por exemplo, há uma transição da interpretação geométrica (área e perímetro) para a modelagem algébrica. Já no Problema 3, ocorre a conversão de uma relação envolvendo média harmônica em uma equação algébrica equivalente, exigindo compreensão de frações e manipulação simbólica. No Problema 5, a visualização geométrica de pavimentações do plano é traduzida em relações numéricas entre ângulos, que posteriormente assumem forma algébrica.

De modo semelhante, o Problema 6 transforma uma condição de divisibilidade, típica da teoria dos números, em uma equação, evidenciando a passagem do raciocínio aritmético para o algébrico. Esse processo mostra que resolver um problema não depende apenas de aplicar técnicas, mas de saber transitar entre diferentes registros e tipos de raciocínio.

Assim, a equivalência entre os problemas evidencia não apenas a unidade da Matemática, mas também a interdependência entre habilidades, como modelagem, interpretação, abstração e generalização.

4. Conclusões

Conclui-se que os problemas analisados, embora distintos em sua apresentação, compartilham uma mesma estrutura matemática, evidenciando a unidade da Matemática. O mapeamento das habilidades mostrou que diferentes competências são mobilizadas em cada contexto, mas convergem para um mesmo modelo.

Os objetivos do trabalho foram alcançados ao evidenciar as conexões entre os problemas e seu potencial didático. Essa abordagem contribui para um ensino mais integrado e significativo.

Agradecimentos

O autor agradece à CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pelo apoio financeiro por meio da concessão de bolsa de estudos.

Referências

USISKIN, Z. Seis problemas não triviais equivalentes. *Revista do Professor de Matemática*, 1968. Disponível em: <https://rpm.org.br/cdrpm/4/8.htm>. Citado na página 1.